Familiaalisen riskin yhteys yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen perusopetuksen 1.—2. luokalla

Annika Salonen

Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma
Kevätlukukausi 2020
Kasvatustieteiden laitos
Jyväskylän yliopisto

TIIVISTELMÄ

Salonen, Annika. 2020. Familiaalisen riskin yhteys yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen perusopetuksen 1.—2. luokalla. Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden laitos. 72 sivua.

Laskusujuvuudella tarkoitetaan tarkkaa ja nopeaa yhteen- ja vähennyslaskujen suorittamista ilman apuvälineitä. Varhaisten matemaattisten taitojen kehityksellä on yhteyttä myöhemmin matematiikan taitojen oppimiseen ja akateemiseen koulumenestykseen. Familiaalinen eli periytyvä riski tarkoittaa suvuittain esiintyvää riskiä matematiikan sujuvuuden osalta. Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää familiaalisen riskin yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen perusopetuksen 1.—2. luokan aikana. Lisäksi tutkittiin, onko tyttöjen ja poikien kehityksessä eroa. Kiinnostuksen kohteena oli se, miten familiaalinen riski on yhteydessä yhteen- tai vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmään kuulumiseen.

Tutkimusaineisto on osa FLARE-hanketta (FLuency in Arithmetic REading), jossa on mitattu lasten lasku- ja lukutaidon kehitystä. Aineisto on kerätty vuonna 2016 Keski-Suomen alueella. Aineistoa analysoitiin SPSS24.0-ohjelmistolla. Tutkimusjoukkoon kuului 146 oppilasta, joista tyttöjä oli 78 ja poikia 68. Tutkittavien yhteen- ja vähennyslaskutaitoja mitattiin kolmella mittauskerralla: 1. luokan keväällä, 2. luokan syksyllä ja 2. luokan keväällä.

Tulokset osoittivat, että yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus lisääntyi mittauskertojen välillä kaikilla familiaalisilla riskiryhmillä. Familiaalisten riskiryhmien välillä erot eivät kasvaneet. Familiaalisten riskiryhmien väliset erot olivat tilastollisesti merkitseviä kaikilla mittauskerroilla. Vähäisen riskiryhmän lapset laskivat enemmän laskuja kuin korkean riskiryhmän lapset. Pojat laskivat vähennyslaskuja sujuvammin kuin tytöt. Familiaalisella riskillä ei ollut yhteyttä yhteen- tai vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmään kuulumiseen.

Familiaalisen riskin yhteys yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen tulee tiedostaa, jotta kehitystä voidaan tarkkailla ja tarjota tukea varhaisessa vaiheessa. Yhteistyö vanhempien kanssa on merkittävässä roolissa, kun tuetaan lapsen matematiikan taitojen kehittymistä, sillä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus kehittyvät harjoittelun myötä. Matematiikan kumulatiivisuuden takia varhainen tuki on merkityksellistä, sillä vaikeudet varhaisissa taidoissa näyttäytyvät korkeammissa matematiikan taidoissa. Tässä tutkimuksessa ei otettu huomioon tuen yhteyttä sujuvuuden kehitykseen. Varhainen riskien tunnistus auttaa kohdentamaan tuen varhaisessa vaiheessa ja kohdistamaan tukea niille, jotka sitä tarvitsevat. Tiedostamalla riskitekijöitä, voidaan tarkkailla oppilaita, jotka kuuluvat riskiryhmiin tarkemmin.

Asiasanat: yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitys, familiaalinen riski, riskiryhmä, matematiikka

SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ

1 JOHDANTO ... 4

2 VARHAISTEN MATEMAATTISTEN TAITOJEN KEHITYS JA TAUSTATEKIJÄT ... 8

2.1 Varhaisten matemaattisten taitojen oppiminen ... 8

2.2 Yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus ... 17

2.3 Familiaalinen riski matematiikan taitojen kehityksessä ... 19

2.3.1 Geneettinen periytyvyys ... 19

2.3.2 Ympäristötekijöiden periytyvyys ... 21

3 TUTKIMUSKYSYMYKSET ... 24

4 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN ... 25

4.1 Tutkimuksen konteksti ... 25

4.2 Tutkittavat ... 26

4.3 Mittarit ja muuttujat ... 26

4.4 Aineiston analyysi ... 28

5 TULOKSET ... 30

5.1 Yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitys ... 31

5.2 Familiaalisen riskin sekä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmien väliset yhteydet ... 45

6 POHDINTA ... 49

6.1 Tulosten tarkastelu ... 49

6.2 Tutkimuksen arviointia ja jatkotutkimus ... 53

6.3 Käytännön merkitys ... 54

7 LÄHTEET ... 57

1 JOHDANTO

Peruslaskutaidot ovat tärkeitä päivittäisissä käyttötarkoituksissa, korkeampien matematiikan taitojen oppimisessa ja työelämässä menestymisen kannalta (Ball ym., 2005). Arkielämän matemaattinen tieto, johon laskeminen ja sen hyödyntäminen kuuluvat, on pohjana matemaattiselle ajattelulle (Baroody, 1987). Matematiikan osaaminen rakentuu monista osatekijöistä (Dowker, 2005) ja taidon kehitykseen on yhteydessä monia taustatekijöitä. Osatekijöiden tunteminen auttaa tukemaan lasta matematiikan taitojen oppimisessa. Aritmetiikka eli laskuoppi luo pohjaa monien matemaattisten taitojen kehitykselle. (Väisänen, 2017.) Sujuvuus matematiikassa on yhteydessä myöhempään matematiikan osaamiseen (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004) ja akateemisissa aineissa menestymiseen (Koponen ym., 2016). Jos lapsella on hankaluuksia oppia matemaattisia taitoja, on tärkeää tukea lasta varhaisessa vaiheessa. Näin tuetaan samalla muita kehittyviä taitoja.

Monissa tutkimuksissa (esim. Aunio, 2008; Chong & Siegel, 2008; Desoete & Grégoire, 2006; Hannula-Sormunen, Räsänen & Lehtinen, 2007; Jordan, Kaplan, Locuniak & Ramineni, 2007) on noussut esille varhaisten matemaattisten taitojen merkitys myöhemmälle osaamiselle. Osaamiserot 1. luokalla ovat suuria (Aunio & Niemivirta, 2010). Mikäli lapsella päivähoitoon tullessaan tai sen aikana (3 — 6 -vuotiaana) on vaikeuksia oppia matematiikkaa, todennäköisesti hänellä on vaikeuksia oppia jatkossa myöhempää matematiikkaa (Jordan ym., 2007) ja hän todennäköisesti on myöhemminkin koulu-urallaan jäljessä matemaattisissa taidoissa verrattuna ikätovereihinsa (Aunola ym., 2004).

Vaikeudet matematiikan oppimisessa ilmenevät usein lisäksi äidinkielessä sekä muissa akateemisissa aineissa (Cirino, Fuchs, Elias, Powell & Schumacher, 2015). Tällöin puhutaan komorbiditeetistä eli kahden oppimisvaikeuden päällekkäistymisestä (Räsänen & Ahonen, 2004). Jos lapsella on yksi oppimisvaikeus, Landerlin ja Mollin (2010) mukaan tämä lisää riskiä toiselle oppimisvaikeudelle jopa neljä-viisi kertaa suuremmaksi. Heidän arvionsa mukaan jopa 43 %:lla oppilaista, joilla on haasteita matematiikan tai äidinkielen oppimisessa, on havaittu

komorbiditeettia. Luku- ja laskusujuvuudessa esiintyvät haasteet liittyvät usein oppimisvaikeuteen (Locuniak & Jordan, 2008). Lukeminen ja kirjoittaminen ovat laskuopin ohella taitoja, jotka luovat pohjaa akateemiselle oppimiselle ja arkielämän haasteista selviämiselle (Väisänen, 2017). Matematiikan vaikeuksien varhaisen tunnistuksen merkitys korostuu lisäksi lukemisen ja muiden oppiaineiden näkökannalta.

Matematiikan taitojen kehitystä on tutkittu paljon (esim. Aunola ym., 2004; Aunio & Räsänen, 2016), mutta erilaisia taustatekijöitä ei ole tutkittu läheskään yhtä paljon. Erityisesti geneettisen periytyvyyden yhteyttä matematiikan taitoihin on tutkittu vähän. Geneettiset yhteydet, jotka ohjaavat näiden taitojen kehittymistä limittyvät päällekkäin. (Hart, Petrill & Thompson, 2010.) Plomin ja Kovas (2005) ovat todenneet, että suuri osa matematiikan oppimisvalmiuksia säätelevistä geeneistä ovat yhteydessä äidinkieltä ja yleistä älykkyyttä säätelevien geenien kanssa. Perhetausta on yhteydessä ympäristövaikutuksiin, jotka muovaavat lapsen käyttäytymistä ja tapaa olla vuorovaikutuksessa.

Matematiikan merkitys on tärkeä jokaiselle ja osaamista on tutkittu paljon kansainvälisesti. PISA-tutkimuksissa on tutkittu 15-vuotiaiden koulumenestystä ja taustatekijöitä. PISA-tutkimuksia on tehty vuodesta 2000 alkaen ja matematiikan tulosten osalta suomalaisten nuorten kehitys on ollut laskeva. Vuonna 2012 PISA-tutkimusten pääpaino oli matematiikassa, 2015 luonnontieteissä ja 2018 äidinkielessä (Opetus- ja kulttuuriministeriö, 2019). Vuodesta 2003 alkaen suomalaisten PISA-tulokset ovat matematiikan osalta olleet laskussa. Vuoden 2018 PISA-tuloksista käy ilmi matematiikan osalta, että suomalaisten osaamistaso on pysynyt samana verrattuna vuoden 2015 tuloksiin. Parhaimmillaan tuloksissa matematiikan osalta suomalaiset ovat sijoittuneet toisiksi, mutta vuonna 2015 sijoitus oli 13. (Opetus- ja kulttuuriministeriö, 2016.) Vuoden 2018 PISA-tuloksista käy ilmi, että vanhempien koulutus, ammatti ja sosioekonominen tausta, jotka indikoivat kodin varallisuutta, olivat yhteydessä lapsen lukutaitoon (Opetus- ja kulttuuriministeriö, 2019).

TIMMS (Trends In Mathematics and Science Study) -tutkimuksissa on tutkittu 4. ja 8. luokkalaisten oppilaiden menestystä luonnontieteissä ja matematii-

kassa. Vuonna 2016 kansainvälisen TIMMS-tutkimuksen mukaan erityisesti hyvillä perustaidoilla, vanhemman ammattiasemalla ja koulutustaustalla on positiivinen yhteys matematiikan osaamiseen. Perhetausta luo pohjaa lapsen koulunkäynnille. Perhetaustaan vaikuttaa aineelliset ja sosiaaliset resurssit.

Riskitekijöillä tarkoitetaan tässä tutkimuksessa tekijöitä, jotka hankaloittavat matematiikan taitojen oppimista. Aiemman näytön pohjalta riskitekijöitä matematiikan taitojen oppimisessa voivat olla: matematiikan oppimisvaikeus (Geary, 1993), motivaatiotekijät (Salminen, 2016; Sorvo ym., 2017), kognitiiviset ja perinnölliset tekijät (Geary, 2011). Kognitiiviset taidot, kuten työmuisti, ovat yhteydessä laskusujuvuuden kehitykseen ja yksilöllisiin eroihin (Bailey, Littlefield, & Geary, 2012). Bergin ja Hutchinsonin (2010) mukaan yhteenlaskusujuvuuden vaihtelu selittyy täysin työmuistilla. Työmuistin roolia matematiikan taidoissa on tutkittu runsaasti ja pitkään (esim. Baddeley, 1992; Gathercole & Pickering, 2000; Geary, 1993,2004; Swanson & Kim, 2007) ja sen yhteydelle matematiikan sujuvuuteen on runsaasti näyttöä. Työmuistilla on merkittävä rooli matemaattisten taitojen oppimisessa, sillä aritmeettisten taitojen oppiminen edellyttää työmuistin käyttöä (Swanson & Kim, 2007).

Työmuistin keskusyksikkö toimii työmuistin aivoina ja sen rooli nähdään merkittävänä ongelmanratkaisuprosesseissa ja päätöksenteossa (Baddeley, 1986). Gearyn (2004, 2011) mukaan matematiikan haasteiden on todettu olevan yhteydessä työmuistin keskusyksikön toimintaan. Monet laskustrategiat pohjaavat muistista palauttamiseen (Geary, 2004) ja pääsy pitkäkestoisen muistin numerofaktoihin heijastuu sujuvuuteen (Berg & Hutchinson, 2010). Muistista palauttamisessa käytetään taas pitkäkestoista muistia (Howell, Sidorenko & Jurica, 1987). Jos lapsella on vaikeuksia työ- tai pitkäkestoisenmuistin kanssa, voi laskusujuvuuden ja -strategioiden kehittyessä tulla eteen haasteita.

Nopea sarjallinen nimeäminen (Rapid Automatized Naming, RAN) tarkoittaa kykyä tunnistaa ja nimetä nopeasti tuttuja ja sarjallisesti esitettyjä visuaalisia ärsykkeitä (Denckla & Rudel, 1974). RAN:illa on yhteys laskemisen sujuvuuteen ja se on ennustava tekijä myöhemmille matemaattisille taidoille (Koponen, Salmi, Eklund & Aro, 2013). RAN ja prosessointinopeus ovat osittain päällekkäisiä taitoja ja niitä mitataan samoilla testeillä (Fuchs ym., 2008). Prosessointinopeus on

laskennallisten taitojen ainutlaatuinen indikaattori (Fuchs ym., 2008; Petrill ym., 2012).

Bergin ja Hutchinsonin (2010) mukaan prosessointinopeus yhdistetään usein sujuvuuteen päässälaskuissa. Gearyn (2011) mukaan prosessointinopeus selittää yhteenlaskusujumattomuutta lapsilla, joilla on matematiikan oppimisvaikeus. RAN:in on todettu olevan yhteydessä laskutaitoon (Koponen ym., 2016) ja lukutaitoon (Georgiou, Parrila & Liao, 2008). Lisäksi nopean sarjallisen nimeämisen ohella työmuisti, luettelointitaidot, prosessointinopeus ja virheettömyys ovat yhteydessä laskusujuvuuteen (Aragon ym., 2016).

Matemaattisten taitojen kehitys on yksilölle merkityksellistä ja niiden kehitystä tulee seurata läpi alakoulun. Matematiikan taitojen tukeminen varhaisessa vaiheessa on tärkeää matematiikan kumulatiivisuuden takia (Fuchs ym., 2006). Varhainen tunnistus mahdollistaa tuen sitä tarvitseville. Matematiikan taitojen kehittymiseen on yhteydessä monia muitakin taitoja ja taustatekijöitä. Monia tekijöitä ei ole otettu huomioon. Tässä tutkimuksessa ei tarkasteltu erityisopetuksen yhteyttä kehitykseen. Lisäksi vaikeuksia lukemisessa tai kirjoittamisessa ei otettu huomioon tutkittaessa matematiikan taitojen kehitystä. Työmuistia ei tarkasteltu osana yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitystä. Nopean sarjallisen nimeämisen yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuteen tai familiaalisiin riskiryhmiin ei tutkittu. Näiden tekijöiden yhteydestä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuteen on kuitenkin aiempien tutkimusten pohjalta vahvaa näyttöä.

Tässä tutkimuksessa tutkittiin perhetaustan yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen sekä tavoitteena oli tuottaa lisää tietoa siitä, mikä yhteys perhetaustalla on yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen. Tässä tutkimuksessa tutkittiin matematiikan taitojen kehitystä 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle. Tässä tutkimuksessa keskityttiin tutkimaan familiaalisen riskin yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen ja monia muita riskitekijöitä ei otettu huomioon. Tämä tutkimus käsittelee yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitystä 1.—2. luokan keväälle. Tutkimuksen aineisto on kerätty osana FLARE-projektia, joka esitellään tarkemmin tutkimuksen toteutusta käsittelevässä luvussa.

Aluksi käsitellään varhaisten matemaattisten taitojen ja laskusujuvuuden kehitystä sekä näiden riskitekijöitä. Tästä edetään käsittelemään familiaalista riskiä, joka jaetaan geneettiseen ja ympäristövaikutuksien periytyvyyteen. Tutkimuksen tavoitteena on tuottaa lisää tietoa perhetaustan yhteydestä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen. Familiaalista riskiä on mitattu tässä tutkimuksessa lapsen perheessä tai suvussa esiintyneillä matematiikan oppimisen haasteilla. Lisäksi tarkastellaan yhteen- tai vähennyslaskusujuvuuden riskin yhteyttä familiaaliseen riskiin. Lopuksi tarkastellaan lapsen sukupuolen yhteyttä familiaaliseen riskiin ja laskusujuvuuden riskiin.

2 VARHAISTEN MATEMAATTISTEN TAITOJEN KEHITYS JA TAUSTATEKIJÄT

2.1 Varhaisten matemaattisten taitojen oppiminen

Matematiikan perustaidot koostuvat osataidoista (Dowker, 2005) ja kehitys alkaa jo varhain lapsuudessa. Yksi tärkeimmistä perustaidoista on lukujonotaidot (Aunio, Hannula & Räsänen, 2004; Aunola ym., 2004; Baroody 1987). Koponen (2008) määrittelee peruslaskutaidoiksi aritmeettiset laskut eli yhteen- ja vähennys- sekä kerto- ja jakolaskut. Matematiikan taitojen osaaminen kertyy vähitellen. Butterworthin (2005) mukaan taitojen kehityksen ymmärtäminen on haastavaa, sillä yhden osa-alueen hallitseminen vaatii samanaikaisesti useita erilaisia taitoja. Perustaidot luovat pohjan haastavammista tehtävistä selviämiselle, päivittäisille laskuille ja menestymiselle työelämässä (Ball ym., 2005). Vaikeudet perustaidoissa näyttäytyvät useimmiten silloin, kun niitä tulisi soveltaa haastavammissa tehtävissä (Geary, 2004).

Laskutaidon oppiminen on monivaiheinen sarja. Laskemaan oppiminen tarkoittaa lukujen järjestyksen oppimista lukusanoilla, jotka ovat alle 20 ja kieliopin sekä struktuurin ymmärrystä suuremmilla luvuilla (Fuson, 1988). Matemaattinen tietoisuus on aluksi epätarkkaa ja konkreettista. Tiedon ja taidon kart-

tuessa vähitellen muodostuu tietoisuudesta abstraktimpaa ja tarkempaa. (Baroody, 1987) Matemaattisten taitojen kehitystä on tutkittu monessa pitkittäistutkimuksessa (esim. Aragon, Navarro & Aguilar 2016; Aunola ym., 2004; Desoete & Grégorie, 2006; Hannula, Räsänen & Lehtinen, 2007; Jordan ym., 2007).

Matematiikan taitojen kehitykseen tulee kiinnittää huomiota jo varhaisessa vaiheessa. Varhaiset matematiikan taidot enteilevät vahvasti myöhempää matemaattista oppimista ja osaamista (Aunola ym., 2004; Koponen, Eklund & Salmi, 2018; Koponen ym., 2016; Väisänen 2017). Matematiikan taitojen kehitys etenee hierarkkisesti (Aunola ym., 2004; Hannula & Lepola 2006) ja kumulatiivisesti (Fuchs ym., 2006). Matematiikan taitojen kumulatiivisuudella tarkoitetaan jo aiemmin opitun tiedon päälle rakentuvia hierarkkisesti monimutkaisempia taitoja (Butterworth 2005; Räsänen, 2012). Yhteen- ja vähennyslasku liittyvät vahvasti toisiinsa. Ymmärtääkseen vähennyslaskuja on lapsen ymmärrettävä yhteenlaskun yhteys (LukiMat, 2019). Oppikirjat lähtevät lähes aina liikkeelle yhteenlaskun opettamisesta (esim. Milli & Tuhattaituri). Lapsille on taitoa opetellessa luonnollista lähteä liikkeelle numerosta yksi ja luetella lukuja eteenpäin. Taaksepäin luettelointia harjoitellaan yleensä vasta myöhemmässä vaiheessa. Yhteen- ja vähennyslasku ovat toisilleen käänteisiä laskuja (esim. 2 + 2 = 4, 4 - 2 = 2), joten niiden kehitys kulkee samanaikaisesti.

Ennen 1. luokkaa lapsi oppii runsaasti matemaattisia taitoja. Lapsen kehitys ja oppiminen alkavat heti syntymän jälkeen. Lukumäärien hahmotusta pidetään synnynnäisenä kykynä (Aunola ym., 2004). Matemaattinen osaaminen alkaa kehittyä varhaisessa vaiheessa. Ennen koulun alkua lapsille kehittyy merkittävä määrä lukuihin ja lukumääriin sekä niiden käyttöön liittyviä taitoja (Aunio, 2008). Lapsi erottaa pieniä lukumääriä (1—3) jo puolen vuoden ikäisenä (Xu & Spelke, 2000). Mekaanisella laskutaidolla tarkoitetaan kykyä toistaa lukusanoja eteen- ja taaksepäin. Se on varhainen lukutaito, joka alkaa kehittyä noin kahden vuoden ikäisenä. (Koponen ym., 2018) Lukusanojen luettelu opitaan noin viiden vuoden iässä ja samalla lapsi alkaa ymmärtämään, että laskettavat merkataan vain kerran lasketuiksi ja lukumääräksi tulee viimeisenä lausuttu lukusana (Butterworth, 2005). Matemaattisten taitojen kehityksen keskeinen vaihe on, kun

lapsi oppii yhdistämään lukumääräisyydentajun numerosymboliin (Aunola ym., 2004).

Suomalainen esikoululainen hallitsee yleensä seuraavat matemaattiset tehtävät:

1) Lukusanojen luettelu eteen- ja taaksepäin lukualueella 1—20
2) Lukujen luettelu annetusta luvusta eteen- ja taaksepäin lukualueella 1—10
3) Numeron vastaavuus lukumäärään lukualueella 0—10
4) Lukumäärän laskeminen alueella 1—20
5) Suuntiin ja järjestyksiin liittyvät käsitteet (esim. pienempi ja suurempi, ennen ja jälkeen, eteen- ja taaksepäin)
6) Vertailukäsitteet (enemmän, vähemmän, yhtä paljon, eniten ja vähiten). (Aunio, 2008.)

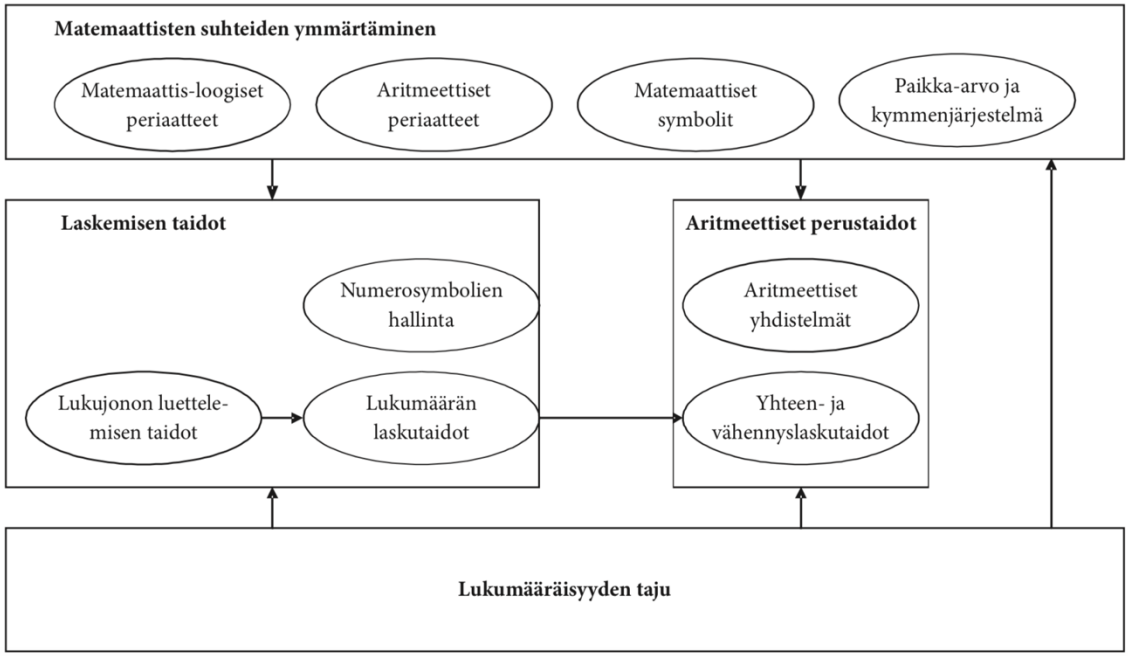
Nämä taidot opitaan yleensä jo ennen 1. luokkaa. Taitojen harjoittelun määrässä voi olla suuria eroja (Aunio, 2008), mikä on yhteydessä niiden kehitykseen. Monet tutkijat ovat jaotelleet matematiikan taitojen oppimista (esim. Aunio & Räsänen, 2016; Butterworth, 2005; Koponen ym., 2018). Seuraavaksi esitellään eri tutkijoiden tapoja jaotella laskemaan oppiminen.

Butterworth (2005) erittelee laskemaan oppimisen kolmeen vaiheeseen: 1) kaiken laskeminen, 2) ensimmäisestä luvusta aloittaminen ja 3) suuremmasta luvusta aloittaminen. Kaiken laskemisessa (esim. 2 + 3) lapsi aloittaa laskemisen aina luvusta yksi ja laskee ensin ensimmäiseen lukuun (2), minkä jälkeen yksitellen lisää yhteenlaskettavan verran lukuyksiköitä (esim. 3, 4, 5). Kun lapsi aloittaa ensimmäisestä luvusta (esim. 2 + 8), hän ei vielä hahmota, että luettelointi olisi lyhyempi (vrt. 8 + 2), jos aloitus olisi suuremmasta luvusta (Geary, Hamson & Hoard, 2000). Viimeisessä vaiheessa lapsi aloittaa yhteenlaskun suuremmasta yhteenlaskettavasta (Butterworth, 2005). Harjoittelun myötä matemaattiset taidot alemmilla tasoilla automatisoituvat (Hannula & Lepola, 2006).

Koponen ym. (2018) puolestaan ovat jaotelleet laskemisen oppimisen seuraaviin vaiheisiin:

1. Sarjoitustaitojen varhaisessa vaiheessa, joka tapahtuu lapsen ollessa noin kaksivuotias, lapset laskevat sanallisesti numeroita järjestyksessä aloittamalla aina alusta. He sanovat lukusanoja, mutta eivät ymmärrä yhteyttä sanan ja lukumäärän välillä. Lukusanoja ei ymmärretä erillisiksi sanoiksi vaan listaksi.
2. Vähitellen jokainen lukusana erotetaan ja lapsi oppii laskemaan kymmeneen ja sen jälkeen kahteenkymmeneen, minkä jälkeen opitaan laskemaan yhä suuremmilla luvuilla. Tätä vaihetta kutsutaan murtumattomaksi luettelotasoksi. Lapsi ei siis ole vielä saavuttanut tasoa, jollan pystyisi aloittamaan laskemisen haluamastaan numerosta, vaan hän aloittaa laskemisen aina luvusta yksi.
3. Harjoittelun avulla taito automatisoituu ja laskeminen voidaan aloittaa muista luvuista kuin yksi. Tätä vaihetta kutsutaan hajoavaksi ketjuksi.
4. Laskemisessa voidaan hyödyntää erilaisia sääntöjä yhteen- ja vähennyslaskussa (esim. 2, 4, 6…). Tätä vaihetta kutsutaan kaksisuuntaiseksi ketjuksi.

Aunio ja Räsänen (2016) ovat sisällyttäneet matemaattisten taitojen kehitykseen neljä keskeistä taitoaluetta, jotka opitaan 5—8 vuoden iässä. Nämä taitoalueet ovat: lukumääräisyydentaju, matemaattisten suhteiden hallinta, laskemisen taidot ja aritmeettiset perustaidot. Erityisesti perusaritmetiikan taidot ennustavat myöhempää matematiikan osaamista (Aunola ym., 2004).



KUVIO 1. Neljä varhaista matemaattista taitorypästä (Aunio, 2008; Aunio & Räsänen, 2016; LukiMat, 2019).

Aunio ja Räsänen (2016) ovat jakaneet varhaiset matemaattiset taidot neljään päätaitoryppääseen, jotka ovat: 1) lukumääräisyydentaju, 2) laskemisen taidot, 3) aritmeettiset perustaidot ja 4) matemaattisten suhteiden ymmärryksen taidot (Kuvio 1). Lukumääräisyydentajulla tarkoitetaan kykyä hahmottaa lukumäärät ilman ääneen laskemista. (Aunio & Räsänen, 2016). Tämä edellyttää monien eri osaprosessien onnistumista (Butterworth, 2005). Laskemisen taitoihin kuuluvat numerosymbolien hallinta, lukumäärien määrittäminen laskemalla ja lukujonojen luettelointitaidot (Aunio, 2008; Aunio & Räsänen, 2016). Matemaattisten suhteiden hallinnan rypäs pitää sisällään matemaattisloogiset taidot, aritmeettiset periaatteet, matemaattiset symbolit, paikka-arvon ja kymmenjärjestelmän. Aritmeettisia perustaitoja ovat yhteen-, vähennys, kerto- ja jakolaskut sekä laskustrategiat ja aritmeettiset yhdistelmät. (Aunio & Räsänen, 2016.) Lapsilla, joilla on matematiikan ja lukemisen tai pelkästään matematiikan oppimisvaikeus, on todennäköisesti haasteita neljän taitoryppään kehityksessä (Aunio, 2008).

Perusopetuksen alussa kehittyvät taidot luovat pohjan matematiikan oppimiselle (Aunio, 2008). 1. ja 2. luokan aikana lapsen oppimisen tavoitteet on määritelty Suomessa perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014). Matematiikan opetuksen tavoitteet 1.—2. luokalla ovat peruslaskutoimitusten ymmärrys luonnollisilla luvuilla, kymmenjärjestelmän hahmotus ja lukumääräisyyden ymmärrys (Opetushallitus, 2014). 1. luokan aikana kehittyy monia muita taitoja ja aiemmat taidot tulevat sujuvammiksi matematiikan osalta harjoituksen myötä. Gearyn ym. (2000) mukaan lapset alkavat valitsemaan laskustrategioita 7—8 -vuotiaina eli 1. ja 2. luokan aikana. Aunolan ym. (2004) mukaan lasten väliset osaamiserot ovat suuria 1. luokalla. Osaamiserot kasvavat siirryttäessä vuosiluokalta toiselle (Aunio, 2008).

Matemaattiset osataidot kehittyvät eri tahtiin ja yksilöiden välillä erot voivat olla suuria. Oppilas voi pärjätä hyvin yhdessä osataidoista (esim. geometria), mutta hänellä voi olla vaikeuksia muissa osa-alueissa. (Dowker, 2015.) Aunolan ym. (2004) mukaan mitä heikommat varhaiset matematiikan taidot lapsella on, sitä todennäköisemmin hänellä on vaikeuksia myöhemminkin matematiikan opiskelussa. Matematiikan taitotaso vaikuttaa tutkimusten valossa melko pysyvältä. Lapset, jotka tulevat varhaiskasvatukseen heikoilla aritmetiikan taidoilla, pysyvät vertaistensa perässä tulevinakin kouluvuosina. (Aunola ym., 2004.) Monien tutkimusten mukaan peruskoulun alussa havaitut tasoerot ovat pysyviä, eivätkä ne näytä kaventuvan, vaan voivat jopa kasvaa (Aunola ym., 2004; Salminen 2016).

Matematiikan oppimisvaikeudesta puhuttaessa tulee ymmärtää, että kyseessä on varsin heterogeeninen ilmiö ja ne voivat näkyä eri osataidoissa (LukiMat, 2019; vrt. Dowker 2015). Yleisimmin, jos lapsella on matematiikan oppimisvaikeus, hänellä on vaikeuksia aritmeettisten yhdistelmien eli faktojen hallinnassa (Geary, 1993), mikä heijastuu lisäksi laskusujuvuuteen (Locuniak & Jordan, 2008). Usein lapsi ei pysty vuosien harjoittelunkaan jälkeen hakemaan peruslaskutoimituksia (esim. 5 + 2) suoraan muistista (LukiMat, 2019). Mazzoccon, Devlinin ja McKenneyn (2008) mukaan lapset, joilla on matematiikan oppimisvaikeus, suoriutuivat heikommin matematiikan sujuvuustesteissä verrattuna tyy-

pillisesti suoriutuviin lapsiin. Matematiikan oppimisvaikeuden ja heikkojen taitojen taustalta on löytynyt perinnöllisiä tekijöitä (Geary, 2011). Peruslaskutaitojen sujumattomuutta pidetään merkkinä matematiikan oppimisvaikeudesta (Geary, 2004). Matematiikan oppimisvaikeutta pidetään melko yleisenä. Koululaisista jopa 5—7 %:lla on arvioitu olevan matematiikan oppimisvaikeus (Räsänen, 2012). Lisäksi avaruudellinen hahmottaminen ja kirjaintuntemus ennustavat lapsen taitotasoa aritmeettisessa sujuvuudessa (Zhang ym., 2014).

Monet tekijät vaikuttavat matematiikan oppimiseen. Kansainvälisesti matematiikan oppimisvaikeudelle on monia määritelmiä. Tautiluokituksista käytössä on erityisesti maailman terveysjärjestön ICD 10 (WHO, 1992) ja Yhdysvaltojen Psykiatriayhdistyksen DSM-IV (American Psychiathric Association, 2000) määritelmät, jotka sisältävät matematiikan oppimisvaikeudelle diagnostiset piirteet. ICD-10 käytetään termiä ”Laskemiskyvyn häiriö” ja DSM-IV käyttää matematiikan oppimisvaikeudesta termiä ”Matematiikkahäiriö”, johon liittyvät diagnostiset kriteerit (American Psychiathric Association 2000; LukiMat, 2019; WHO, 1992). Molemmissa määritelmissä vaikeudet näyttäytyvät jo peruslaskutaidoissa. Diagnooseissa varhaiset matemaattiset taidot, kuten geometria, mittaaminen ja hahmottaminen ovat osana, vaikka aritmetiikan taidot ovat diagnoosien keskiössä. (American Psychiathric Association, 2000.)

Taustatekijät ja syyt matematiikan oppimisen haasteissa ja oppimisvaikeuksissa ovat moninaisia. Vaikeus muistaa aritmeettisia faktoja nähdään laskemisen ydinongelmana (Geary, 1993). Jo koulun alkuvaiheessa motivaatiotekijät alkavat vaikuttaa lapsen tuloksiin (Aunio, 2008). Lisäksi peruslaskutoimitusten sujuvuuden ongelmia pidetään toisena ydinongelmana (Geary, 1993; Vukovic & Siegel, 2010). Kognitiivisista tekijöistä mekaanisen laskutaidon taustalla olevista tekijöistä on vielä vähän tietoa (Koponen ym., 2018). Lapsilla, joilla on todettu matematiikan oppimisvaikeus, on suuria haasteita varhaisissa numerotaidoissa ja perusaritmetiikan osaamisessa (Mazzocco, 2007). Matematiikan taitojen oppiminen on yksilöllistä ja monet tekijät vaikuttavat oppimiseen.

Kun matematiikan oppimisessa on haasteita, voi lapsi kokea matematiikan oppimisen ja opiskelun entistä negatiivisemmin. Ahdistus matematiikkaa koh-

taan määritellään jännityksen ja ahdistuksen tunteiksi, jotka johtuvat numeroiden manipuloinnista ja matemaattisten ongelmien ratkaisuista. Matematiikka-ahdistus voi näyttäytyä erilaisissa aktiviteeteissä. (Richardson & Suinn, 1972.) Nuorilla lapsilla sukupuolella ei ollut merkitystä matematiikka-ahdistuksen kokemisessa (Dowker, Bennett & Smith, 2012). Sorvon ym. (2017) mukaan lapset kertovat matematiikka-ahdistuksesta jo 1. luokalla ja toisella luokalla ahdistus oli yhteydessä huonompaan laskusujuvuuteen. Toisaalta Dowkerin ym. (2012) mukaan matematiikka-ahdistuksella ei ollut yhteyttä lapsen suoriutumiseen matematiikassa, vaikka matematiikka-ahdistus kasvaa iän myötä.

Monissa tutkimuksissa on tutkittu lapsen sukupuolen yhteyttä matematiikan osaamiseen ja sujuvuuteen (esim. Aunio & Niemivirta, 2010; Aunola ym., 2004; Carr & Jessup, 1997; Hannula & Lepola, 2006) ja tutkimustulokset ovat olleet vaihtelevia. Tyttöjen ja poikien matemaattisten taitojen hallinnassa on todettu joissakin tutkimuksissa olevan eroa (esim. Hannula & Lepola 2006, Aunola ym., 2004). Aunola ym. (2004) ja Metsämuuronen (2013) havaitsivat tutkimuksissaan poikien kehittyvän nopeammin esiopetuksen ja alakoulun aikana tyttöihin verrattuna. Hannulan ja Lepolan (2006) tutkimuksessa tutkittiin tyttöjen ja poikien matematiikan taitojen kehittymistä kolmen vuoden ajan. Tutkimus aloitettiin ennen esikoulua ja se kesti 2. luokalle asti. Tyttöjen ja poikien matemaattisten osataitojen välillä ei ollut eroa ennen 2. luokan kevättä. Tällöin poikien aritmeettiset taidot olivat paremmat kuin tyttöjen (Hannula &Lepola, 2006).

Carr ja Jessup (1997) taas ovat todenneet eroja laskustrategioiden käytössä. Heidän mukaansa tytöt käyttävät useammin konkreettisia välineitä (esim. sormia) laskujen ratkaisemisessa, kun taas pojat palauttavat muistista palauttamista useammin. Aunolan (2004) tutkimuksessa saatiin samankaltaisia tuloksia, kun tutkittiin varhaiskasvatusikäisiä lapsia. Lisäksi Väisäsen ja Aunion (2016) mukaan pojat olivat sujuvampia laskijoita kuin tytöt 2. ja 3. luokalla. Toisaalta joissakin tutkimuksissa eroja ei ole havaittu (esim. Aunio & Niemivirta, 2010; Butterworth 2005; Mononen, Aunio Hotulainen & Ketonen, 2013). Lapsen sukupuolella ei ollut yhteyttä varhaisten matemaattisten taitojen oppimisessa Aunion ja Niemivirran (2010) tutkimuksessa.

Vuoden 2015 PISA-tuloksista kävi ilmi, että oppilaista suurin osa, joiden taidot luokiteltiin kategoriaan ”erinomaisesti osaavat”, tässä aineistossa oli tyttöjä ainoastaan Suomessa (OECD, 2015). TIMMS-tutkimuksessa on vertailtu tuloksia tyttöjen ja poikien välillä. Perinteisesti pojat ovat pärjänneet tyttöjä paremmin matematiikassa saaden korkeammat pisteet, mutta viimeisen kymmenen vuoden aikana erityisesti poikien matematiikan tulokset ovat olleet jyrkässä laskussa. Tyttöjen tulokset ovat laskeneet, mutta eivät yhtä paljon kuin poikien. (TIMMS, 2016.) Kuitenkin TIMMS-tutkimuksessa (2016) osaamiserot sukupuolten välillä ovat kasvaneet, kun verrataan neljä vuotta aiemmin tehtyyn tutkimukseen.

Laskustrategioiden avulla kuvataan usein aritmeettisten taitojen kehitystä (Aunio, 2008; Fuson, 1988). Rusasen ja Räsäsen (2012) mukaan automatisoitumisella tarkoitetaan sujuvaa ja nopeaa muistiin pohjaavaa laskutapaa. Laskuja ei erikseen lähdetä laskemaan luettelemalla tai sormilla, vaan vastaus pystytään palauttamaan suoraan muistista. Laskustrategiat ovat merkittävä osa matemaattisten taitojen kehitystä. Laskustrategioiden kehityksessä vähennyslaskustrategiat ovat lapselle haastavampia kuin yhteenlaskustrategiat (Steinberg, 1985).

Laskun pienempiin osiin pilkkominen eli dekompositio on kehittyneempi laskustrategia verrattuna ääneen tai sormilla luettelemiseen (Geary 1994). Vähennyslaskustrategiat kehittyvät Ostadin (1999) mukaan siten, että lapsi alkaa laskemaan alaspäin (esim. 3 - 2, ”kaksi, yksi”) tai ylöspäin (esim. 3 - 1, ”kaksi, kolme”). Eri strategiat (esim. sormien käyttö ja luettelointi) voivat esiintyä samanaikaisesti, sillä kehitys on yksilöllistä (Rusanen & Räsänen, 2012). Kehitys etenee yksilöillä eri tahtia ja kesäkuukausina kehityksen on Pigonin (2017) mukaan todettu olevan hitaampaa. Lapset, joilla on matematiikan oppimisvaikeus, turvautuvat usein hitaampiin strategioihin ja apuvälineisiin pidempään sekä antavat vastauksia hitaammin ja epätarkemmin (Berg & Hutchinson, 2010).

Matematiikan taitojen tukeminen pohjautuu vaikeuksien varhaiseen tunnistamiseen ja puuttumiseen. Tukitoimet pohjataan kehitysriskien tuntemiseen, tarkkaan havainnointiin kehityksen aikana ja arviointiin (Aunio, 2008). Tukea pyritään tarjoamaan mahdollisimman nopeasti, kun ongelma havaitaan. Varhai-

sella tuella pyritään ehkäisemään ongelmien syvenemistä (Aunio, 2008). Perusopetuslaissa on säädetty, että ”opetuksen tulee edistää sivistystä ja tasa-arvoisuutta yhteiskunnassa” (Perusopetuslaki 628/1998, 2 §), joten tähtäimenä on kaikille tasa-arvoinen koulutus ja mahdollisuus oppimiseen.

Lapsen voimakas taipumus keskittyä numeroihin ja niihin liittyviin tehtäviin on yhteydessä parempaan laskentataitoon (Hannula-Sormunen, Räsänen & Lehtinen, 2007) eli laskeminen on sujuvampaa. Mekaaninen laskutaito on vahva enne myöhemmälle sujuvuudelle aritmetiikassa ja lukemisessa (Koponen ym., 2018). Perusnumerotaitojen hallinta pitää sisällään laskusujuvuuden sekä ymmärryksen ideoista ja matemaattisten periaatteiden taustoista (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001).

2.2 Yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus

Yhteen- ja vähennyslaskusujuvuudella tarkoitetaan tarkkaa ja nopeaa peruslaskujen hallintaa (Chong & Siegel, 2008; Locuniak & Jordan, 2008; Petrill ym., 2012). Sujuvasta laskemisesta voidaan puhua, jos lapsi pystyy palauttamaan aritmeettisia yhdistelmiä suoraan pitkäkestoisesta muistista (Rusanen & Räsänen, 2012). Joissain määritelmissä laskusujuvuuteen on lisätty tarkkuuden ja nopeuden lisäksi vaatimus, että vastaus tulee antaa ilman apuvälineitä (esim. sormilla laskemista) (Berg & Hutchinson, 2010; Siegler, 1986). Laskusujuvuutta arvioidaan usein aikapaineistetuissa testeissä oikeiden vastausten lukumäärällä (esim. Chong & Siegel, 2008; Koponen ym., 2016). Carr ja Alexeev (2011) taas ovat tutkineet reaktioaikaa, joka lapselta kuluu vastauksen antamiseen.

Laskusujuvuus on merkki hyvästä matemaattisesta osaamisesta (Geary ym., 2009) ja lapsen parempi suoriutuminen laskusujuvuudessa ennustaa parempia matematiikan taitoja jatkossa (Aunola ym., 2004). Laskusujuvuudella on yhteyttä myöhempiin matemaattisiin taitoihin (Locuniak & Jordan, 2008) ja se helpottaa myöhemmin matematiikan oppimista (Fuchs ym., 2006). Koposen ym. (2016) mukaan laskemisen sujuvuus ennustaa myöhempää lukusujuvuutta, vaikka huomioon otettaisiin klassiset ennetekijät, joita ovat fonologinen tietoisuus, nopea nimeäminen, verbaalinen lyhytkestoinen muisti ja työmuisti.

Sujuva laskutaito ei yksinään takaa eri taitojen soveltamiskykyä (Väisänen, 2017). Laskusujuvuuden merkitys lapsen myöhemmälle osaamiselle on monien tutkimusten mukaan tärkeää (Koponen ym., 2016), joten perusopetuksen opetussuunnitelmassa (2014) yhtenä tavoitteena on lapsen kehitys kohti sujuvampaa laskutaitoa (Opetushallitus, 2014). Gearyn (2011) mukaan sujuvuus perusaritmetiikan taidoissa (yhteen- ja vähennyslaskut sekä kerto- ja jakolaskut) on yhteydessä monimutkaisempien laskujen oppimiseen. Monissa laskutoimituksissa pohjalla ovat nämä perusaritmetiikan laskutoimitukset (esim. mittakaavat, funktiot ja geometria). Yksilölliset erot laskusujuvuudessa on nähtävissä jo ennen kouluikää ja erot vaikuttavat melko pysyviltä (Aunola ym., 2004; Salminen 2016). Kuitenkin Koposen (2012) tutkimuksen mukaan lapset hallitsevat sujuvan laskutaidon vasta yhdeksästä vuodesta eteenpäin lukualueella 0—20.

Laskustrategiat ovat yhteydessä laskusujuvuuden kehitykseen. Gearyn (2004) mukaan lapsen laskemisen sujuvoituminen edellyttää siirtymistä hitaista strategioista (esim. lukujen luetteleminen alusta tai sormien käyttö) kohti edistyneempiä laskutapoja tai helppojen laskujen suoraa muistista palauttamista. Laskustrategioiden käyttö etenee konkreettisesta kohti abstraktia (Rusanen & Räsänen, 2012). Konkretiaa havainnollistetaan lapselle apuvälineillä. Wangin ym. (2004) mukaan apuvälineiden saatavuuden kotona on todettu olevan positiivisesti yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen. Sujuva laskija osaa hyödyntää eri laskustrategioita tehokkaasti (Väisänen, 2017), kun taas lapsi, jonka laskusujuvuus ei ole kehittynyt yhtä hyvin, laskee yksinkertaiset laskut sormilla tai luettelemalla (Rusanen & Räsänen, 2012). Nopein ja tehokkain strategioista on täysin mielestä palauttaminen (Aragon ym., 2016; Aunio & Räsänen, 2016; Koponen, 2012; Rusanen & Räsänen, 2012). Tarkka ja nopea pienten lukumäärien hahmotus eli subitisaatio ennustaa laskusujuvuutta (Aragon ym., 2016).

Laskusujuvuutta ja -strategioita on mahdollista kehittää harjoittelulla. Aritmeettisten taitojen kehitys näkyy usein strategioiden kehityksen kautta (Aunio, 2008). Butterworthin (2005) mukaan tehokas laskustrategioiden käyttö on yhteydessä parempaan laskusujuvuuteen, mutta Väisäsen (2017) mukaan vain osa laskusujuvuutta on tehokas laskustrategioiden käyttö. Rusasen ja Räsäsen (2012) mukaan, jos lapsi ei hallitse yhteen- ja vähennyslaskuja lukualueella 0—20, on

kertotaulujen oppiminen työlästä ja hidasta sekä moninumeroisten tehtävien ratkaiseminen tuottaa haasteita. Heikot laskijat turvautuvat vielä myöhemmällä iällä luettelemiseen tai sormien käyttöön yhteen- ja vähennyslaskuissa (Geary, 2004).

2.3 Familiaalinen riski matematiikan taitojen kehityksessä

Monissa tutkimuksissa familiaalinen eli periytyvä riski pitää sisällään geneettisen ulottuvuuden lisäksi ympäristötekijöiden vaikutukset (esim. Shalev ym., 2001; Hart ym., 2010). Näiden välisiä eroja ja syy-seuraussuhteita on hankalaa todentaa. Matemaattisiin taitoihin liittyy geneettistä periytyvyyttä (Shalev ym., 2001). Familiaaliset riskit ovat yhteydessä matematiikan oppimisen lisäksi muuhunkin oppimiseen. Korkeampi familiaalinen riski matematiikan oppimisessa lisää riskiä muissakin taidoissa ja oppimisessa, sillä matematiikan taitojen kehityksen on todettu olevan vahvasti yhteydessä muissa akateemisissa aineissa menestymiseen (esim. Aunola ym., 2004). Matematiikan taitojen kehitykseen vaikuttavat geneettisten tekijöiden lisäksi ympäristötekijät (Hart ym., 2010; Mazzocco ym., 2008). Geneettistä periytyvyyttä on tutkittu paljon kaksostutkimuksilla (esim. Petrill ym., 2012), mutta erityisesti geneettisen periytyvyyden merkitystä matematiikan sujuvuuteen on tutkittu vähän (Hart, Petrill, Thompson & Plomin, 2009). Kovas, Harlaar, Petrill ja Plomin (2005) tutkivat 7 -vuotiaiden matemaattista suoriutumista kaksostutkimuksella ja totesivat matematiikan taitojen olevan erittäin periytyviä.

2.3.1 Geneettinen periytyvyys

Geneettistä periytyvyyttä on tutkittu paljon muun muassa kaksostutkimuksilla (esim. Petrill ym., 2012; Kovas ym., 2005), sisarustutkimuksilla (esim. Plomin & Daniels, 2011) ja tutkimalla adoptiolapsia (esim. Shalev ym., 2001). Kaksoset voivat olla identtisiä (monotsykoottinen) eli samamunainen, jolloin 100 % lisäaineen geneettisestä vaihtelusta tai epäidenttisiä (ditsygoottinen) eli erimunainen, jolloin vaihtelu on keskimäärin 50 % (Petrill ym., 2012). Kaksostutkimuksilla geeniperimää voidaan kontrolloida, jolloin tutkitaan ympäristön vaikutuksia.

Plomin ja Kovas (2005) ovat esitelleet teorian yleisistä geeneistä (”Generalist genes”), minkä mukaan suurin osa geeneistä, jotka ovat yhteydessä yleisiin oppimiskykyä ja -vaikeutta sääteleviin geeneihin, ovat yleisiä kolmella tavalla:

1) Geenit, jotka ovat yhteydessä yleisiin oppimiskykyihin ovat vahvasti yhteydessä lisäksi geeneihin, jotka ovat vastuussa oppimisvaikeuksista.
2) Näistä geeneistä suurin osa on yhteydessä yhteen oppimisvaikeuteen ja samanaikaisesti vaikuttavat toisiin.
3) Geenit, jotka vaikuttavat yhteen oppimisvaikeuteen ovat yhteydessä muihin oppimisvaikeuksiin.

Tämän teorian mukaan geenit ovat yhteydessä komorbiditeettiin eli oppimisvaikeuksien päällekkäistymiseen ja ne periytyvät geneettisesti. Vaikka geenit ovat yhteydessä yksilöllisiin eroihin matematiikassa, lukemisessa ja geeneissä, on mahdollista, että eri geenijoukot ovat yhteydessä näihin alueisiin. (Kovas ym., 2007.)

Hart ym. (2009) tarkastelivat yleisen kognitiivisen kyvyn, lukemisen ja matemaattisten välistä suhdetta tulosten välillä, mukaan lukien matematiikan sujuvuus. Matematiikan suorituskyvyn ajoittumattomiin mittauksiin (esimerkiksi ongelmanratkaisu) vaikuttivat pääasiassa jaetut ympäristön vaikutukset. Käyttäytymisen geenitutkimuksissa on löytynyt näyttöjä matemaattiseen sujuvuuteen (Petrill ym., 2012). Lapsen oppimiseen vaikuttaa synnynnäisten ominaisuuksien lisäksi kodin aineelliset ja henkiset resurssit, jotka luovat pohjaa muun muassa lapsen asenteen kehittymiselle (TIMMS, 2016). Petrillin ym. (2012) mukaan kaksostutkimuksista on saatu näyttöä, jonka mukaan laskusujuvuus on erillinen osa matematiikan taidoissa ja sillä on mahdollisesti geneettistä taustaa. Lisäksi yhteinen genetiikka ja ympäristö olivat yhteydessä matematiikan taitojen sujuvuuteen. Kaksoset jakavat saman kasvuympäristön. Grevenin, Kovasin, Willcuttin, Petrillin ja Plominin (2014) mukaan matemaattinen kyvykkyys oli melko periytyvää (46%). Lapsen geeniperimä, neurokognitiiviset kykytekijät ja yleiset kykytekijät vaikuttavat eniten lapsen matemaattisten taitojen kehitykseen. Motivaatiotekijät, tarkkaavuuden säätelykyky ja lapsen käsitykset omista

kyvyistään ovat tärkeitä tekijöitä matemaattisten taitojen kehityksessä. (Salminen, 2016.)

Matematiikan sujuvuuden ja nopean automatisoidun nimeämisen (RAN) välillä oli merkittävä geneettinen päällekkäisyys, mutta matemaattisen sujuvuuden ja lukuharjoitusten välillä ei ollut merkittävää yhteyttä (Petrill ym., 2012). Matemaattinen sujuvuus on osoittanut merkittävää geneettistä yhteyttä (Petrill ym., 2012). Matemaattisen sujuvuuden vaihtelusta suuri osa on periytyvää ja nämä geneettiset vaikutukset liittyvät sujuvuuden nimeämistä koskeviin mittauksiin (Petrill ym., 2012). Nämä päällekkäiset geneettiset vaikutukset ovat johdonmukaisia aikaisemman työn kanssa, joka viittaa siihen, että matematiikan sujuvuuteen voi liittyä oppimisen perusmekanismeja, jotka vaikuttavat moniin alueisiin, kuten pitkäaikaisen muistista palauttamiseen (Petrill ym., 2012).

Matematiikan sujuvuus, vaikka se liittyy vahvasti muihin matematiikan osatekijöihin, voi olla geneettisesti erillinen ulottuvuus matemaattiselle suoriutumiselle (Petrill ym., 2012). Ihmisen käyttäytymisgenetiikan tutkimuksissa on ilmennyt yhtenä tärkeimpänä tekijänä ympäristövaikutusten tärkeys persoonallisuudelle, kognitiolle ja mielenterveydelle (Plomin & Daniels, 2011).

2.3.2 Ympäristötekijöiden periytyvyys

Ympäristötekijät ovat yhteydessä lapsen kehitykseen ja kasvuun sekä käyttäytymiseen. Plominin ja Danielsin (2011) mukaan ihmisen käyttäytymisgenetiikan yksi tärkeimmistä havainnoista liittyy ennemmin ympäristöön kuin perinnöllisyyteen. Heidän mukaansa ympäristö muovaa saman perheen lapsista erilaisia. Periytyvyys liittyy vahvasti perheeseen geenien ja ympäristön osalta. Perhetausta on yksi merkittävä ympäristötekijä.

Weisner ja Gallimore (1994) ovat kehittäneet ekokulttuurisen teorian -mallin CHILD-tutkijaryhmässä, jonka mukaan oleellista lapsen kehitykselle ja hyvinvoinnille on olla osana ja sitoutua toimintoihin arjessa päivittäin niin kotona kuin muissa lapselle merkityksellisissä ympäristöissä. Jokapäiväiset rutiinit tuovat lapselle ennakoitavuutta (Weisner, 2002). Weisner (1997) on jakanut arjen hallinnan ja lapsen kasvuympäristön viiteen tekijään: 1) toiminnan päämäärä ja arvot, 2) motiivit ja tunteet, 3) itse toiminta, 4) ohjeet toiminnalle ja 5) tottumukset ja

säännöt. Nämä tekijät heijastuvat lapsen kasvuympäristöön. Ekokulttuurisen teorian mukaan päivittäiset rutiinit ja niiden säilyvyys ovat lapselle merkityksellisiä. (Gallimore, Weisner, Kaufman & Bernhermer, 1993.)

Vanhempien korkeamman koulutustaustan on todettu olevan yhteydessä vanhempien luomaan kasvuympäristöön siten, että he tarjoavat kodissaan fyysisen, kognitiivisen ja emotionaalisen ympäristön, joka kannustaa lasta. Nämä vaikuttavat todennäköisesti lapsen pyrkimyksiin ja käyttäytymiseen (Dubow ym., 2009). Vanhempien sosioekonomisen tausta on todettu olevan positiivisessa yhteydessä lapsen oppimiseen ja koulusaavutuksiin (Sirin, 2005). Vanhempien korkeampi koulutustaso ennustaa lasten parempaa koulumenestystä ja käyttäytymistä (Davis-Kean, 2005; Dearing, McCartney, & Taylor, 2003; Haveman & Wolfe, 1995). Lisäksi vanhempien korkeampien koulutustasojen on osoitettu liittyvän positiivisesti laskentaan ja korkeampiin aritmeettisiin taitoihin (Koponen, Aunola, Ahonen & Nurmi, 2007).

Dubowin, Boxerin ja Huesmannin (2009) mukaan lapsen ollessa 8-vuotias vanhempien koulutustaso ennusti merkittävästi lapsen koulutuksen ja ammatillisen menestyksen 40 vuotta myöhemmin. Davis-Keanin (2005) mukaan vanhempien korkeammalla koulutuksella, mutta ei tuloilla, on positiivinen yhteys lapsen koulumenestykseen. Vanhempien koulutus oli heidän tutkimuksessaan yhteydessä saavutuksia edistävään käyttäytymiseen ja koulutusodotuksiin. Erityisesti äidin koulutustaustan on todettu olevan yhteydessä lapsen kielellisiin taitoihin, jopa silloin kun sosioekonominen tausta on kontrolloitu (Duncan & Brooks-Gunn, 1997). Chiun (2010) mukaan lapsen paremmalla matemaattisella suoriutumisella oli yhteyttä perheen sosioekonomiseen asemaan ja resurssien suurempaan määrään.

Monissa tutkimuksissa erityisesti äidin korkeamman koulutustaustan on todettu olevan yhteydessä lapsen parempaan koulumenestykseen (Davis-Kean, 2005; Duncan & Brooks-Gunn, 1997; Kärkkäinen, 2004; Mononen ym., 2013). Vanhempien koulutus ja perheen mallit vuorovaikutukseen lapsuudessa ovat yhteydessä parempaan akateemiseen menestykseen ja saavutuskeskeisiin asenteisiin (Dubow ym., 2009). Äidin käyttämä puhuttu kieli ja tarjoamat oppimistehtävät

ovat yhteydessä varhaiseen kognitiiviseen kehitykseen (Burchinal, Vernon-Feagans, Cox & Key Family Life Project Investigators, 2008).

Shimin, Felnerin ja Shimin (2000) mukaan perhetausta itsessään ei selitä oppilaiden välisiä eroja suoriutumisessa. Lapsi kopioi näkemiään käyttäytymismalleja ja mallit sosiaalisiin tilanteisiin opitaan sosiaalisissa vuorovaikutussuhteissa. Sosiaalinen perimä on kulttuurista - ja henkistä pääomaa, mikä ilmenee muun muassa käyttäytymispiirteinä ja -taipumuksina. (Kärkkäinen, 2004.) Vanhempien korkeammat odotukset lapsen koulumenestykseen ovat yhteydessä parempaan opintomenestykseen (Davis-Kean, 2005; Wang 2004). Oppilaan oma käsitys (Aunola, Nurmi, Lerkkanen & Rausku-Puttonen, 2010) vanhempien korkeammista odotuksista on yhteydessä parempaan menestykseen (Shim ym., 2000). Matematiikan taitojen osalta Aunion ja Niemivirran (2010) mukaan vanhempien koulutustausta on yhteydessä ainoastaan soveltaviin aritmeettisiin tehtäviin, eikä esimerkiksi laskusujuvuuteen. Erityisesti tehtäväsuuntautuneisuus antaa paremmat mahdollisuudet myöhempiin matematiikan taitoihin (Aunio, 2008).

Koponen ym. (2018) ehdottavat kahta eri olettamusta, mitkä ovat yhteydessä lapsen koulumyönteisyyteen. Ensimmäinen näkemys perustuu olettamukseen, jonka mukaan vanhemmat oppivat koulussa jotain, mikä vaikuttaa heidän tapaansa olla vuorovaikutuksessa lapsen kanssa. Toisen näkemyksen mukaan korkea koulutus on yhteydessä vanhempien taitoihin, arvoihin ja osaamiseen sekä ymmärrykseen koulujärjestelmästä. Lisäksi he osaavat hyödyntää näitä taitoja paremmin kotona kasvatuksessa ja opetuksessa. Varhaisen kehityksen tukemisen odotetaan johtavan positiivisempiin koulutus-, ammatillisiin ja sosiaalisiin tuloksiin aikuisina (Pungello ym., 2010).Ympäristöllä on huomattava yhteys persoonallisuuden määrittämisessä ja kehityksessä (Loehlin & Nichols, 1976).

Sosiaalisella periytyvyydellä tarkoitetaan yksilötasolla sukupolvelta toiselle siirtyviä elämänhallinnan voimavaroja. Nämä pitävät sisällään henkisiä, kulttuurisia ja sosiaalisia sekä aineellisia voimavaroja. (Kärkkäinen, 2004.) Kasvuympäristö tarjoaa lapselle erilaisia virikkeitä ja mahdollisuuksia. Kasvuympäristön yhteys matematiikan taitojen oppimiseen on noussut esille monissa tutkimuksissa (esim. Aunio & Niemivirta, 2010; TIMMS, 2016).

Lapsen kognitiiviset kyvyt ja ympäristötekijät sekä suuntautuminen ja pysyvyys työskentelyn aikana ovat yhteydessä myöhempään akateemiseen oppimiseen (Aunola ym., 2010). Tehtäväkeskeinen käyttäytyminen on positiivisessa yhteydessä koulumenestykseen, mikä liittyy hyviin akateemisiin tuloksiin, kun taas negatiivinen käytös, kuten tehtävää välttävä käyttäytyminen on yhteydessä huonoihin akateemisiin tuloksiin (Aunola ym., 2010).

3 TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli selvittää familiaalisen riskin yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen 1.—2. luokan aikana. Tuloksia tarkasteltiin sukupuolittain. Lisäksi kiinnostuksen kohteena oli tutkia familiaalisten riskiryhmien välisiä eroja yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmään kuulumisessa. Familiaalisen riskin tutkiminen auttaa ymmärtämään lapsen perhetaustan yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen. Riskitekijöiden tiedostaminen ja tunnistaminen auttaa tarkkailemaan taitojen kehitystä tarkoituksenmukaisesti.

Tutkimuskysymykset:

1. Millainen yhteys familiaalisella riskillä on lasten yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen 1.—2. luokalla?

    1.1. Onko sukupuolella yhteyttä familiaaliseen riskiin?
    1.2. Onko sukupuolella yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen?

2. Ovatko familiaaliset riskiryhmät yhteydessä yhteen- tai vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmiin 1.—2. luokalla?

4 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

4.1 Tutkimuksen konteksti

Tutkimuksessa käytetty aineisto on kerätty osana suuremman tutkimushankkeen aineistoa. Tutkimuksen aineisto on kerätty osana FLARE-hanketta (FLuency Arithmetic REading). Mittaukset toteutettiin ryhmämittauksina koulupäivän aikana 1. luokan keväällä, 2. luokan syksyllä ja 2. luokan keväällä. Hankkeen on rahoittanut Suomen Akatemia (277340). Vastuullisena johtajana tutkimuksessa toimi Mikko Aro. Hankkeessa on tutkittu aritmetiikan ja lukemisen taitojen sujuvuuden kehitystä sekä tekijöitä sujuvuusongelmien taustalla.

Koulut osallistuivat tutkimukseen vapaaehtoisesti ja huoltajien lupa pyydettiin tutkimukseen osallistumiseen. Aineisto tutkimukseen on kerätty Keski-Suomen alueelta. Koko prosessin ajan aineistoa on käsitelty siten, että yksittäisiä oppilaita on mahdotonta tunnistaa. Jyväskylän yliopiston asettamia henkilötietojen käsittelyyn annettuja ohjeita ja määräyksiä on noudatettu koko tutkimuksen ajan ja kaikki aineistoa käsittelevät ovat sitoutuneet näihin ohjeisiin. Aineistoa käsitelleet ovat sitoutuneet toimimaan hyvän tieteellisen käytännön mukaisesti. Ulkopuoliset henkilöt eivät käsitelleet tutkimusaineistoa. Tutkimuksessa käytetty aineisto on hävitetty tutkimuksen jälkeen. Kaikki työvaiheet on tehty huolellisesti ja hyviä tieteellisen tutkimuksen käytännön periaatteita noudattaen (Tutkimuseettinen neuvottelukunta, 2012).

Aineiston keruutapa on yhteydessä tutkimuksen luotettavuuteen. Tämän tutkimuksen aineiston keräsivät Jyväskylän yliopiston koulutetut avustajat, joten voidaan olettaa, että aineisto on kerätty noudattaen hyviä tieteellisen tutkimuksen käytäntöjä. Oppilaiden suoriutumiseen on saattanut vaikuttaa ryhmätestaustilanne. Kun tutkittavia jaettiin tarkasteltaviin ryhmiin, jäi otanta joissakin ryhmissä melko pieniksi, mikä on saattanut vaikuttaa tutkimuksen luotettavuuteen. Tutkimuksen otantaan on vaikuttanut sijainti sekä vapaaehtoisuus. Tutkimuksen aineisto on kerätty ainoastaan Keski-Suomen alueelta ja koulut olivat vapaaehtoisia. Näin ollen tuloksien yleistäminen kansalliselle tasolle ei ole perusteltua.

Tuloksien pohjalta saadaan tietoa ainoastaan Keski-Suomen alueelta ja ne voivat olla suuntaa-antavia muualla Suomessa. Tässä tutkimuksessa käytetyn mittaustavan (oikein lasketut laskut minuutissa) voidaan todeta olevan tarkoituksenmukainen, sillä se on yleisesti todettu soveltuvaksi sujuvuuden mittaamiseen.

4.2 Tutkittavat

FLARE-tutkimukseen osallistui alun perin 200 oppilasta. Tähän tutkimukseen valikoituivat ne oppilaat, jotka olivat tehneet testaukset kaikissa kolmessa mittauspisteessä ja heidän äidinkielensä oli suomi. Taustatietoja kerättiin jokaiselta tutkimukseen osallistuneelta huoltajien täyttämällä lomakkeella.

Kaikkien tähän tutkimukseen osallistujien vastauslomakkeista oli määriteltävissä heidän riskiryhmänsä (n = 146) eli he olivat vastanneet kyselylomakkeessa kysymykseen numero 19, jossa kysyttiin lapsen lähisuvun oppimisen pulmia. Aineistossa oli tyttöjä 78 (52,3 %) ja poikia 68 (47,7 %). Tutkittavat olivat tutkimushetkellä perusopetuksen 1.—2. luokalla. Luvussa 4.3 Mittarit ja muuttujat esitellään familiaalisen sekä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmien muodostus. Lisäksi luvussa esitellään oppilaiden lukumäärät näissä ryhmissä.

4.3 Mittarit ja muuttujat

Familiaalinen riski. Familiaaliset riskiryhmät on muodostettu kyselylomakkeen pohjalta. Kyselylomakkeen kysymyksen: ”Lapsen lähisuvussa kouluiässä esiintyneet oppimisen pulmat

a. Äidillä (biologinen)
b. Isällä (biologinen)
c. Sisaruksilla (biologinen)
d. Lähisukulaisilla (isovanhemmat, tädit, sedät, enot)”

Kysymykset kysyttiin matematiikan ja/tai laskemisen osalta sekä lukemisen ja/tai kirjoittamisen osalta. Tässä tutkimuksessa on käytetty ainoastaan vanhempien vastauksia osiosta matematiikan ja/tai laskemisen osalta. Familiaalisen riskin riskiryhmät jaettiin riskipisteiden mukaan (Taulukko 1). Riskiryhmät jaettiin kolmeen ryhmään: vähäisen -, keskimääräisen - ja korkean riskin riskiryhmiin. Vanhemmat vastasivat jokaiseen neljään kohtaan (a-d) asteikolla 0—2 (0 = ei ollenkaan vaikeuksia, 1 = jossain määrin vaikeuksia ja 2 = selviä vaikeuksia). Vanhempien vastausten mukaan laskettiin joka kohdan riskipisteet lapselle. Tässä tutkimuksessa lapset saivat 0—7 riskipistettä, jonka mukaan on muodostettu familiaaliset riskiryhmät. Lapset, jotka saivat nolla riskipistettä muodostavat vähäisen riskin familiaalisen riskiryhmän, yksi tai kaksi pistettä saaneet muodostavat keskimääräisen riskiryhmän ja kolme tai sitä enemmän pisteitä saaneet muodostavat korkean riskiryhmän (Taulukko 1).

TAULUKKO 1. Riskipisteet ja niiden perusteella muodostetut riskiryhmät.

Riskipisteet	n	%	Riskiryhmät	n	%
0	80	54.79	Vähäinen riski	80	54.79
1	27	18.49	Keskimääräinen riski	46	31.50
2	19	13.01			
3	10	6.85	Korkea riski	20	13.71
4	7	4.79			
5	2	1.37			
7	1	0.70			
Yhteensä	146	100.00		146	100.00

Yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus. Yhteen- ja vähennyslaskusujuvuutta on mitattu aikapaineistetulla testillä. Laskusujuvuutta mitattiin tässä tutkimuksessa käyttämällä kahta kokeellista laskusujuvuuden mittaria. Yhteenlaskusujuvuutta

mitattiin ensimmäisellä mittarilla (Koponen & Mononen, 2010a) ja toisella mittarilla mitattiin vähennyslaskusujuvuutta (Koponen & Mononen, 2010b). Molemmissa mittareissa oli 120 yksinumeroista laskua lukuväliltä 1—10. Tutkimusaineisto kerättiin 1.—2. luokkalaisilta oppilailta vuonna 2016 ja tutkimus toteutettiin pitkittäistutkimuksena. Mittaustilanteet olivat ryhmätestauksia. Ensin oppilailla oli kaksi minuuttia aikaa tehdä yhteenlaskuja ja tämän jälkeen kaksi minuuttia aikaa tehdä vähennyslaskuja. Tutkimusaineistosta muodostettiin summamuuttujat yhteen- ja vähennyslaskusujuvuudelle siten, että summamuuttujan lukuarvo kuvaa oikeiden vastausten määrää minuutissa eli oikeiden vastausten lukumäärä jaettiin kahdella mittausajan ollessa kaksi minuuttia.

Yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden riski. Aineistosta on muodostettu yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmät erikseen. Katkaisurajana käytettiin 25 persentiiliä, sillä monissa aiemmissa tutkimuksissa (esim. Aunola ym., 2004; Geary 2004, Mononen ym., 2013) se on todettu tarkoituksenmukaiseksi. Laskusujuvuuden riskiryhmiin kuuluivat raakapisteissä heikoimmat 25 persentiiliä eli ne lapset, jotka laskivat laskuja vähiten minuutin aikana. Yhteenlaskusujuvuuden riskiryhmään kuului 1. luokan keväällä 37 oppilasta, 2. luokan syksyllä 44 oppilasta ja 2. luokan keväällä 38 oppilasta. Vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmään kuului 1. luokan keväällä 38 oppilasta, 2. luokan syksyllä 40 oppilasta ja 2. luokan keväällä 38 oppilasta.

4.4 Aineiston analyysi

Aineistoa analysoitiin SPSS 24.0-ohjelmistolla. Aineisto oli verraten normaalisti jakautunut kaikissa osaryhmissä, joten päädyttiin käyttämään parametrisia testejä. Kuitenkin joissakin mittauksissa esimerkiksi 1. luokan osalta oli havaittavissa epäsymmetrisyyttä, joten tulokset päädyttiin tarkastamaan parametrittomilla testeillä. Päämenetelmänä tässä tutkimuksessa oli toistomittausten varianssianalyysi (aika (3), sukupuoli (2) ja familiaalinen riskiryhmä (3)), jolla tutkittiin yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitystä 1. —2. luokalla. Aineistoa päädyttiin analysoimaan tällä menetelmällä, sillä tutkittavana oli koko ajan sama

joukko eri ajankohtina. Aineiston analyysissä käytettiin lisäksi khiin neliö (χ^2) -testiä ristiintaulukoinnissa. Odotusarvojen jakautumisen merkitsevyyttä tutkittiin yksiulotteisella khiin neliö -testillä. T-testiä (kahden riippuvan otoksen t-testi ja kahden riippumattoman otoksen t-testi) ja yksisuuntaista varianssianalyysiä (Oneway ANOVA) käytettiin tarkasteltaessa tilannetta mittausajankohdittain.

Toistomittausten varianssianalyysin ennakko-oletukset tarkasteltiin. Fidellin ja Tabachnickin (2013) mukaan kaikissa osaryhmissä tulee olla aina enemmän tutkittavia kuin muuttujia. Tämä ehto täyttyi kaikilla osaryhmillä, vaikka osa ryhmistä muodostuikin melko pieniksi. He ovat lisäksi määritelleet toistomittausten varianssianalyysin käytön oletukset seuraavasti:

1) Ryhmien lukumäärän on oltava kolme tai enemmän.
2) Kaikki X:t on oltava epäjatkuvia ja Y:t jatkuvia sekä varianssien on oltava yhtä suuria.
3) Kun otoskoot ovat suuria ja suunnilleen samankokoisia (>20), voidaan toistomittausten varianssi analyysin olettaa olevan robusti.
4) Muuttujien on oltava jokaisessa alaryhmässäkin normaalisti jakautuneita.
5) Sfäärisyyden testaaminen eli kovarianssimatriiseja tulee tarkastella
6) Jos Boxin M -testi on tilastollisesti erittäin merkitsevä ($p<.001$), niin aineisto on liian homogeeninen ja robustisuutta ei toistomittausten varianssianalyysissä ole taattu.

Otoskoot ovat tässä tutkimuksessa melko suuria, joten testauksen voidaan olettaa olleen robusti. Tutkimuksessa Mauchly's sfäärisyys -testissä tulos oli tilastollisesti merkitsevä ($p<.001$), joten arvoja tulkittiin Greenhouse-Geisser taulukosta, jolloin F-arvot ovat Greenhouse-Geisser estimaatteja. Parivertailut ja jälkivertailut suoritettiin Bonferroni-korjausta käyttäen. Khiin neliö testissä käytettiin Bonferroni-korjausta, joka tunnistaa solut, jotka ovat tilastollisesti merkitsevästi myötävaikuttaneet testiin. Bonferroni-korjauksen tilastollisen merkitsevyyden taso, eli tässä tutkimuksessa 5 %, jaetaan solujen lukumäärällä. Näin väl-

tämme sattumalta tilastollisesti merkitseviksi muodostuneet solut. Näiden solujen residuaalit eli jäännökset (todellisesta arvosta vähennetään laskettu ennuste) ovat tilastollisesti merkitseviä.

Tilastollisen päättelyn riskitaso asetettiin viiteen prosenttiin ($p<.05$). Huomioon otettiin tilastollisesti suuntaa antavat tulokset ($p<.10$). Efektin kokona käytettiin eetan neliötä ja osittaista eetan neliötä. Eetan neliön (η^2) raja-arvot on määritelty seuraavasti: pieni $\eta^2 = .010$, kohtalainen $\eta^2 = .060$ ja suuri $\eta^2 = .140$ (Cohen, 1988). Eetan neliön raja-arvo lasketaan kaavalla: $\eta^2 = \frac{SS_{between}}{SS_{total}}$, kun taas osittaisen eetan neliön raja-arvo lasketaan: $\eta_p^2 = \frac{SS_{between}}{SS_{total}+SS_{error}}$, jolloin osittainen eetan neliö saa suurempia arvoja (Levine & Hullett, 2002). Levinen ja Hullettin (2002) mukaan osittaiselle eetan neliölle ei ole määritelty raja-arvoja. Tässä tutkimuksessa käytetään samoja raja-arvoja, jotka on määritelty eetan neliölle. Cohenin d:n raja-arvoina pidettiin seuraavia arvoja: ei efektiä (0-0.2), pieni (0.2-0.5), keskikokoinen (0.5-0.8) ja suuri (>0.8) (Metsämuuronen, 2011). Cramerin V:n raja-arvoina efektin koolle pidettiin: pieni .10, keskikokoinen .30 ja suuri .50. Arvot voidaan tulkita myös prosenttilukuna. (Metsämuuronen, 2011.)

Tässä tutkimuksessa pyrittiin pitämään toistomittausten varianssianalyysit mahdollisimman selkeinä, joten testit tehtiin erikseen yhteen- ja vähennyslaskusujuvuudelle. Ristiintaulukoinneissa omaksuttiin tarkka p-arvo sekä huomioitiin Bonferroni-korjaus (Shan & Gerstenberger, 2017) tilastollisesti merkitsevien jäännösten tunnistamisessa.

5 TULOKSET

Tuloksia tarkastellaan neljässä osassa. Ensimmäiseksi tarkastellaan yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitystä koko aineistossa. Toiseksi tarkastellaan yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehityksen yhteyttä familiaaliseen riskiin. Kolmanneksi tarkastellaan yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitystä sukupuolittain. Neljänneksi tarkastellaan familiaalisen riskin yhteyttä yhteen- tai vähennyslaskusujuvuuden riskiin.

5.1 Yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitys

Yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus lisääntyivät kaikkien mittauskertojen välillä eli laskuja laskettiin enemmän kuin aiemmalla mittauskerralla. Lapset laskivat enemmän yhteenlaskuja minuutissa kuin vähennyslaskuja eli yhteenlaskusujuvuuden keskiarvo oli korkeampi kuin vähennyslaskusujuvuuden. Yhteenlaskuja laskettiin tilastollisesti merkitsevästi sujuvammin kuin vähennyslaskuja. Efektin koko oli keskikokoinen 1. luokan keväällä ja 2. luokan syksyllä, mutta 2. luokan keväällä efekti oli pieni. (Liite 1.) Ensimmäisellä mittauskerralla 1. luokan keväällä oppilaat laskivat keskimääräisesti hieman alle kymmenen yhteenlaskua minuutissa. Toisella mittauskerralla 2. luokan syksyllä he laskivat keskimääräisesti hieman yli 11 yhteenlaskua minuutissa. Viimeisellä eli kolmannella mittakerralla 2. luokan keväällä oppilaat laskivat keskimääräisesti melkein 14 yhteenlaskua minuutissa. Vähennyslasku ei ollut oppilailla yhtä sujuvaa. Ensimmäisellä mittauskerralla 1. luokan keväällä oppilaat laskivat keskimääräisesti noin seitsemän vähennyslaskua minuutissa, toisella mittauskerralla 2. luokan syksyllä noin yhdeksän vähennyslaskua minuutissa ja kolmannella mittauskerralla 2. luokan keväällä noin 11 vähennyslaskua minuutissa.

Yhteenlaskusujuvuuden kehityksen interaktioista ajan, sukupuolen ja riskiryhmän interaktio oli tilastollisesti merkitsevä ($p<.01$). Efekti oli pieni. (Taulukko 2.) Jälkivertailu osoitti muutoksen tapahtuvan tilastollisesti erittäin merkitsevästi ($p<.001$) toisen ja kolmannen mittauskerran välillä. Siirryttäessä 2. luokan syksyltä 2. luokan keväälle yhteenlaskusujuvuuden osalta ajan, sukupuolen ja riskiryhmän yhdysvaikutus oli yhteydessä siihen, miten lapsen yhteenlaskusujuvuus kehittyi.

Ajan ja sukupuolen interaktio oli tilastollisesti melkein merkitsevä ($p<.05$). Efekti oli pieni. (Taulukko 2.) Muutos tapahtui jälkivertailun mukaan tilastollisesti erittäin merkitsevästi ($p<.001$) ensimmäisen ja toisen mittauskerran välillä. (Taulukko 2.) Siirtymä 1. luokan keväältä 2. luokan syksylle osoitti sukupuolen ja ajan yhdysvaikutuksen olevan yhteydessä yhteenlaskusujuvuuden kehitykseen. Ajan ja riskiryhmän yhdysvaikutus ei ollut tilastollisesti merkitsevä.

Mittauskertojen välillä eli ajan pääefekti oli tilastollisesti erittäin merkitsevä yhteenlaskusujuvuuden osalta ($p<.001$). Efektin koko oli suuri. (Taulukko 2.) Jälkivertailu osoitti, että muutos oli tilastollisesti erittäin merkitsevä kaikkien mittauskertojen välillä ($p<.001$). Oppilaat laskivat yhteenlaskuja jokaisella mittauskerralla enemmän kuin edellisellä eli aika lisäsi yhteenlaskusujuvuutta. Familiaalisen riskiryhmän pääefekti oli suuntaa antavasti merkitsevä ($p<.10$). Efektin koko oli pieni. (Taulukko 2.) Sukupuoli ei ollut tilastollisesti merkitsevä yhteenlaskusujuvuuden kehityksessä.

Vähennyslaskusujuvuuden osalta ajan, sukupuolen ja riskiryhmän interaktio ei ollut tilastollisesti merkitsevä. Ajan ja sukupuolen interaktio kehityksessä oli tilastollisesti suuntaa antava ($p<.10$). Efektin koko oli pieni. (Taulukko 2.) Ajan ja riskiryhmän interaktio ei ollut tilastollisesti merkitsevä.

Ajan pääefekti eli mittauskertojen välillä vähennyslaskusujuvuus kehittyi tilastollisesti erittäin merkitsevästi ($p<.001$). Efektin koko oli suuri. Parivertailut osoittivat, että muutos tapahtui tilastollisesti merkitsevästi ensimmäisen ja toisen sekä toisen ja kolmannen mittauskerran välillä. Riskiryhmän pääefekti oli tilastollisesti melkein merkitsevä ($p<.05$). Efektin koko oli pieni. (Taulukko 2.) Parivertailu osoitti muutoksen olevan tilastollisesti melkein merkitsevää ($p<.05$) korkean ja vähäisen familiaalisen riskin riskiryhmän välillä. Sukupuolen pääefekti ei ollut tilastollisesti merkitsevä vähennyslaskusujuvuuden kehityksessä 1.—2. luokalle.

TAULUKKO 2. Toistomittausten varianssianalyysin efektit ja efektin koot.

	F	df	p	η_p^2
Yhteenlasku				
Aika	67.65	2, 139	<.001	.33
Sukupuoli	1.43	1, 140	.235	.01
Familiaalinen riskiryhmä	2.83	2, 140	.062	.04
Interaktio: aika ja sukupuoli	4.04	2, 139	.026	.03
Interaktio: aika ja riskiryhmä	1.21	3, 278	.307	.02
Interaktio: aika, sukupuoli ja riskiryhmä	3.74	3, 280	.006	.05
Vähennyslasku				
Aika	63.02	2, 139	<.001	.31
Sukupuoli	2.61	1, 140	.109	.02
Familiaalinen riskiryhmä	3.64	2, 140	.029	.05
Interaktio: aika ja sukupuoli	2.66	2, 139	.081	.02
Interaktio: aika ja riskiryhmä	0.81	3, 278	.504	.01
Interaktio: aika, sukupuoli ja riskiryhmä	0.42	3, 280	.764	.01

HUOM. N = 146, η_p^2 = osittainen eetan neliö, taulukon arvot on tulkittu Greenhouse-Geisser estimaatteina.

Taulukossa 3 on esitetty keskiarvot ja keskihajonnat ajan, sukupuolen ja familiaalisen riskin mukaan luokiteltuina yhteenlaskusujuvuuden osalta. Ensimmäiseksi tarkastellaan mittauskerroittain, onko familiaalisten riskiryhmien yhteenlaskusujuvuuden keskiarvoilla eroja tyttöjen joukossa. Toiseksi tarkastellaan tilannetta poikien osalta.

Tyttöjen yhteenlaskusujuvuuden keskiarvot erosivat tilastollisesti merkitsevästi familiaalisten riskiryhmien välillä 1. luokan kevään mittauskerralla; F (2, 66) = 6.46, p = .003, η^2 = .14. Efektin koko oli suuri. (Taulukko 3.) Jälkivertailu osoitti, että vähäisen ja keskimääräisen riskin riskiryhmien keskiarvojen olevan tilastollisesti merkitsevästi (p<.01) korkeammat kuin korkean riskin riskiryhmän. Vähäisen ja keskimääräisen riskin riskiryhmien keskiarvojen välinen ero ei ollut tilastollisesti merkitsevä. Muilla mittauskerroilla eli 2. luokan syksyllä ja keväällä tulokset olivat tilastollisesti melkein merkitseviä; F (2, 65-66) = 4.52-4.81, p = .011-.014, η^2 = .08-.12. Efektin koko oli keskikokoinen. Näillä mittauskerroilla jälkivertailu osoitti vähäisen ja korkean riskiryhmien keskiarvojen eroavan tilastollisesti merkitsevästi (p<.01). Korkean ja keskimääräisen riskiryhmän keskiarvojen ero oli suuntaa antava (p<.10). Vähäisen ja keskimääräisen riskiryhmän keskiarvot eivät eronneet tilastollisesti merkitsevästi.

Poikien osalta familiaalisten riskiryhmien keskiarvot erosivat suuntaa antavasti 1. luokan keväällä; F (2, 66) = 2.78, p = .073, η^2 = .08. Efektin koko oli keskikokoinen. Jälkivertailu osoitti, että pojilla keskimääräisen ja korkean riskiryhmän keskiarvot erosivat toisistaan suuntaa antavasti (p<.10). Muilla mittauskerroilla poikien keskiarvot eivät eronneet tilastollisesti merkitsevästi familiaalisten riskiryhmien välillä.

Seuraavaksi tarkastellaan, millaisia yhteenlaskusujuvuuden kehityksen väliset erot ovat familiaalisten riskiryhmien välillä tyttöjen osalta ja sama tarkastelu tehdään pojille. Tytöt, jotka kuuluivat vähäiseen familiaalisen riskin riskiryhmään, kehittyivät yhteenlaskusujuvuuden keskiarvojen osalta tilastollisesti merkitsevästi; F (2, 208) = 22.04, p<.001, η_p^2 = .36. Muutos oli tilastollisesti merkitsevä kaikkien mittauskertojen välillä. Efektin koko oli suuri. Nämä tytöt laskivat yhteenlaskuja jokaisella mittauskerralla sujuvammin kuin aiemmalla kerralla. Tytöillä, jotka kuuluivat keskimääräiseen familiaaliseen riskiryhmään, kehittyivät

tilastollisesti merkitsevästi; F (2, 187) = 27.50, p<.001, η_p^2 = .55. Efektin koko oli suuri. Muutos oli tilastollisesti merkitsevästi ensimmäisen ja viimeisen sekä toisen ja viimeisen mittauskerran välillä. Korkean familiaalisen riskiryhmän osalta tyttöjen kehitys tapahtui tilastollisesti melkein merkitsevästi; F (1, 41) = 7.05, p = .011, η_p^2 = .35. Muutos oli tilastollisesti merkitsevästi ensimmäisen ja toisen sekä ensimmäisen ja viimeisen mittauskerran välillä. Efektin koko oli keskikokoinen.

Familiaalisten riskiryhmien välillä poikien yhteenlaskusujuvuuden kehityksessä ei ollut suurta vaihtelua. Pojilla, jotka kuuluivat vähäiseen familiaaliseen riskiryhmään, kehitys oli tilastollisesti erittäin merkitsevä; F (1, 38) = 34.45, p<.001, η_p^2 = .47. Efektin koko oli suuri. Muutos oli tilastollisesti merkitsevästi kaikkien mittauskertojen välillä. Keskimääräisen familiaalisen riskiryhmän pojilla, kehitys oli tilastollisesti erittäin merkitsevästi; F (2, 20) = 10.04, p<.001, η_p^2 =.32. Efektin koko oli suuri. Muutos oli tilastollisesti merkitsevästi ensimmäisen ja viimeisen sekä toisen ja viimeisen mittauskerran välillä. Pojat, jotka kuuluivat korkeaan familiaaliseen riskiryhmään, kehittyivät tilastollisesti melkein merkitsevästi; F (1) = 7.33, p = .039, η_p^2 =.60. Efektin koko oli suuri. Muutos oli tilastollisesti merkitsevästi ensimmäisen ja toisen mittauskerran välillä.

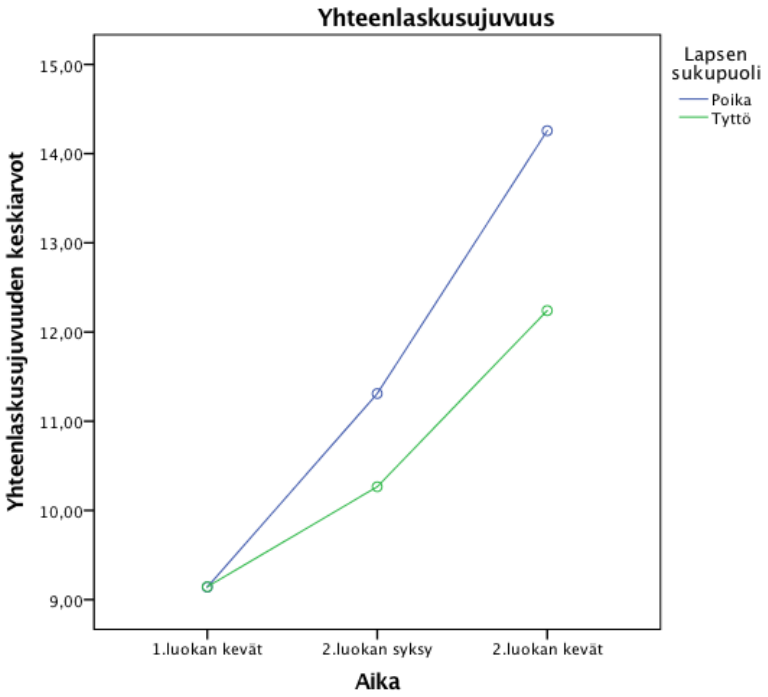
Seuraavaksi vertaillaan oppilaiden keskiarvoja samassa familiaalisessa riskiryhmässä tyttöjen ja poikien välillä. Vähäisessä familiaalisessa riskiryhmässä sukupuoli oli tilastollisesti melkein merkitsevästi yhteydessä yhteenlaskusujuvuuden keskiarvoihin 2. luokan keväällä; t (78) = 5.18, p = .026, d = .14. Pojat laskivat yhteenlaskuja sujuvammin kuin tytöt. Sukupuolella ei ollut yhteyttä yhteenlaskusujuvuuden keskiarvoihin vähäisessä familiaalisessa riskiryhmässä 1. luokan keväällä, eikä 2. luokan syksyllä. Sukupuoli oli tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä yhteenlaskusujuvuuteen keskimääräisen familiaalisen riskin riskiryhmässä 2. luokan syksyn mittauskerralla; t (45) = 2.95, p = .005, d = .85. Tällä mittauskerralla pojat laskivat yhteenlaskuja sujuvammin kuin tytöt. Sukupuolten keskiarvojen välillä ei ollut vaihtelua yhteenlaskusujuvuuden keskiarvoissa muilla mittauskerroilla keskimääräisen riskin familiaalisessa riskiryhmässä. Sukupuoli oli yhteydessä yhteenlaskusujuvuuden keskiarvojen vaihteluihin korkeassa familiaalisessa riskiryhmässä tilastollisesti melkein merkitsevästi 2. luokan

syksyllä; $t\ (18) = 4.90$, $p = .040$, $d = .16$ ja 2. luokan keväällä tilastollisesti erittäin merkitsevästi; $t\ (18) = 16.10$, $p = .001$, $d = .52$. Kummallakin mittauskerralla pojat laskivat keskimääräisesti enemmän yhteenlaskuja.

TAULUKKO 3. Yhteenlaskusujuvuuden keskiarvot luokiteltuina ajan, sukupuolen ja familiaalisen riskiryhmän suhteen.

	Kaikki		Tytöt								Pojat							
			Kaikki		Vähäinen riski		Keskimääräinen riski		Korkea riski		Kaikki		Vähäinen riski		Keskimääräinen riski		Korkea riski	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
1. luokka kevät	9.76_{a}	3.68	9.66_{a}	3.44	11.01_{a}	3.47	8.81_{a}	2.94	7.61_{a}	2.68	9.79_{a}	3.96	9.61_{a}	3.71	10.98_{a}	4.04	6.83_{a}	4.17
2. luokka syksy	11.14_{b}	4.52	10.80_{b}	4.83	12.18_{b}	4.31	9.48_{ab}	5.25	9.14_{b}	5.56	11.50_{b}	4.83	10.80_{b}	4.31	13.30_{b}	5.25	9.83_{b}	5.56
2. luokka kevät	13.73_{c}	5.84	12.93_{c}	6.79	14.20_{c}	7.36	12.52_{c}	5.20	10.00_{bc}	8.84	14.65_{c}	6.79	15.09_{c}	7.36	14.18_{bc}	5.20	13.50_{abc}	8.84

Huom. N = 146. Ne sarakkeet, joilla ei ole yhteistä alaindeksiä, erosivat toisistaan tilastollisesti merkitsevästi ($p<.05$). Sarakekeskiarvot on testattu toistomittausten varianssianalyysillä ja rivikeskiarvot parittaisten otosten t-testillä.

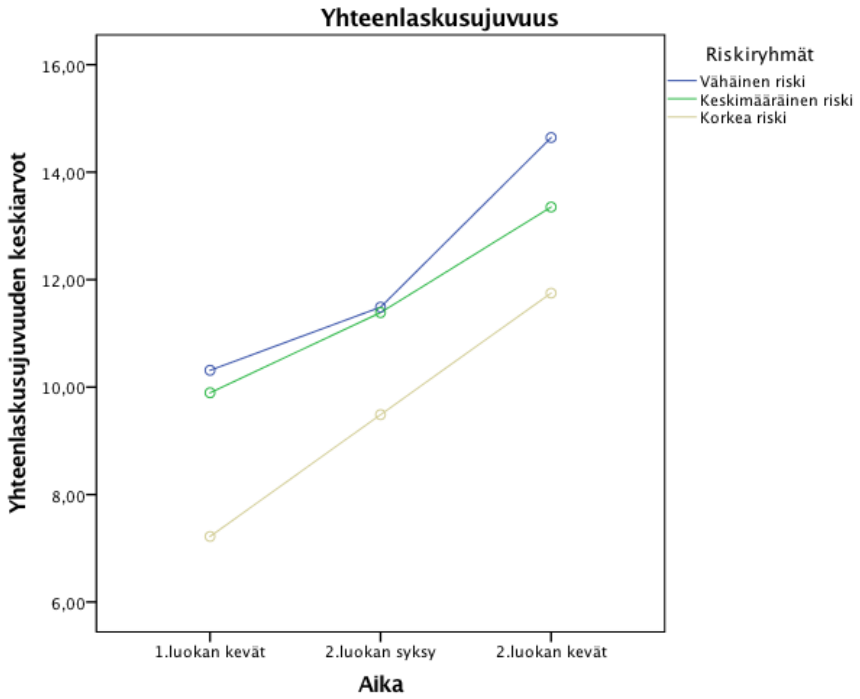


KUVIO 2. Yhteenlaskusujuvuuden kehitys sukupuolittain.

Kuviossa 2 on esitetty yhteenlaskusujuvuuden kehitys sukupuolittain 1.—2. luokalla. Seuraavaksi tarkastellaan tyttöjen ja poikien yhteenlaskusujuvuuden kehitystä koko aineistossa. Tämän jälkeen tarkastellaan tyttöjen ja poikien keskiarvojen eroja mittauskerroittain. Tyttöjen yhteenlaskusujuvuuden keskiarvot erosivat toisistaan tilastollisesti erittäin merkitsevästi; F (2, 415) = 51.29, p<.001, η_p^2 = .40. (Taulukko 3.) Efektin koko oli suuri. Parivertailu osoitti, että muutos tapahtui tilastollisesti merkitsevästi kaikkien mittauskertojen välillä. Tytöt laskivat keskimääräisesti yhteenlaskuja joka mittauskerralla enemmän eli sujuvuus lisääntyi. Poikien yhteenlaskusujuvuuden keskiarvot erosivat tilastollisesti erittäin merkitsevästi; F (1, 821) = 46.19, p<.001, η_p^2 = .41. Efektin koko oli suuri. Muutos oli tilastollisesti erittäin merkitsevä kaikkien mittauskertojen välillä. Pojat laskivat keskimääräisesti yhteenlaskuja enemmän kuin aiemmalla mittauskerralla.

Sukupuoli oli tilastollisesti suuntaa antavasti yhteydessä yhteenlaskusujuvuuteen keskiarvoihin 2. luokan keväällä; t (118) = 1.75, p = .082. Tuolloin pojat

laskivat yhteenlaskuja keskimääräisesti sujuvammin kuin tytöt. 1. luokan keväällä tai 2. luokan syksyllä sukupuoli ei ollut tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä yhteenlaskusujuvuuteen.



KUVIO 3. Yhteenlaskusujuvuuden kehitys riskiryhmittäin.

Kuviossa 3 on esitetty yhteenlaskusujuvuuden kehitys riskiryhmittäin 1.—2. luokalla. Yhteenlaskusujuvuuden osalta familiaalisten riskiryhmien keskiarvot erosivat toisistaan tilastollisesti merkitsevästi ($p<.01$) 1. luokan keväällä. Efektin koko oli keskikokoinen. (Liite 2.) Jälkivertailu osoitti, että keskiarvojen erot olivat tilastollisesti merkitseviä korkean ja vähäisen sekä korkean ja keskimääräisen riskin riskiryhmien välillä. 2. luokan syksyllä yhteenlaskusujuvuus ei eronnut tilastollisesti merkitsevästi familiaalisten riskiryhmien välillä. 2. luokan keväällä yhteenlaskusujuvuus erosi tilastollisesti melkein merkitsevästi ($p<.05$) familiaalisten riskiryhmien välillä. Efektin koko oli pieni. (Liite 2.) Jälkivertailu osoitti, että keskiarvojen erot olivat tilastollisesti merkitseviä vähäisen ja korkean riskin riskiryhmän välillä.

Kaikki familiaaliset riskiryhmät kehittyivät yhteenlaskusujuvuudessa tilastollisesti erittäin merkitsevästi; $F\ (1-2,\ 135-802) = 12.44-53.35$,$p<.001$, η_p^2

= .39—.40. Efektin koot olivat suuria. Jälkivertailu osoitti muutoksen olevan tilastollisesti merkitsvä kaikkien mittauskertojen välillä.

Taulukossa 4 on esitetty keskiarvot ja keskihajonnat ajan, sukupuolen ja familiaalisen riskin mukaan luokiteltuina vähennyslaskusujuvuuden osalta. Seuraavaksi tarkastellaan, miten tyttöjen keskiarvot eroavat mittauskerroittain familiaalisten riskiryhmien välillä. Tilannetta tarkastellaan tämän jälkeen poikien osalta.

Tyttöjen vähennyslaskusujuvuuden keskiarvot erosivat tilastollisesti merkitsevästi familiaalisten riskiryhmien välillä 2. luokan syksyn mittauskerralla; F (2, 75) = 5.31, p = .007, η^2 = .12. Efektin koko oli keskikokoinen. Jälkivertailu osoitti, että korkean ja vähäisen riskin riskiryhmän välillä keskiarvojen erot olivat melkein tilastollisesti merkitseviä (p<.05) sekä korkean ja keskimääräisen riskiryhmän välillä suuntaa antavia (p<.10). 1. luokan keväällä erot olivat tilastollisesti melkein merkitseviä; F (2, 77) = 4.06, p = .021, η^2 = .12. Jälkivertailussa kävi ilmi, että keskiarvojen ero oli tilastollisesti merkitsevä korkean ja vähäisen riskiryhmän välillä. 2. luokan keväällä tulokset olivat tilastollisesti melkein merkitseviä; F (2, 75) = 3.16, p = .048, η^2 = .08. Efektin koko oli keskikokoinen. Jälkivertailu osoitti, että keskiarvojen ero korkean ja vähäisen riskiryhmän välillä oli suuntaa antava (p<.10). Poikien vähennyslaskusujuvuuden keskiarvot eivät eronneet tilastollisesti merkitsevästi familiaalisten riskiryhmien välillä millään mittauskerralla.

Seuraavaksi tarkastellaan, miten tyttöjen vähennyslaskusujuvuuden kehitys eroaa familiaalisten riskiryhmien välillä. Tämän jälkeen tilanne tarkastellaan poikien osalta. Tytöillä, jotka kuuluivat vähäiseen familiaaliseen riskin riskiryhmään, kehitys tapahtui tilastollisesti erittäin merkitsevästi; F (2, 273) = 23.44, p<.001, η_p^2 = .38). Efektin koko oli suuri. Muutos tapahtui tilastollisesti merkitsevästi kaikkien mittauskertojen välillä. Tytöillä, jotka kuuluivat keskimääräiseen familiaaliseen riskiryhmään, muutos oli tilastollisesti erittäin merkitsevästi; F (2, 114) = 13.60, p<.001, η_p^2 = .37. Efektin koko oli suuri. Muutos oli tilastollisesti merkitsevästi ensimmäisen ja viimeisen sekä toisen ja viimeisen mittauskerran välillä. Tytöillä, jotka kuuluivat korkeaan familiaaliseen riskiryhmään, kehitys tapahtui tilastollisesti melkein merkitsevästi; F (1, 70) = 6.76, p

= .011, η_p^2= .34). Efektin koko oli suuri. Jälkivertailu osoitti muutoksen olevan tilastollisesti merkitsevää ensimmäisen ja toisen sekä ensimmäisen ja kolmannen mittauskerran välillä.

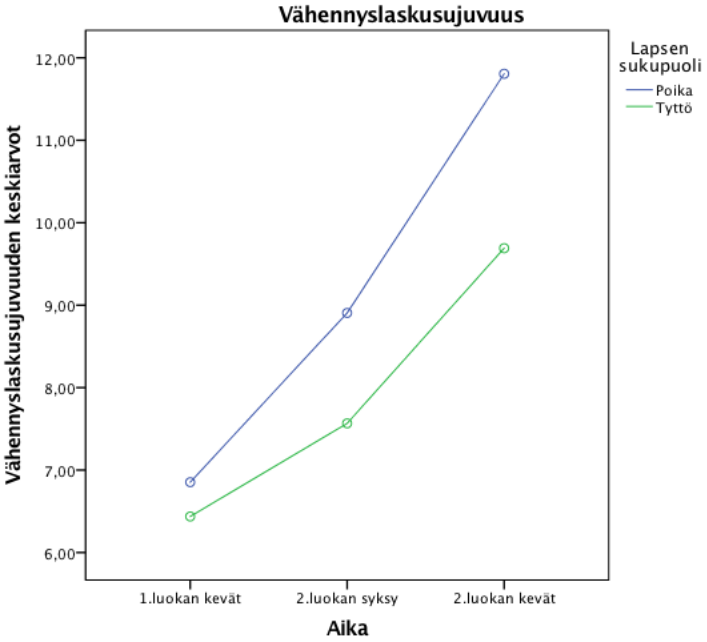
Pojilla, jotka kuuluivat vähäiseen familiaaliseen riskiryhmään, kehitys oli tilastollisesti merkitsevästi; F (2, 727) = 33.87, p<.01, η_p^2 = .47. Efektin koko oli suuri. Muutos tapahtui tilastollisesti erittäin merkitsevästi kaikkien mittauskertojen välillä (p<.001). Pojilla, jotka kuuluivat keskimääräiseen familiaaliseen riskiryhmään, kehitys oli tilastollisesti merkitsevästi; F (2, 244) = 28.47, p<.01, η_p^2 = .58. Efektin koko oli suuri. Muutos tapahtui tilastollisesti merkitsevästi kaikkien mittauskertojen välillä. Pojilla, jotka kuuluivat korkeaan familiaaliseen riskiryhmään, kehitys oli tilastollisesti melkein merkitsevästi; F (1, 55) = 10.77, p = .012, η_p^2 = .68. Efektin koko oli suuri. Jälkivertailu osoitti, että muutos oli tilastollisesti melkein merkitsevä ensimmäisen ja toisen mittauskerran välillä.

Seuraavaksi vertaillaan oppilaiden keskiarvoja samassa familiaalisessa riskiryhmässä tyttöjen ja poikien välillä. Sukupuolella ei ollut yhteyttä vähennyslaskusujuvuuden keskiarvoihin vähäisen familiaalisen riskin riskiryhmässä millään mittauskerralla. Sukupuoli oli tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä vähennyslaskusujuvuuteen keskimääräisen familiaalisen riskin riskiryhmässä 2. luokan syksyn mittauskerralla; t (45) = 2.78, p = .009, d = .82 ja 2. luokan kevään mittauskerralla; t (44) = 2.50, p = .016, d = .73. Näillä mittauskerroilla keskimääräisessä familiaalisessa riskiryhmässä pojat laskivat keskimääräisesti enemmän vähennyslaskuja kuin tytöt. Sukupuolella ei ollut yhteyttä vähennyslaskusujuvuuden keskiarvoon korkean familiaalisen riskin

TAULUKKO 4. Vähennyslaskusujuvuuden keskiarvot luokiteltuina ajan, sukupuolen ja familiaalisen riskiryhmän suhteen.

	Kaikki		Tytöt								Pojat							
			Kaikki		Vähäinen riski		Keskimääräinen riski		Korkea riski		Kaikki		Vähäinen riski		Keskimääräinen riski		Korkea riski	
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s
1. luokka kevät	7.02_{a}	3.48	6.83_{a}	3.02	7.73_{a}	3.25	6.40_{a}	2.77	5.18_{a}	1.84	7.25_{a}	3.96	7.04_{a}	3.56	8.27_{a}	4.60	5.25_{a}	3.55
2. luokka syksy	8.76_{b}	4.34	8.08_{b}	3.57	9.26_{b}	3.87	7.19_{ab}	2.67	6.25_{b}	2.95	9.51_{b}	4.99	9.40_{b}	4.97	10.82_{b}	5.08	6.50_{b}	4.07
2. luokka kevät	11.37_{c}	5.63	10.22_{c}	5.00	11.41_{c}	4.95	9.38_{c}	4.30	8.29_{bc}	3.03	12.69_{c}	6.40	13.03_{c}	6.99	12.98_{c}	5.45	9.42_{abc}	5.40

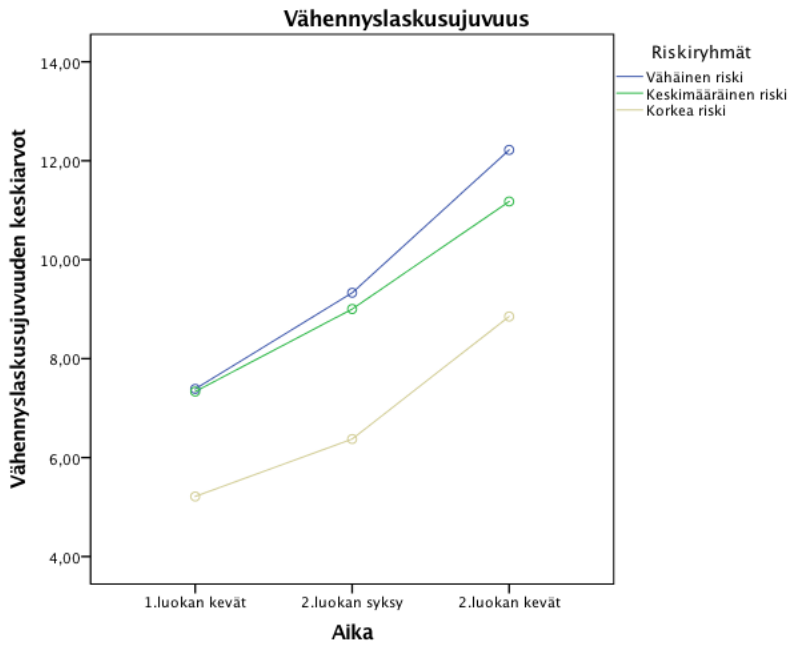
Huom. N = 146. Ne sarakkeet, joilla ei ole yhteistä alaindeksiä, erosivat toisistaan tilastollisesti merkitsevästi ($p<.05$). Sarakekeskiarvot on testattu toistomittausten varianssianalyysillä ja rivikeskiarvot parittaisten otosten t-testillä.



KUVIO 4. Vähennyslaskusujuvuuden kehitys sukupuolittain.

Kuviossa 4 on esitetty vähennyslaskusujuvuuden kehitys sukupuolittain. Seuraavaksi tarkastellaan tyttöjen ja poikien vähennyslaskusujuvuuden kehitystä. Tyttöjen vähennyslaskusujuvuus kehittyi tilastollisesti erittäin merkitsevästi; F (2) = 44.14, p<.001, η_p^2 =.36. Efektin koko oli suuri. Muutos tapahtui tilastollisesti merkitsevästi kaikkien mittauskertojen välillä. Poikien vähennyslaskusujuvuuden kehitys oli tilastollisesti erittäin merkitsevästi; F (2) = 62.92, p<.001, η_p^2 = .48. Efektin koko oli suuri. Muutos oli tilastollisesti merkitsevä kaikkien mittauskertojen välillä.

Sukupuoli oli tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä vähennyslaskusujuvuuden keskiarvoon 2. luokan keväällä; t (120) = 2.64, p = .009, d = .33 ja 2. luokan syksyllä mittauskerralla tilastollisesti melkein merkitsevästi vähennyslaskusujuvuuden osalta; t (121) = , p = .050, d = .33). 1. luokan keväällä sukupuoli ei ollut tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä vähennyslaskusujuvuuteen. (kts. Kuvio 4). Efektin koot olivat keskisuuria. Vähennyslaskusujuvuuden osalta pojat laskivat sujuvammin vähennyslaskuja kuin tytöt.



KUVIO 5. Vähennyslaskusujuvuuden kehitys riskiryhmittäin.

Kuviossa 5 on esitetty vähennyslaskusujuvuuden kehitys riskiryhmittäin 1.—2. luokalla. Vähennyslaskusujuvuuden keskiarvot vaihtelivat kaikilla mittauskerroilla tilastollisesti melkein merkitsevästi familiaalisten riskiryhmien välillä ($p<.05$) (Liite 2.). Efektien koot olivat pieniä. Jälkivertailuissa kävi ilmi, että kaikilla mittauskerroilla vaihtelu oli tilastollisesti melkein merkitsevää vähäisen ja korkean riskiryhmän välillä. Vähäisen riskin riskiryhmän keskiarvo oli kaikilla mittauskerroilla korkeampi kuin korkean riskin riskiryhmän.

Kaikki familiaaliset riskiryhmät kehittyivät vähennyslaskusujuvuudessa tilastollisesti erittäin merkitsevästi; $F\ (1-2,\ 121-945) = 14.28-55.48$,$p<.001$, $\eta_p^2 = .41-.46$. Efektin koot olivat suuria. Jälkivertailu osoitti muutoksen tapahtuvan tilastollisesti merkitsevästi kaikkien mittauskertojen välillä.

Viimeiseksi tarkastellaan pysyvimmin heikointa 25 persentiiliä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden osalta eli oppilaita, jotka olivat kaikilla mittauskerroilla heikoimmassa 25 persentiilissä. Koko aineistoa tarkasteltaessa familiaalisen riskin osalta 55% kuului vähäisen riskin riskiryhmään, 32 % keskimääräisen riskiryhmän ja 13 % korkean riskiryhmän. Kaikille alaryhmille voidaan muodostaa odotusarvot jakautumisesta familiaalisiin riskiryhmiin näiden prosenttiluku-

jen mukaan. Yhteenlaskusujuvuuden osalta jokaisella mittauskerralla heikoimmassa 25 persentiilissä (n = 19) olevien lasten tulisi jakautua seuraavasti (Liite 3): 10 oppilaan tulisi kuulua vähäisen riskin riskiryhmään, 6 keskimääräisen riskin riskiryhmään ja 3 korkean riskin riskiryhmään. Tässä aineistossa oppilaat jakautuivat riskiryhmiin seuraavasti: 9 vähäisen riskin riskiryhmään, 6 keskimääräisen riskin riskiryhmään ja 4 kuului korkean riskin riskiryhmään. (Liite 5). Odotusarvot eivät eroa havaituista arvoista tilastollisesti merkitsevästi.

Kun tutkitaan joukkoa, joka on ollut jokaisella mittauskerralla vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmässä (n = 15) tulisi tutkittavien jakautua seuraavasti (Liite 4): 8 oppilaan tulisi kuulua vähäisen riskin riskiryhmään, 5 keskimääräisen riskin riskiryhmään ja 2 korkean riskin riskiryhmään. Tässä aineistossa oppilaat jakautuivat riskiryhmiin seuraavasti: 7 vähäisen riskin riskiryhmään, 4 keskimääräisen riskin riskiryhmään ja 4 kuului korkean riskin riskiryhmään. (Liite 5) Odotusarvot eivät eroa havaituista arvoista tilastollisesti merkitsevästi.

5.2 Familiaalisen riskin sekä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmien väliset yhteydet

Seuraavaksi tarkastellaan familiaalisten riskiryhmien yhteyttä yhteen- tai vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmään kuulumista. 2. luokan keväällä kuuluminen familiaaliseen riskiryhmään oli tilastollisesti melkein merkitsevästi yhteydessä yhteenlaskusujuvuuden riskiryhmään kuulumiseen. 1. luokan keväällä tulos on suuntaa antava. 2. luokan syksyllä yhteys ei ollut tilastollisesti merkitsevä. Bonferroni-korjaus osoitti familiaalisen riskin olevan tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä 2. luokan kevään yhteenlaskusujuvuuden riskiin (Taulukko 5).

Tarkasteltaessa alimpaan 25 persentiilin kuuluvien oppilaiden jakautumista familiaalisiin riskiryhmiin muodostettiin koko aineiston jakaumiin pohjautuvat odotusarvot. Tutkittavana on siis prevalenssi eli esiintyvyys aineistossa. Tällöin vähäisen riskin riskiryhmään tulisi kuulua 20 (55 %) oppilasta, keskimääräisen riskin riskiryhmään 12 (32 %) oppilasta ja korkean riskin riskiryhmään 5 (13 %) oppilasta 1. luokan keväällä. Nyt vähäisen – ja keskimääräisen riskin ris-

kiryhmissä on vähemmän oppilaita kuin on odotettu ja korkean riskin riskiryhmässä enemmän. Odotusarvot eivät eronneet havaituista arvoista tilastollisesti merkitsevästi.

Seuraavalla mittauskerralla 2. luokan syksyllä oppilaiden tulisi jakautua familiaalisiin riskiryhmiin seuraavasti: vähäinen riski 24 (55 %), keskimääräinen riski 14 (32 %) ja korkea riski 6 (13 %) (Taulukko 5). Nyt vähäisen – ja keskimääräisen riskin riskiryhmissä on vähemmän oppilaita kuin on odotettu ja korkean riskin riskiryhmässä enemmän. Ero odotettujen ja havaittujen arvojen välillä ei ole tilastollisesti merkitsevä.

Odotusarvot 2. luokan keväällä: vähäinen riski 21 (55 %), keskimääräinen riski 12 (32 %) ja korkea riski 5 (13 %). Tässä aineistossa vähäisen riskin riskiryhmässä on vähemmän oppilaita kuin on odotettu ja korkean riskin riskiryhmässä enemmän. Odotettujen ja havaittujen arvojen vaihtelu on tilastollisesti melkein merkitsevä ($\chi^2(2) = 6.19$, $p = .045$).

TAULUKKO 5. Familiaalisten riskiryhmien yhteys yhteenlaskusujuvuuden riskiryhmään.

		Kaikki	Vähäinen riski	Keskimääräinen riski	Korkea riski
1. kevät	Kuuluu	37 (23 %)	17 (12 %)	11 (8 %)	9 (6 %)
	Ei kuulu	112 (77 %)	65 (45 %)	36 (25 %)	11 (8 %)
			χ^2 (2) = 5.15, p = .076, V = .18		
2. syksy	Kuuluu	44 (30 %)	20 (14 %)	15(10%)	9 (6 %)
	Ei kuulu	105 (70 %)	62(42%)	32(22%)	11 (8 %)
			χ^2 (2) = 3.47, p = .176, V = .15		
2. kevät	Kuuluu	38 (26 %)	16(11 %)	12 (8 %)	10 (7 %)
	Ei kuulu	108 (74 %)	64 (43 %)	34 (23 %)	10 (7 %)*
			χ^2 (2) = 7.48, p = .024, V = .23		

Huom. N = 146. * Bonferroni-korjauksen jälkeen tilastollisesti merkitsevä.

Vähennyslaskusujuvuuden osalta familiaalinen riski oli tilastollisesti suuntaa antavasti yhteydessä vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmään kuulumiseen 1. luokan keväällä. Muilla mittauskerroilla yhteys ei ollut tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä vähennyslaskusujuvuuden riskiin. Bonferroni-korjauksen jälkeen familiaalinen riski ei ollut tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä vähennyslaskusujuvuuden riskiin millään mittauskerralla.

Tarkasteltaessa alimpaan 25 persentiilin kuuluvien oppilaiden jakautumista familiaalisiin riskiryhmiin muodostettiin koko aineiston jakaumiin pohjautuvat odotusarvot. Tällöin 1. luokan keväällä jakaumat olisivat: vähäinen riski 21 (55 %), keskimääräinen riski 12 (32 %) ja korkea riski 5 (13 %). Nyt vähäisen – ja keskimääräisen riskin riskiryhmissä on vähemmän oppilaita kuin on odotettu ja korkean riskin riskiryhmässä enemmän. Odotettujen ja havaittujen arvojen vaihtelu ei eronnut tilastollisesti merkitsevästi.

2. luokan syksyllä vähäisen riskin riskiryhmään tulisi kuulua 22 (55 %), keskimääräisen riskin riskiryhmään 13 (32 %) ja korkean riskin riskiryhmään 5 (13 %). Nyt vähäisen riskin riskiryhmässä on vähemmän oppilaita kuin on odotettu ja korkean sekä keskimääräisen riskin riskiryhmässä enemmän. Odotettujen ja havaittujen arvojen vaihtelu ei ollut tilastollisesti merkitsevä.

Viimeisellä mittauskerralla 2. luokan keväällä jakauman tulisi olla: vähäinen riski 21 (55 %), keskimääräinen riski 12 (32 %) ja korkea riski 5 (13 %). Nyt vähäisen riskin riskiryhmässä on vähemmän oppilaita kuin on odotettu ja korkean sekä keskimääräisen riskin riskiryhmässä enemmän. Vaihtelu odotettujen ja havaittujen arvojen välillä ei ollut tilastollisesti merkitsevä.

TAULUKKO 6. Familiaalisten riskiryhmien yhteys vähennyslaskusujuvuuden riskiryhmään.

		Kaikki	Vähäinen riski	Keskimääräinen riski	Korkea riski
1. kevät	Kuuluu	38 (25 %)	18 (12 %)	11 (8 %)	9 (6 %)
	Ei kuulu	111 (75 %)	64 (44 %)	36 (25 %)	11 (8 %)
			χ^2 (2) = 4.66, p = .098, V = .18		
2. syksy	Kuuluu	40 (25 %)	18 (12 %)	13 (9 %)	9 (6 %)
	Ei kuulu	109 (75 %)	64 (44 %)	34 (23 %)	11 (8 %)
			χ^2 (2) = 4.37, p = .112, V = .17		
2. kevät	Kuuluu	38 (26 %)	17 (12 %)	14 (10 %)	7 (5 %)
	Ei kuulu	108 (74 %)	63 (43 %)	32 (22 %)	13 (9 %)
			χ^2 (2) = 2.25, p = .325, V = .12		

Huom. N = 146.

6 POHDINTA

6.1 Tulosten tarkastelu

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli tuottaa lisätietoa taustekijöistä matematiikan sujuvuuden kehityksen taustalla perusopetuksen 1.—2. luokalla. Tutkimuksessa tarkasteltiin perheessä ja lähisuvussa esiintyvien eli familiaalisen riskin matematiikan vaikeuksien periytyvyyttä. Tuloksia tarkasteltiin sukupuolittain. Lisäksi tarkasteltiin familiaalisen riskin yhteyttä matematiikan laskusujuvuuden riskiin.

Tutkimustulokset osoittivat, että lapset laskivat enemmän yhteenlaskuja kuin vähennyslaskuja kaikilla mittauskerroilla. Näin ollen lapset laskivat yhteenlaskuja sujuvammin kuin vähennyslaskuja. Familiaalisten riskiryhmien osalta tuloksissa oli eroja, mutta erot eivät kasvaneet eri mittauskerroilla. Erot vaikuttivat melko pysyviltä. Kuitenkin familiaalisen riskiryhmän pääefekti vähennyslaskusujuvuuden osalta oli tilastollisesti melkein merkitsevä. Korkean familiaalisen riskin riskiryhmän yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus oli heikompaa verrattuna vähäisen ja keskimääräisen riskin riskiryhmiin. Vähäisen familiaalisen riskin riskiryhmä laski yhteen- ja vähennyslaskuja eniten. Erot eivät kuitenkaan kasvaneet. Lapsen sukupuoli oli yhteydessä yhteenlaskusujuvuuteen ainoastaan 2. luokan kevään mittauskerralla. Poikien vähennyslaskusujuvuus oli tilastollisesti merkitsevästi sujuvampaa kuin tyttöjen.

Tämän tutkimuksen tulokset osoittivat, että yhteen- ja vähennyslaskusujuvuus lisääntyi jokaisella mittauskerralla. Hanulan ja Lepolan (2006) mukaan taito kehittyy harjoittelun myötä. Mittauspisteiden välillä oli noin puoli vuotta aikaa ja oppilaat olivat saaneet harjoitella laskuja tämän ajan. 1. luokan ja 2. luokan opetussuunnitelman tavoitteista löytyy muitakin tavoitteita kuin yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden tavoite, mutta matematiikan kumulatiivisen luonteen takia (Fuchs ym., 2006) niitä harjoitellaan samalla. Esimerkiksi kertolaskutkin pohjautuvat yhteenlaskuun. Kun 2. luokalla aletaan harjoittelemaan kertolas-

kuja, samalla harjoitellaan pohjalla oleva yhteenlaskutaitoa. Harjoittelu lisää sujuvuutta taidossa. Kertolaskujen harjoittelu aloitetaan lisäämällä lukua itseensä (esimerkiksi 3 x 2 = 2 + 2 + 2 = 6).

Yhteenlaskujen harjoittelu aloitetaan aiemmin kuin vähennyslaskuja. Vähennyslaskujen laskeminen edellyttää useamman aritmeettisen faktan pitämistä mielessä samaan aikaan, mikä tekee vähennyslaskujen laskemisesta haastavampaa kuin yhteenlaskujen (Steinberg, 1985). Tämä selittää parempaa sujuvuutta yhteenlaskuissa kuin vähennyslaskuissa. Laskustrategioiden kehittyessä lapsen laskusujuvuus kehittyy. Tällöin lapsi käyttää tehokkaampaa ja nopeampaa tapaa laskea lasku. Laskustrategioiden kehitys on yhteydessä laskusujuvuuden kehitykseen (Geary, 2004). Tässä tutkimuksessa ei tutkittu lapsen laskustrategioiden käyttöä tai niiden kehitystä.

Varhaiset matematiikan taidot enteilevät vahvasti myöhempää matemaattista oppimista ja osaamista (Aunola ym., 2004; Koponen ym., 2018; Koponen ym., 2016; Väisänen 2017) ja akateemista menestystä muissakin aineissa (Aunola ym., 2004). Kuitenkin taidot kehittyvät eri aikaan ja kehityksessä voi olla suuriakin eroja. Matemaattisten taitojen kehitys on yksilöllistä. Yksilöiden kehitys on erilaista ja muutoksia voi tapahtua myöhemmin. Tässä tutkimuksessa ensimmäisen ja viimeisen mittauskerran välillä oli vain 1,5 vuotta aikaa. Laskustrategioiden valinta alkaa kehittymään noin 7-8-vuotiaina (Geary ym., 2000). Tutkimushetkellä tutkittavat lapset ovat olleet iässä, jolloin eri laskustrategioiden valintoja tehdään. Osa tutkittavista on saattanut siirtyä käyttämään tehokkaampia laskustrategioita kuin toiset.

Aunolan ym. (2004) mukaan lasten väliset osaamiserot ovat suuria 1. luokalla. Osaamiserot kasvavat siirryttäessä vuosiluokalta toiselle (Aunio, 2008). Monien tutkimusten mukaan peruskoulun alussa havaitut tasoerot ovat pysyviä, eivätkä ne näytä kaventuvat vaan ovat hyvin pysyviä jopa kasvavia (Aunola ym. 2004; Salminen 2016). Tässä tutkimuksessa, kun yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitystä tarkasteltiin riskiryhmittäin, erot eivät kasvaneet. Erot riskiryhmien välillä vaikuttivat melko pysyviltä ja oppilaat, jotka kuuluivat korkeaan familiaalisen riskin riskiryhmään, laskivat yhteen- ja vähennyslaskuja vähemmän kuin muut oppilaat. Tämän tutkimuksen tulos tukee Aunolan ym. (2004) ja

Salmisen (2006) tutkimustuloksia. Tarkasteltaessa familiaalisten riskiryhmien kehitystä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuudessa oli kehitys kaikilla osaryhmilläkin tilastollisesti merkitsevää. Osaryhmien sisällä kuitenkin heikot laskijat pysyivät vertaistensa perässä myöhemmilläkin mittauskerroilla.

Sukupuolten välillä on saatu aikaisemmissa tutkimuksissa vaihtelevia tuloksia. Joissakin tutkimuksissa (esim. Aunio & Niemivirta, 2010; Butterworth 2005; Mononen ym., 2013) sukupuolten välillä ei ole ollut eroa matematiikan taidoissa. Tässä tutkimuksessa poikien vähennyslaskusujuvuus oli tilastollisesti merkitsevästi sujuvampaa kuin tyttöjen. Samansuuntaisia tuloksia on saatu esimerkiksi Aunolan ym. (2004), Hannulan ja Lepolan (2006) sekä Metsämuurosen (2013) tutkimuksissa. Tutkimuksissa on löydetty eroja matematiikan osataidoissa esimerkiksi Dowkerin (2005) tutkimuksessa. Tämän tutkimuksen pohjalta sukupuoli tulisi ottaa huomioon riskitekijöitä tarkasteltaessa, mutta tärkeintä on kuitenkin kiinnittää jokaiseen lapseen tasapuolisesti huomiota ja tarpeen vaatiessa suunnata tukea sitä tarvitsevalle.

Matematiikan taidoilla on suuri yhteys lapsen itsetunnolle. Tuen merkitys korostuu, kun ongelmia ilmenee matemaattisten taitojen kehityksessä. Jos varhaisessa vaiheessa lapselle pääsee taitoon muodostumaan alue, jota hän ei hallitse, tulee ongelma myöhemmässä vaiheessa kasvamaan matematiikan kumulatiivisen luonteen takia. Iän myötä ahdistus matematiikkaa kohtaan voimistuu ja vaikuttaa matemaattiseen suoriutumiseen (Sorvo ym., 2007). Matematiikka-ahdistusta voidaan ehkäistä varhaisella tuella, jolloin lapsi saa tarvitsemaansa apua ja rohkaisua tehtävien tekemiseen. Tuessa on tärkeää kiinnittää huomiota myös turvalliseen ja kannustavaan oppimisympäristöön.

Tutkimuksessa mittauspisteinä olivat 1. luokan kevät, 2. luokan syksy ja 2. luokan kevät. Ensimmäisen ja toisen mittauskerran välissä oli pitkä kesäloma. Kesäkuukausien aikana matematiikan taitojen kehityksen on todettu olevan hitaampaa (Pigon, 2017). Perheillä on erilaisia tapoja ja mahdollisuuksia viettää kesälomaa. Erilaiset aktiviteetit harjoittavat vaihtelevia taitoja. Jos perheen arkeen kuuluu esimerkiksi pelien pelaamista, harjoittaa se samalla matematiikan taitoja. Perheen käytännöt vaikuttavat lapsen käyttäytymiseen koulussa. Perheen arki ja rutiinit muovaavat lapselle käyttäytymisodotuksia. Rutiinit ja niiden säilyvyys

ovat lapselle merkityksellisiä ekokulttuurisen teorian mukaan. (Gallimore, Weisner, Kaufman & Bernhermer, 1993.)

Vanhempien koulutustason on todettu olevan yhteydessä perheen arjen aktiviteetteihin. Dubowin ym. (2009) mukaan vanhempien korkeamman koulutustaustan on todettu olevan yhteydessä vanhempien luomaan kasvuympäristöön siten, että he tarjoavat kodissaan fyysisen, kognitiivisen ja emotionaalisen ympäristön, joka kannustaa lasta. Vanhempien oma ajatusmalli koulusta ja sen käytänteistä heijastuu myös lapselle. Korkeamman koulutuksen oletetaan olevan yhteydessä myös korkeampaan sosioekonomiseen asemaan. Tällöin vanhemmilla voi olla enemmän mahdollisuuksia tarjota virikkeitä kotona.

Vanhempien antama malli vuorovaikutuksesta ja käyttäytymisestä ohjaa lapsen käyttäytymistä. Kun vanhemmalla on koulumyönteinen asenne, se näyttäytyy lapsen koulumyönteisyytenä ja tehtäväkeskeisenä käyttäytymisenä. Vanhemmilla, joilla on korkeampi koulutus, on enemmän ymmärrystä koulujärjestelmästä ja heidän käyttämässään kielessä on vastaavuutta koulun käyttämään kieleen (Koponen ym., 2018). Lisäksi vanhempien korkeampien odotusten lapsen koulumenestykseen ovat yhteydessä parempaan opintomenestykseen (Davis-Kean, 2005; Wang, 2004). Lisäksi oppilaan oma käsitys (Aunola ym., 2010) vanhempien korkeammista odotuksista on yhteydessä parempaan menestykseen (Shim ym., 2000).

Monissa tutkimuksissa on todettu vanhempien sosioekonomisen taustan olevan yhteydessä lapsen akateemiseen menestykseen (Sirin, 2005). Tässä tutkimuksessa ei suoraan otettu huomioon vanhempien koulutustaustaa tai sosioekonomista asemaa. Ympäristötekijöiden osalta vanhempien korkeamman koulutustaustan ja sosioekonomisen aseman (Sirin, 2005) on todettu olevan positiivisesti yhteydessä lapsen oppimistuloksiin. Erityisesti äidin koulutustaustan on todettu olevan yhteydessä lapsen parempaan menestymiseen koulussa. Monissa perheissä äiti viettää enemmän aikaa lapsen kanssa varhaislapsuudessa ja näin ollen luo merkittävän vaikutuksen lapsen kasvuympäristölle.

Familiaalisen riskin osalta on saatu ristiriitaisia tuloksia geenien ja ympäristön välisistä yhteyksistä. Kovasin ym. (2007) mukaan korkeampi familiaalinen

riski on yhteydessä heikompaan laskusujuvuuteen. Tämä tutkimus tukee lähisuvun haasteiden olevan yhteydessä lapsen yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuteen. Geenien yhteydestä matemaattisten taitojen periytymiseen on tehty vähän tutkimuksia (Petrill ym., 2012). Shalevin ym. (2001) mukaan matematiikkaan liittyy geneettistä periytyvyyttä.

Matematiikan riskitekijät ovat yhteydessä muihinkin oppiaineisiin. Kovasin ja Plominin (2005) mukaan samat geenit vaikuttavat oppimisvaikeuksiin ja oppimiseen. Matematiikan osalta korkeamman familiaalisen riskin on todettu lisäävän riskiä muissakin taidoissa ja oppimisessa, sillä matematiikan taitojen kehityksen on todettu olevan vahvasti yhteydessä muissa akateemisissa aineissa menestymiseen (esim. Aunola ym., 2004). Tämän tutkimuksen tulokset tukevat tuloksia matematiikan taitojen periytyvyydestä.

6.2 Tutkimuksen arviointia ja jatkotutkimus

Tutkimus toteutettiin pitkittäistutkimuksena, mikä mahdollisti kehityksen tutkimisen mittauskertojen välillä. Tutkimus toi lisää tietoa familiaalisen riskin yhteydestä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen. Tässä tutkimuksessa korkean familiaalisen riskin riskiryhmä (n = 20) jäi verrattain pieneksi. Kun tätä ryhmää jaettiin alaryhmiin esimerkiksi sukupuolen mukaan, muodostui alaryhmistä vielä pienempiä otannaltaan. Jatkossa olisi hyvä tutkia laajemmalla aineistolla familiaalisen riskin yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen.

Kognitiivisia ja neurologisia tekijöitä ei otettu huomioon tässä tutkimuksessa. Näiden tekijöiden merkitys on todettu merkitykselliseksi matematiikan oppimisessa monissa tutkimuksissa (esim. Swanson & Kim, 2007) ja laskusujuvuuden kehityksessä (esim. Bailey ym., 2012). Jatkossa tulisi tarkemmin tutkia näiden tekijöiden yhteyttä familiaalisiin riskiryhmiin sekä niiden väliseen yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden vaihteluun.

Tässä tutkimuksessa ei otettu huomioon tutkittujen lasten saamaa tukea koulussa. Jatkossa olisi tärkeää tutkia, miten eri tuen muodot ovat yhteydessä

familiaalisiin riskeihin ja pystytäänkö tukea kohdistamaan sitä tarvitseville mahdollisimman varhain. Jatkossa olisi tärkeää tutkia kodin ja vanhempien tarjoaman ympäristön yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen. Erityisesti tulisi tutkia, miten kodin tarjoamat aktiviteetit tukevat yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitystä ja miten näiden aktiviteettien tarjoamista kotioloissa voitaisiin tukea. Jatkossa tulisi tutkia lapsen laskustrategioiden kehityksen yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskusujuvuuden kehitykseen

Jatkossa kehitystä tulisi tutkia pidemmällä aikavälillä. Tutkimusta voitaisiin tehdä lisäksi sisarusten välillä, mikä toisi lisää tietoa saman perheen lasten tilanteesta. Lisäksi tulisi tutkia perheiden tapaa olla vuorovaikutuksessa lasten kanssa. Tätä voitaisiin tutkia esimerkiksi pelillisyyden näkökannalta. Monet pelit vaativat useita erilaisia taitoja, kuten loogista päättelykykyä, oman vuoron odottamista ja sääntöjen noudattamista. Tutkimuksissa voitaisiin tutkia familiaalisen riskin yhteyttä vanhempien sosioekonomiseen taustaan ja koulutustasoon.

Tämän tutkimuksen tutkimusaineisto on kerätty Keski-Suomen alueelta, joten tulokset eivät ole yleistettävissä valtakunnallisella tasolla. Tutkimusta voitaisiin jatkaa muualla Suomessa ja tutkia ovatko tulokset samansuuntaisia. Tutkimukseen valikoitui oppilaita, joiden äidinkielenä ja kotona puhuttuna kielenä oli suomi, joten tämän tutkimuksen tulokset koskevat ainoastaan kantasuomalaisia, eikä maahanmuuttajataustaisia oppilaita ole tutkittu tässä tutkimuksessa.

6.3 Käytännön merkitys

Matematiikan osaaminen kasautuu kumulatiivisesti jo opittujen taitojen päälle (Fuchs ym., 2006; Locuniak & Jordan, 2008). Hyvä laskusujuvuus helpottaa haastavampia matematiikan laskuja ja tekemisestä tulee helpompaa ja mielekkäämpää. Laskustrategioiden käyttöä voi opetella ja niiden kautta laskemisesta voi tulla helpompaa, vaikka se tuottaisi haasteita. Varhaisten matemaattisten taitojen kehitys on merkityksellinen myöhemmälle akateemiselle osaamiselle, joten näillä taidoilla on suuri merkitys koko koulupolun ajan. Varhaisten matemaattisten taitojen kehitystä tulisi seurata tiiviisti ja johdonmukaisesti. Jokaisen oppilaan

kehitys on yksilöllistä ja arviointia tulisi tehdä jatkuvasti sekä ottaa henkilökohtaiset tilanteet huomioon. Matematiikan harjoittelussa on tärkeää ymmärtää konkretia matemaattisen käsitteen ja havainnon välillä (Väisänen, 2017).

Laskusujuvuus ennakoi myöhempää matematiikan osaamista ja ongelmat siinä ovat yksi kriteeri matematiikan oppimisvaikeudelle (Geary, 2004). Tilastokeskuksen (2019) mukaan peruskoulun oppilaista 18,8 % sai tehostettua tai erityistä tukea syksyllä 2018. Peruskoulussa tehostetun tuen oppilaita oli 59 700 (10,6 %) ja erityisen tuen oppilaita 45 400 (8,1 %). Erityisopetuksen tilastojen tietosisältöä on muutettu vuodesta 2011 alkaen uudistuneen perusopetuslain myötä. Näin ollen muun muassa luovuttiin erityisopetuksen syiden keräämisestä. (Tilastokeskus, 2019.)

Lapsen tukea suunniteltaessa tulee tiedostaa lapsen lähtötaso ja mihin hän tarvitsee tukea. Laskusujuvuutta voidaan kehittää erilaisilla harjoitteilla. Tyypillisimpiä harjoitteita ovat drillaus- ja subitisaatioharjoitteet. Drillausharjoitteilla tarkoitetaan toistoharjoitteita, jossa pyritään nopeasti toistamaan oikeaa vastausta. Subitisaatioharjoitteet kehittävät nopean nimeämisen taitoja. Näillä harjoitteilla oppilaan tulee nopeasti hahmottaa esimerkiksi korttiin piirrettyjen pallojen lukumäärä.

Harjoitteet tulee valita taitotasolle sopiviksi. Liian helpot harjoitteet eivät kehitä harjoiteltavaa taitoa ja liian vaikeat harjoitteet vähentävät motivaatiota, sillä oppilas ei saa onnistumisen kokemuksia. Oppilaalle on tärkeää ymmärtää harjoituksen tarkoitus ja teoria sen sijaan, että hän vain toistaisi vastauksia. Jos oppilaalla on hankaluuksia matematiikan oppimisessa, tuki on suunniteltava siten, että löydetään alkuperäinen ongelma. Pohjimmiltaan ongelma voi liittyä alempiin matemaattisen osaamisen tasoihin, jolloin näitä tulee harjoitella, ettei osaamiseen jää aukkoja.

Kun lapsi tietää mitä häneltä odotetaan, hänen on helpompi suunnata, tiedostaa ja muovata käyttäytymistään. Weisner (2002) mukaan kasvuympäristössä jokapäiväiset rutiinit luovat ennakoitavuutta. Koulussa lapselta vaaditaan paljon taitoja. Näitä taitoja harjoitellaan usein kotona, mutta erona on suuressa ryhmässä toimiminen. Kotioloissa lapselta vaatiminen ja sovituista asioista kiinni pitäminen ovat asioita, jotka vaihtelevat perheittäin.

Vanhempien kanssa tehtävä yhteistyö on merkityksellistä lapsen kehitykselle. Kotiin voidaan antaa tehtäviä koulusta ja yhteistyössä voidaan miettiä, kuinka lasta voidaan tukea tehokkaimmin. LukiMat-sivusto tarjoaa runsaasti tietoa matematiikan taitojen kehityksestä ja kuinka taitoa tulee tukea. LukiMatin Ekapeli on esimerkki pelistä, jota voidaan hyödyntää kotona taidon tukemisessa. Pelilliset harjoitteet ovat usein oppilaille mielekkäitä (Väisänen, 2017).

Yksilö ei voi vaikuttaa geeniperimäänsä, mutta vanhemmilla on mahdollisuus vaikuttaa kasvuympäristöön, jossa lapsi kasvaa ja minkälaisia vaikutteita, esikuvia ja malleja hän ympäristöstään poimii. Familiaalisten riskiryhmien osaamiserot vaikuttavat melko pysyviltä. Koulun arjessa tulisi huomioida perhetaustan riskitekijät, kun tukea tarvitsevia seulotaan ja tukea kohdennetaan. Jos oppiminen on oppilaalle liian hankalaa ja työlästä eikä hän saa tarvitsemaansa tukea, voi oppinen muuttua epämielekkääksi. Oppimisen ja koulunkäynnin epämielekkyys on yhteydessä pitkälle yksilön tulevaisuuteen.

7 LÄHTEET

American Psychiatric Association. (2000). Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders DSM-IV.

Aunio, P. (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI-Bulletin 18* (4), 63–74.

Aunio, P. & Niemivirta, M. (2010). Predicting children´s mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences, 20* (5), 427–435.

Aunio, P. & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal, 24* (5), 684–704. DOI: 10.1080/1350293X.2014.996424.

Aunio, P., Hannula, M. M. & Räsänen, P. (2004). Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 198-221). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Aunola, K. E., Leskinen, M-K., Lerkkanen & J-E. Nurmi. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96* (4), 699–713.

Aunola, K., Nurmi, J-E., Lerkkanen, M-K., & Rasku-Puttonen, H. (2010). The Roles of achievement-related behaviours and parental beliefs in children's mathematical performance. *An international journal of Experimental Educational Psychology 23* (4), 403-421.

Baddeley, A. D. (1986). *Working memory*. Oxford: Oxford University Press.

Baddeley, A. (1992). Working memory. *Science, 255*, 556–559.

Baddeley, A. D. (2000). The episodic buffer: A new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences, 11* (4), 417–423. doi:10.1016/S1364-6613(00)01538-2

Bailey, D. H., Littlefield, A. & Geary, D. C. (2012). The codevelopment of skill at and preference for use of retrieval-based processes for solving addition

problems: Individual and sex differences from first to sixth grades. *Journal of Experimental Child Psychology, 113* (1), 78–92. doi:10.1016/j.jecp.2012.04.014

Ball, D. L., J. Ferrini-Mundy, J., Kilpatrick, J., Milgram, R. J., Schmid, W. and Schaar, R. (2005). Reaching for Common Ground in K-12 Mathematics Education. *Notices of the AMS 52* (9), 1055–1058.

Baroody, A. (1987). *Children's mathematical thinking. A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers.* New York: Teachers College Press.

Berg, D. & Hutchinson, N. (2010). Cognitive processes that account for mental addition fluency differences between children typically achieving in arithmetic and children at risk for failure in arithmetic. *Learning Disabilities: A Contemporary Journal 8* (1), 1–20.

Burchinal, M., Vernon-Feagans, L., Cox, M., & Key Family Life Project Investigators. (2008). Cumulative social risk, parenting, and infant development in rural low-income communities. *Parenting, 8* (1), 41-69. doi:10.1080/15295190701830672

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 46* (1), 3–18. doi: 10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x

Carr, M. & Alexeev, N. (2011). Fluency, accuracy, and gender predict developmental trajectories of arithmetic strategies. *Journal of Educational Psychology, 103*(3), 617–631. doi:10.1037/a0023864

Carr, M. & Jessup. D. L. (1997). Gender differences in first-grade mathematics strategy use: Social and metacognitive influences. *Journal of Educational Psychology, 89* (2), 318–328.

Chiu, M. M. (2010). Effects of Inequality, Family and School on Mathematics Achieviement: Country and Student Differences. *Social Forces 88* (4), 1645–1676.

Chong, S. L. and Siegel, L. S. (2008). Stability of Computational Deficits in Math Learning Disability From Second Through Fifth Grades. *Developmental Neuropsychology 33* (3), 300–307.

Cirino, P.T., Fuchs, L.S., Elias, J.T., Powell, S.R. & Schumacher, R.F. (2015). Cognitive and Mathematical Profiles for Different Forms of Learning Difficulties. *Journal of Learning Disabilities 48* (2), 156–175. doi:10.1177/0022219413494239.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Davis-Kean, P. E. (2005). The Influence of Parent Education and Family Income on Child Achievement: The Indirect Role of Parental Expectations and the Home Environment. *Journal of Family Psychology, 19* (2), 294–304. doi:10.1037/0893-3200.19.2.294

Dearing, E., McCartney, K. & Taylor, B.A. (2003) Change in family income matters more for children with less. *Child Development 72* (6), 1779–1793. doi:10.1111/1467-8624.00378

Denckla, M. B. & Rudel, R. (1974). Rapid "Automatized" naming of pictured objects, colors, letters and numbers by normal children. *Cortex 10*(2), 186– 202. doi:10.1016/S0010-9452(74)80009-2

Desoete, A. & Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. *Learning and Individual Differences 16* (4), 351–367.

Dowker, A. (2005). *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education*. Hove: Psychology Press.

Dowker, A., Bennett, K. & Smith, L. (2012). Attitudes to mathematics in primary school children. *Child Development Research, 2012*. doi:10.1155/2012/124939

Dowker, A. (2015). Individual differences in arithmetical abilities. *The oxford handbook of numerical cognition 23* (4), 878-894.

Dubow, E. F., Boxer, P. & Huesmann, L. R. (2009). Long-term effects of parents' education on children's educational and occupational success: Mediation by family interactions, child aggression, and teenage aspirations. *Merrill-Palmer Quarterly, 55*(3), 224–249. DOI:10.1353/mpq.0.0030

Duncan, G. J. & Brooks-Gunn, J. (1997). *Consequences of growing up poor*. New York: Russell Sage Foundation.

Fuchs, L., Fuchs, D., Compton, D., Powell, S., Seethaler, P., Capizzi, A., . . . & Fletcher, J. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 98* (1), 29–43. DOI: 10.1037/0022-0663.98.1.29

Fuchs, L.S., Fuchs, D., Stuebing, K., Fletcher, J.M., Hamlett, C.L. & Lambert, W. (2008). Problem solving and computational skill: Are they shared or distinct aspects of mathematical cognition? *Journal of Educational Psychology 100* (1), 30-47. DOI:100:30–47. 20057912

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York, NY, USA: Springer.

Fidell, L. S. & Tabachnick, B. G. (2013). *Using Multivariate Statistics*. Boston: Pearson Education.

Gallimore, R., Weisner, T., Kaufman, S. & Bernhermer, L. 1989. The social construction of ecocultural niches: family accommodation of developmentally delayed children. *American Journal on Mental Retardation 94* (3), 216–230.

Gathercole, S. E. & Pickering, S. J. (2000). Working memory deficits in children with low achievements in the national curriculum at 7 years of age. *British Journal of Educational Psychology 70* (2), 177–194. DOI:10.1348/000709900158047

Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychological Bulletin, 113* (2), 345–362. DOI:10.1037/0033-2909.114.2.345

Geary, D.C. (1994). *Children´s mathematical development: Research and practical applications.* Washington, DC: American Psychological Association. DOI:10.1037/10163-000

Geary, D. C. (2011). Consequences, Characteristics, and Causes of Mathematical Learning Disabilities and Persistent Low Achievement in Mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics 32* (3), 250–263. DOI: 10.1097/DBP.0b013e318209edef.

Geary, D. C., Bailey, D. H., Littlefield, A., Wood, P., Hoard, M. K., & Nugent, L. (2009). First-grade predictors of mathematical learning disability: A latent

class trajectory analysis. *Cognitive Development, 24* (4), 411–429. DOI: 10.1016/j.cogdev.2009.10.001

Geary, D. C., Hamson, C. O. & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology 77* (3), 236–263. DOI: 10.1006/jecp.2000.2561

Georgiou, G. K., Parrila, R. & Liao, C. H. (2008). Rapid naming speed and reading across languages that vary in orthographic consistency. *Reading and Writing, 21* (9), 885–903. DOI: 10.1007/s11145-007-9096-4

Greven, C. U., Kovas, Y., Willcutt, E. G., Petrill, S. A. & Plomin, R. (2014). Evidence for shared genetic risk between ADHD symptoms and reduced mathematics ability: A twin study. *Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines, 55* (1), 39-48. DOI: 10.1111/jcpp.12090

Hannula, M. M. & Lepola, J. (2006). Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä? Teoksessa J. Lepola & M. M. Hannula (toim.), *Kohti koulua – kielellisten, matemaattisten ja motivaationaalisten valmiuksien kehitys*. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja A: 205 (s. 129-153). Turku: Turun yliopiston kasvatustieteiden laitos.

Hannula-Sormunen, M. M., Räsänen, P., & Lehtinen, E. (2007). Development of counting skills: Role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. *Mathematical Thinking and Learning, 9*(1), 51-57. DOI: 10.1207/s15327833mtl0901_4

Hart, S. A., Petrill, S. A. & Thompson, L. A. (2010). A factorial analysis of timed and untimed measures of mathematics and reading abilities in school aged twins. *Learning and Individual Differences, 20* (2), 63–69. DOI: 10.1016/j.lindif.2009.10.004.

Hart, S.A., Petrill, S.A., Thompson, L.A. & Plomin, R. (2009). The ABCs of math: A genetic analysis of mathematics and its links with reading ability and general cognitive ability. *Journal of Educational Psychology 101* (2), 388-402. DOI: 101:388–402. 20157630.

Haveman, R. & Wolfe, B. (1995) The Determinants of Children's Attainments: A Review of Methods and Findings. *Journal of Economic Literature 33* (4), 1829-1878. DOI: 1995;33:1829–1878.

Howell, R., Sidorenko, E. & Jurica, J. (1987). The effects of computer use on the acqui- sition of multiplication facts by a student with learning disabilities. *Journal of Learn- ing Disabilities 20* (6), 336–341. DOI: 10.1177/002221948702000606

Jordan, N.C., Kaplan, D., Locuniak M.N. & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievemeny from developmental number sense trajectories. *Leaning Disabilities Research & Practice, 22* (1), 36–46.

Kilpatrick, J., Swafford, J. and Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping Children Learn Mathematics.* Washington, DC: National Academy Press.

Koponen, T. (2008). *Calculation and Language: Diagnostic and Intervention Studies.* Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research 340. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.

Koponen, T. (2012). Peruslaskutaito matematiikan kivijalkana. *NMI bulletin 22* (2), 59–62.

Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T., & Nurmi, J.-E. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation and their covariation with reading skill. *Journal of Experimental Child Psychology, 97* (3). 220-241. DOI: 10.1016/j.jecp.2007.03.001

Koponen, T., Eklund, K. & Salmi, P. (2018). Cognitive predictors of counting skills. *Journal of Numerical Cognition 4* (2), 410-428.

Koponen, T., Salmi, P., Eklund, K. & Aro, T. (2013). Counting and RAN: Predictors of arithmetic calculation and reading fluency. *Journal of educational psychology 105* (1), 162–175. DOI: 10.1037/a0029285

Koponen, T., Salmi, P., Torppa, M., Eklund, K., Aro, T., Aro, M., . . . & Nurmi, J.-E. (2016). Counting and rapid naming predict the fluency of arithmetic and reading skills. *Contemporary Educational Psychology 44–45*, 83-94. DOI: 10.1016/j.cedpsych.2016.02.004

Kovas, Y., Haworth, C.M.A., Harlaar, N., Petrill, S.A., Dale, P.S. & Plomin, R. (2007). Overlap and specificity of genetic and environmental influences on

mathematics and reading disability in 10-year-old twins. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, *48* (9), 914–922.

Kovas, Y., Harlaar, N., Petrill, S. A., & Plomin, R. (2005). "Generalist genes" and mathematics in 7-year-old twins. *Intelligence, 33*(5), 473-489. DOI: 10.1016/j.intell.2005.05.002

Kovas, Y. & Plomin, R. (2005). Generalist genes: implications for the cognitive sciences. *Trends in cognitive sciences*. 10 (5), 198-203.

Kärkkäinen, T. (2004) *Koulutuksen ja lapsi-vanhempisuhteen yhteys elämässä selviytymiseen: Sosiaalinen perimä ja koulutuskulttuurisen pääoman periytyminen sukupolvesta toiseen.* Helsinki: Helsingin yliopisto.

Landerl, K. & Moll, K. (2010). Comorbidity of learning disorders: prevalence and familiar transmission. *Journal of child psychology and psychiatry 51* (3), 287–294. DOI: 10.1111/j.1469-7610.2009.02164.x

Levine, T. R. & Hullett, C. R. (2002). Eta Squared, Partial Eta Squared, and Misreporting of Effect Size in Communication Research. *Human Communication Research 28* (4), 612-625.

Locuniak, M. N. & Jordan, N. C. (2008). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities 4 (*5), 451-459.

Loehlin, J.C. & Nichols, R.C. (1976). *Heredity, environment, and personality*. University of Texas Press.

LukiMat. (25.10.2019) Yksinumeroisilla luvuilla laskeminen. Haettu osoitteesta: www.lukimat.fi

Mazzocco, M. M. M. (2007). Defining and Differentiating Mathematical Learning Disabilities and Difficulties. Teoksessa Berch, D. B. ja Mazzocco, M. M. M. (toim.) Why is Math so Hard for Some Children? The Nature and Origins of Mathematical Learning Difficulties and Disabilities (s. 29–47). Maryland: Paul Brookes Publishing: Baltimore.

Mazzocco, M.M.M., Devlin, K.T. & McKenney, S.J. (2008). Is it a fact? Timed arithmetic performance of children with mathematical learning disabilities (MLD) varies as a function of how MLD is defined. *Developmental Neuropsychology 33* (3), 318–344. DOI: 10.1080/87565640801982403.

Mononen, R., Aunio, P., Hotulainen, R. & Ketonen, R. (2013). Matematiikan osaaminen ensimmäisen luokan alussa. *NMI Bulletin 23* (4), 12-27.

Metsämuuronen, J. (2011). *Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä*. Helsinki: International Methelp.

Metsämuuronen, J. (2013). Matemaattisen osaamisen muutos perusopetuksen luokilla 3-9. Teoksessa Metsämuuronen, J. (toim). *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012*. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4 (s. 65–172). Helsinki: Opetushallitus.

Milli. (15.12.2019). Milli 1A. Sanoma Pro. Haettu osoitteesta: https://tuotteet.sanomapro.fi/tuotteet/alakoulu/matematiikka/milli/bu579285-milli-1a.html

Opetushallitus. (2014). *Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014*. Helsinki: Opetushallitus.

Opetus- ja kulttuuriministeriö. (2016) PISA 2015: PISA-tutkimus ja tulokset 2015. Haettu osoitteesta (15.10.2019): https://minedu.fi/pisa-2015

Opetus- ja kulttuuriministeriö. (2019) PISA 2018: Suomi lukutaidossa parhaiden joukossa. Haettu osoitteesta (3.12.2019): https://minedu.fi/artikkeli/-/asset_publisher/pisa-2018-suomi-lukutaidossa-parhaiden-joukossa

Ostad, S. (1999). Developmental progression of subtraction strategies: A comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education 14*(1), 21–36.

Perusopetuslaki 21.8.1998/628. Haettu osoitteesta (22.10.2019): https://www.finlex.fi

Petrill, S., Logan, J., Hart, S., Vincent, P., Thompson, L., Kovas, Y., & Plomin, R. (2012). Math fluency is etiologically distinct from untimed math performance, decoding fluency, and untimed reading performance. *Journal of Learning Disabilities, 45*(4), 371-381. DOI: 10.1177/0022219411407926

Pigon, D. V. E. (2017). *Math fluency development in the early elementary grades and the role of the summer break, inattention and working memory*. Department of Applied Psychology and Human Development University of Toronto.

Plomin, R., & Daniels, D. (2011). Why are children in the same family so different from one another? *International Journal of Epidemiology, 40* (3), 563-582. DOI: 10.1093/ije/dyq148

Plomin, R. & Kovas, Y. (2005). Generalist genes and learning disabilities. *PsychoBull 131* (4), 592-617. DOI: 10.1037/00332909.131.4.592

Pungello, E. P., Kainz, K., Burchinal, M., Wasik, B. H., Sparling, J. J., Ramey, C. T. & Campbell, F. A. (2010). Early educational intervention, early cumulative risk, and the early home environment as predictors of young adult outcomes within a high-risk sample. *Child Development, 81*(1), 410-426. DOI: 10.1111/j.1467-8624.2009.01403.x

Richardson, F. C. & Suinn, R. M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, *19* (6), 551-554. DOI: 10.1037/h0033456

Rusanen, E. & Räsänen, P. (2012). Matematiikassa heikosti suoriutuvien lasten laskustrategioiden kehitys. *NMI bulletin 22* (3), 28–41.

Räsänen, P. (2012). Laskemiskyvyn häiriö eli dyskalkulia. *Duodecim 128* (11), 1168–1177.

Räsänen, P. & Ahonen, T. (2004). Oppimisvaikeudet matematiikassa - neuropsykologinen näkökulma. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) *Matematiikka. Näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen* (s. 274–300). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Vukovic, R. K. & Siegel, L. S. (2010). Academic and cognitive characteristics of persistent mathematics difficulty from first through fourth grade. *Learning Disabilities: Research and Practice, 25* (1), 25–38. DOI: 10.1111/j.1540-5826.2009.00298.x

Salminen, J. (2016). Matematiikan oppimisvaikeudet: riskin tunnistaminen ja varhaisen tuen vaste. *NMI-bulletin 26* (4), 4-10.

Siegler, R. S. (1986). Unities in strategy choices across domains. Teoksessa Perlmutter, M. *Minnesota symposium on child psychology* (s. 1-48). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Sirin, S. R. (2005) Socioeconomic Status and Academic Achievement: A Meta-Analytic Review of Research. *Review of Educational Research 75* (3), 417 – 453. DOI: 10.3102/00346543075003417

Sorvo, R., Koponen, T., Viholainen, H., Aro, T., Räikkönen, E., Peura, P., . . . , & Aro, M. (2017). Math anxiety and its relationship with basic arithmetic skills among primary school children. *British Journal of Educational Psychology 87* (3), 309-327. DOI: 10.1111/bjep.12151

Shalev, R.S., Manor, O., Kerem, B., Ayali, M., Badichi. N., Friedlander, Y. & Gross-Tsur, V. (2001). Developmental dyscalculia is a familial learning disability. *Journal of Learning Disabilities, 34* (1), 59–65. DOI: 10.1177/002221940103400105.

Shan, G. and Gerstenberger, S., 2017. Fisher's exact approach for post hoc analysis of a chi-squared test. *PloS one 12* (12). DOI: pp.e0188709-e0188709.

Shim, M., Felner, R. & Shim, E. (2000). *The Effect of Family Structures on Academic Achievement.* New Orleans: University of Rhode Islands.

Steinberg, R. M. (1985). Instruction on derived facts strategies in addition and subtraction. *Journal of Research in Mathematics Education, 16* (5), 337-355.

Swanson, L. & Kim, K. (2007). Working Memory, Short-Term Memory, and Naming Speed as Predictors of Children's Mathematical Performance. *Intelligence, 35* (2), 151–168. DOI: 10.1002/dys.341.

Tilastokeskus. (22.10.2019). Haettu osoitteesta: https://www.tilastokeskus.fi

TIMMS. (2016) Trends in Mathematics and Science Study. Haettu osoitteesta: (7.11.2019): https://timss.bc.edu/timss2015/

Tuhattaituri. (15.12.2019). Tuhattaituri 1A. Otava. Haettu osoitteesta: https://oppimisenpalvelut.otava.fi/tuotteet/luokat-1-6/tuhattaituri-ops-2016/

Väisänen, E. (2017). *Laskemisen sujuvuus osana matemaattisia taitoja: Sujuvuuden seuranta ja matemaattisten taitojen tukeminen alakoulussa* (väitöskirja, Helsingin yliopisto). Kasvatustieteellisiä tutkimuksia, 17. Haettu osoitteesta: https://helda.helsinki.fi/handle/10138/228527

Väisänen, E. & Aunio, P. (2016). Laskemisen sujuvuus toiselta neljännelle luokalle sekä yhteys lukemisen sujuvuuden ja nimeämisnopeuden kanssa. *Psykologia 51(4)*, 244–261.

Wang, D. (2004). Family background factors and mathematics success: A comparison of Chinese and US students. *International Journal of Education Reseacrh 41*(1), 40–54.

Weisner, T. 1997. The ecocultural project of human development: Why ethnography and its findings matter. *Ethos 25* (2), 177–190.

Weisner, T. (2002). Ecocultural understanding of children's developmental pathways. *Human Development 45* (4), 275–281.

Weisner, T. & Gallimore, R. (1994). Ecocultural studies of families adapting to childhood developmental delays: unique features, defining, differences, and applied implication. Teoksessa Leskinen, M. & Määttä, P (toim.) *Family in focus. New perspectives on early childhood special education.* Jyväskylä Studies in Education, Psychology, and Social Research, (s. 11–25).

Xu, F. & Spelke, E. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition 74* (1), B1–B11. DOI: 10.1016/s0010-0277(99)00066-9

Zhang, X., Koponen, T., Räsänen, P., Aunola, K., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2014). Linguistic and Spatial Skills Predict Early Artihmetic Development via Counting Seqeunce Knowledge. *Child Development 85*(3), 1091–1107.

LIITE 1. Yhteen- ja vähennyslaskusujuvuutta kuvailevat tunnusluvut eri mittakerroilla.

	$\bar{x}$	s	Md	Keskivirhe	Vinous	Huipukkuus	t	df	p	d
1. luokka kevät										
Yhteenlasku	9.76	3.68	9.50	0.30	0.44	0.16	14.35	148	<.001	.75
Vähennyslasku	7.06	3.50	6.50	0.29	1.07	1.39				
2. luokka syksy										
Yhteenlasku	11.14	4.51	10.50	0.37	0.98	1.81	10.95	146	<.001	.53
Vähennyslasku	8.79	4.33	8.50	0.36	0.90	0.94				
2. luokka kevät										
Yhteenlasku	13.73	5.84	13.50	0.48	0.93	0.87	8.42	145	<.001	.41
Vähennyslasku	11.37	5.63	10.75	0.40	0.76	0.49				

Huom. N = 146.

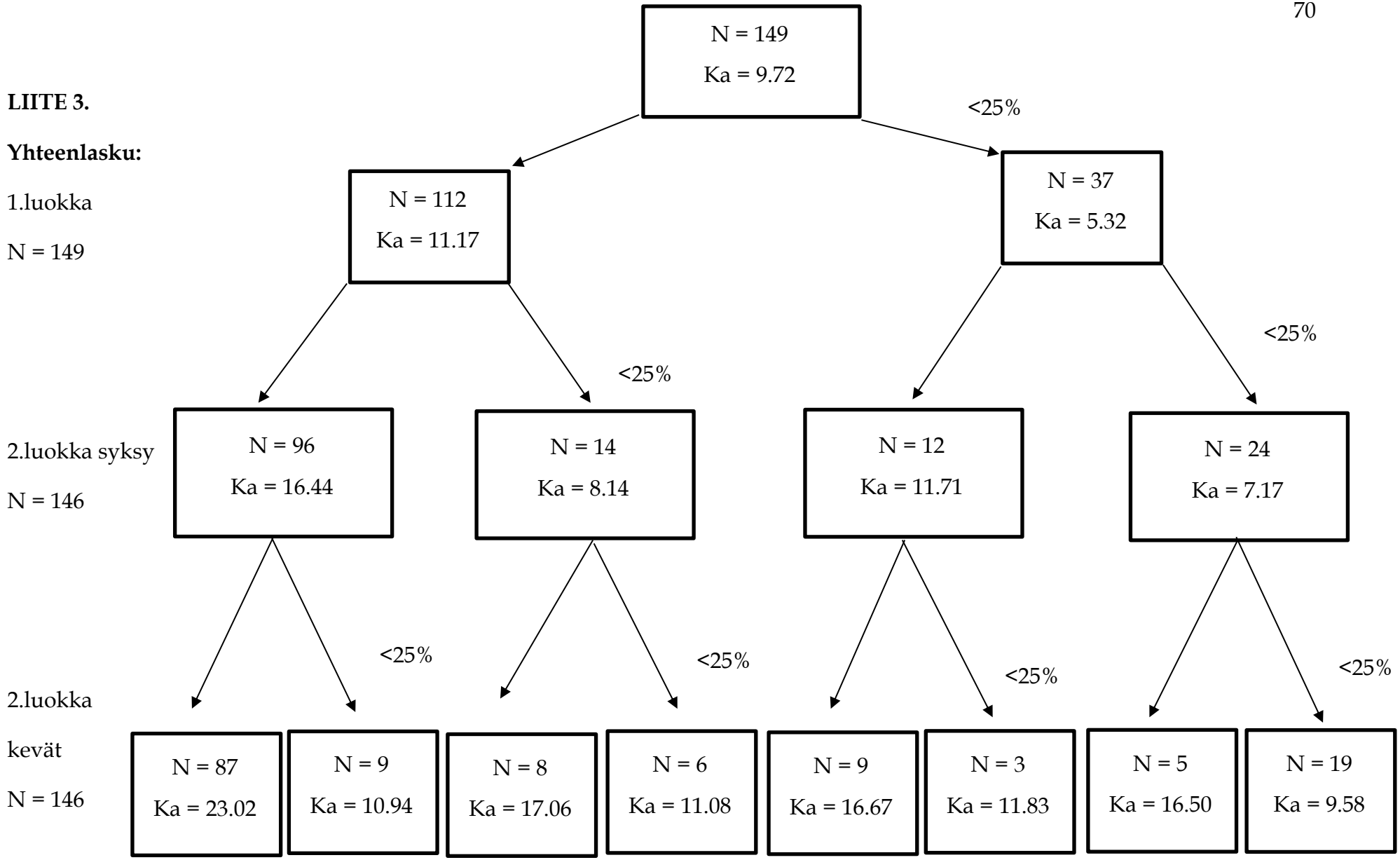
LIITE 2. Familiaalisten riskiryhmien kuvailevat tunnusluvut.

	Vähäinen riski		Keskimääräinen riski		Korkea riski					
	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	$\bar{x}$	s	F	df	p	η^2
1. luokka kevät										
Yhteenlasku	10.24	3.64	9.82	3.61	7.38	3.10	5.21	2, 146	.007	0.07
Vähennyslasku	7.34	3.40	7.24	3.84	5.20	2.37	3.26	2, 146	.041	0.04
2. luokka syksy										
Yhteenlasku	11.49	4.57	11.28	4.62	9.35	3.65	1.86	2, 144	.159	0.03
Vähennyslasku	9.33	4.43	8.80	4.32	6.33	3.22	4.00	2, 144	.020	0.05
2. luokka kevät										
Yhteenlasku	14.64	6.26	13.32	4.79	11.05	5.63	3.30	2, 143	.040	0.04
Vähennyslasku	12.22	6.07	11.10	5.16	8.63	3.77	3.46	2, 143	.034	0.05

Huom. N = 146.

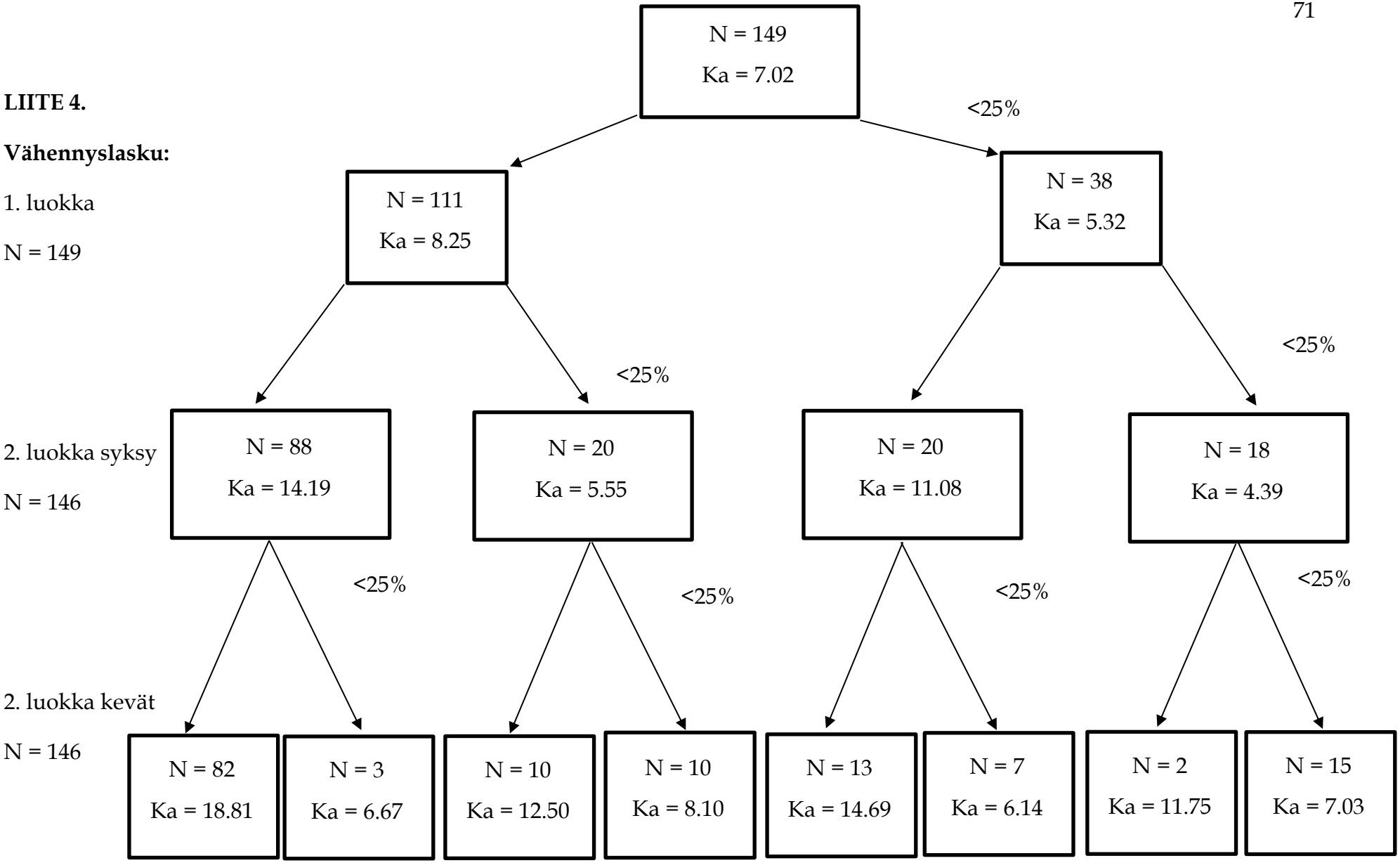
LIITE 3.

Yhteenlasku:



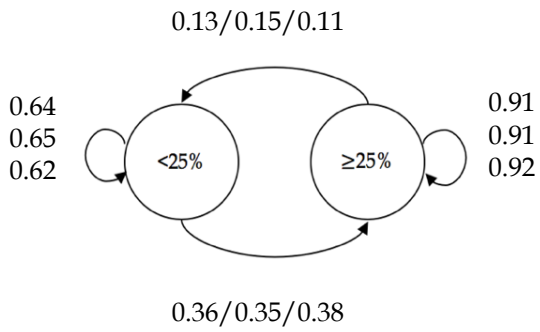
LIITE 4.

Vähennyslasku:

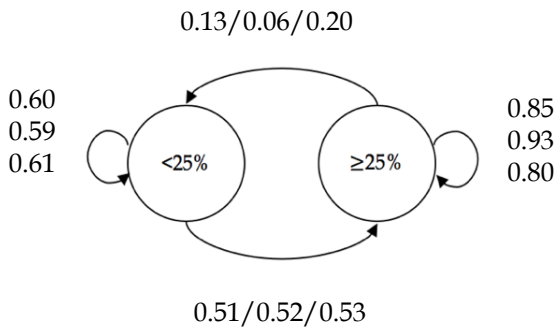


LIITE 5.

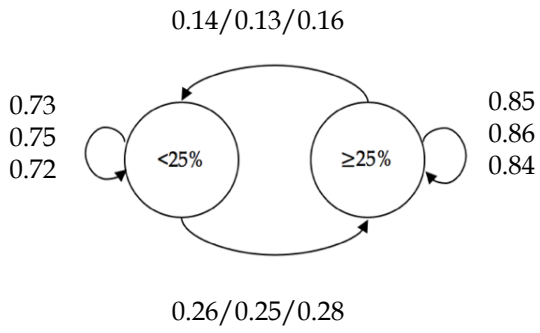
Yhteenlasku:

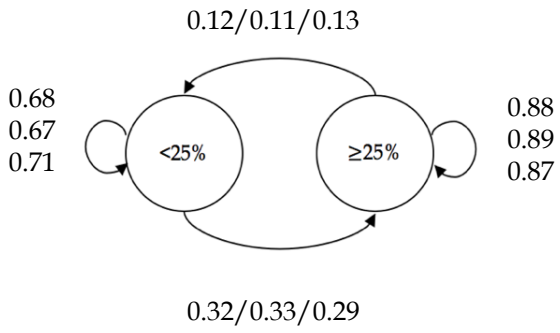


Vähennyslasku:

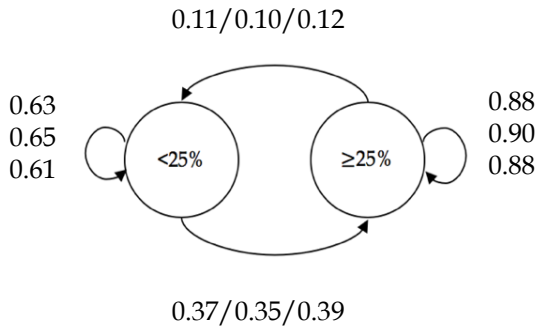


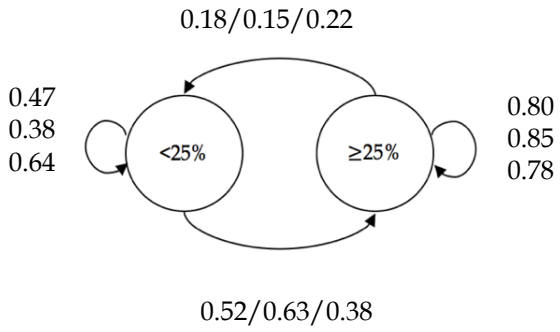
Muutos 1. luokan keväältä 2. luokan syksyyn.





Muutos 2. luokan syksyltä 2. luokan keväälle.





Muutos 1. luokan keväältä 2. luokan keväälle.

Huom. N = 146. Oppilaan todennäköisyys kuulua tai siirtyä riskiryhmien välillä. Tulokset on esitetty seuraavassa järjestyksessä: kaikki/tytöt/pojat (ylhäältä alas, vasemmalta oikealle).