

Työmuistin ja lyhytkestoisen muistin yhteys aritmeettiseen sujuvuuteen alkuopetuksessa

Annaleena Malmi

Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma
Kevätlukukausi 2017
Kasvatustieteiden laitos
Jyväskylän yliopisto

TIIVISTELMÄ

Malmi, Annaleena. 2017. Työmuistin ja lyhytkestoisen muistin yhteys aritmeettiseen sujuvuuteen alkuopetusiässä. Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteen laitos. 67 sivua.

Tämä tutkimus tarkasteli lasten työmuistin ja lyhytkestoisen muistin toiminnan yhteyttä heidän aritmetiikan sujuvuutensa. Työmuisti on todettu yhdeksi aritmetiikan sujuvuuden taustalla vaikuttavaksi tekijäksi, mutta aiemmat tutkimushavainnot ovat osittain ristiriitaisia. Tutkimuksessa selvitettiin, kuinka paljon tämä muistitoiminnan vaihtelu selittää aritmetiikan sujuvuuden vaihtelua 1. luokalla, sekä 2. luokalla, kun 1. luokan taitotaso on kontrolloitu. Aihetta tarkasteltiin muistitehtävien kolmesta ulottuvuudesta: vertailtiin työmuistin ja lyhytkestoisen muistin, sekä visuaalisen ja kielellisen säilön, ja lopuksi sanojen ja numeroiden muistamiskyvyn yhteyttä aritmeettiseen sujuvuuteen.

Tutkimukseen osallistui 195 lasta, joiden aritmetiikan sujuvuutta seurattiin ensimmäisen luokan keväältä toisen luokan syksylle. Muistitoiminnot mitattiin ensimmäisen luokan keväällä. Aineisto analysoitiin regressioanalyysillä.

Työmuisti selitti aritmeettista sujuvuutta ensimmäisellä luokalla enemmän kuin lyhytkestoinen muisti. Kielellinen säilö oli hieman vahvempi sujuvuuden selittäjä ensimmäisellä luokalla kuin visuaalinen säilö. Kyky muistaa sekä sanoja että numeroita vaikutti sujuvuuteen ensimmäisellä luokalla, mutta kyky muistaa numeerista materiaalia korostui tuloksissa. Sujuvuutta toisella luokalla selitti pääosin ensimmäisen luokan taitotaso, mutta myös kyky muistaa numeroita.

Johtopäätös on, että sujuvuuden harjaannuttamiseksi tulisi opettaa lapsille laskemista tehostavia työmuisti- ja laskustrategioita, huomioiden samalla matematiikan hierarkkinen luonne. Lisäksi tulee kiinnittää huomio siihen, että välteään oppilaiden työmuistin ylikuormittumista matematiikan tunneilla.

Asiasanat: työmuisti, lyhytkestoinen muisti, aritmetiikka, sujuvuus, alkuopetus.

SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ

SISÄLTÖ

1	JOHDANTO	5
2	TYÖMUISTI	8
	2.1 Työmuistissa kognitio ja toiminta kohtaavat	8
	2.2 Työ- ja lyhytkestoisen muistin kapasiteetin kehittyminen.....	9
	2.3 Kuinka työmuistin heikkoudet ilmenevät luokassa?	10
3	TYYPILLINEN ARITMETIIKAN TAITOJEN KEHITYS	13
	3.1 Esimatemaattiset taidot	13
	3.2 Alkuopetusikäisen lapsen matemaattiset taidot	15
4	TAVOITTEENA SUJUVA LASKUTAITO	18
5	TYÖMUISTIN ROOLI ARITMEETTISESSA LASKEMISESSA	22
	5.1 Keskusyksikkö	24
	5.2 Visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö.....	27
	5.3 Fonologinen silmukka	28
6	MUISTITEHTÄVIEN KOLME ULOTTUVUUTTA	30
	6.1 Työmuistin ja lyhytkestoisen muistin yhteys aritmeettiseen sujuvuuteen	30
	6.2 Visuaalis-spatiaalisen ja kielellisen lyhytkestoisen muistin yhteys aritmeettiseen sujuvuuteen.....	31
	6.3 Sanojen ja numeroiden muistamisen yhteys aritmeettiseen sujuvuuteen 34	
7	TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET	36
8	TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN	37

8.1 Tutkimuksen konteksti ja tutkittavat	37
8.2 Tutkimusmenetelmät	38
8.2.1 Aritmetiikan sujuvuuden mittarit ja muuttujat	38
8.2.2 Työmuistin ja lyhytkestoisen muistin mittarit	39
8.2.3 Muistitehtävien ulottuvuudet	40
8.3 Aineiston analyysi	41
9 TULOKSET	43
9.1 Korrelaatioanalyysit	43
9.2 Lyhytkestoisen muistin ja työmuistin yhteys aritmetiikan sujuvuuteen 46	
9.2.1 Yhteenlasku	46
9.2.2 Vähennyslasku	47
9.2.3 Aritmetiikka	48
9.3 Visuaalis-spatiaalisen ja kielellisen lyhytkestoisen muistin yhteys aritmetiikan sujuvuuteen	48
9.3.1 Yhteenlasku	48
9.3.2 Vähennyslasku	49
9.3.3 Aritmetiikka	50
9.4 Sanojen ja numeroiden muistamisen yhteys aritmetiikan sujuvuuteen	50
9.4.1 Yhteenlasku	50
9.4.2 Vähennyslasku	51
9.4.3 Aritmetiikka	52
10 POHDINTA	53
10.1 Tulosten tarkastelu ja johtopäätökset	53
10.2 Tutkimuksen luotettavuus ja jatkotutkimushaasteet	58
LÄHTEET	60

1 JOHDANTO

Tämä tutkimus pyrkii selventämään työmuistin ja lyhytkestoisen muistin toiminnan yhteyttä lasten aritmeettiseen sujuvuuteen alkuopetuksessa. Aritmetiikka määritellään tässä tutkimuksessa yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuksi sekä helpoiksi yhtälöiksi, kuten $15 - \text{_____} = 9$. Aritmetiikka on tärkeässä roolissa alakoulujen matematiikan opetussuunnitelmassa (Ashcraft 1982). Matematiikka on nimittäin luonteeltaan kumuloituvaa taitoa (Nesher 1986), tarkoittaen, että aritmetiikan taitojen päälle lapsi alkaa rakentaa kehittyneempiä matematiikan ja luonnontieteen taitojansa (Ashcraft 1982). Näin ollen aritmetiikan taitojen merkitys on todella suuri lapsen matemaattiselle kehitykselle.

Alkuopetuksella tarkoitetaan alakoulun 1. ja 2. luokkaa. Tällöin opetussuunnitelman mukaan lapset alkavat kehittää matemaattista ajatteluansa formaalin opetuksen avulla (Opetushallitus 2014). Vuosiluokilla 1–2 rakennetaan pohjaa lapsen laskutaidolle, sekä lukukäsitteen ja kymmenjärjestelmän ymmärtämiselle. Eräänä tavoitteena opetukselle mainitaan sujuvan peruslaskutaidon kehittyminen, joka on myös yksi viidestä tärkeästä oppimisprosessin arvioinnin kohteesta alkuopetuksessa. (Opetushallitus 2014.)

Aritmetiikan taitoihin voi liittyä erilaisia vaikeuksia, jotka saattavat aiheuttaa vakaviakin seurauksia lapsen arjelle, koulunkäynnille, ja myöhemmälle työllistymiselle (Ashcraft 1982). Brittitutkimusten mukaan laskutaidon heikkoudet vaikuttavat jopa lukutaidon heikkouksia enemmän kouluttautumiseen ja työllistymiseen (Parsons & Bynner 2005). Esimerkiksi työttömyyttä oli kaksi kertaa todennäköisemmin niiden joukossa, joilla oli heikko laskutaito, kuin niiden, jotka pystyivät käsittelemään numeroita taitavasti. Tämän ja monen muun asian myötä heikko laskutaito viittasi syrjäytymisen riskiin. Siksi laskutaidon riittävään kehitykseen tulisi kiinnittää heti koulun alussa huomiota, jotta oppilas saisi tarvitsemansa tuen oppimiseen.

Laskutaitoa saattaa heikentää se, että laskeminen ei ole automatisoitunutta eli sujuvaa. Silloin lapsen laskeminen on hidasta ja työlästä. Aritmetiikan sujuvuus on tärkeä tavoite, koska sujuvan peruslaskutoimitusten hallitsemisen

avulla lapsi kykenee keskittämään kognitiiviset resurssinsa monimutkaisempiin tehtäviin ja edistymään oppimisessa (Meyer, Salimpoor, Wu, Geary & Menon 2010).

Sujuva laskutaito vaatii luonnollisesti monenlaisia valmiuksia kehittyäkseen. Yksi näistä sujuvuuden takana olevista tekijöistä on työmuisti, joka paitsi on yhteydessä lapsen tämänhetkiseen aritmeettiseen sujuvuuteen, myös ennustaa myöhempää aritmeettista sujuvuutta (LeFevre ym. 2013). Työmuisti, Baddeleyn ja Hitchin (ks. esim. Baddeley 2010) mukaan määriteltynä, koostuu kolmesta komponentista: keskusyksiköstä, joka vastaa muistettavan materiaalin käsittelystä, ja lyhytkestoisesta muistista, eli kahdesta muistettavan materiaalin säilömisestä vastaavasta osasta: fonologisesta silmukasta ja visuaalis-spatiaalisesta luonnoslehtiöstä. Toistaiseksi työmuistin yhteys aritmetiikkaan on paljon tutkittu, mutta hieman ristiriitainen alue. Ensinnäkään ei olla aivan varmoja siitä, voiko lyhytkestoinen muisti olla työmuistin tavoin yhteydessä aritmetiikassa menestymiseen (ks. esim. Van Daal, Van Der Leij & Ader 2013), jopa ennustaen taidon kehitystä. Samoin kielellisen säilön eli fonologisen silmukan ja visuaalisen säilön eli visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön yhteys aritmetiikan taitojen kehitykseen alkuopetusiässä on hieman epäselvä, mutta mielenkiintoinen tutkimuksen kohde, etenkin huomioiden sen, kuinka säilöjen käyttämiseen liittyvät strategiat muuttuvat juuri tässä iässä (Palmer 2000). Viimeiseksi, osa tutkimuksista on osoittanut, että kyvyllä muistaa numeerista materiaalia on vahva yhteys aritmeettisiin taitoihin (ks. esim. McLean & Hitch 1991), kun taas osa tutkimuksista ei ole havainnut yhteyttä näiden kahden asian välillä (ks. esim. Friso-van den Bos, Van der Ven, Kroesbergen & van Luit 2013).

Koska työmuistin rooli sujuvuuden kehittymiselle on vielä osittain epäselvä, tämä tutkimus pyrkii osaltaan valottamaan seuraavia asioita: selittävätkö työmuisti ja lyhytkestoinen muisti aritmeettista sujuvuutta, ja mikäli lyhytkestoinen muisti selittää aritmeettista sujuvuutta, onko sen molemmilla säilöillä yhteys sujuvuuteen? Entä onko kyvyllä pitää mielessä numeroita tai sanoja merkitsevä selitysosuus aritmeettiseen sujuvuuteen?

Tämä pro gradu- tutkielma etenee johdannosta teorialukuihin, jossa lukijalle esitellään työmuistin toimintaa, aritmetiikan taitojen kehitystä alkuopetuksessa sekä työmuistin ja aritmetiikan sujuvuuden yhteyttä. Luku 6 esittelee tutkimuskysymykset ja luku 7 kertoo tutkimuksen toteuttamisesta. Luvussa 8 käydään läpi tulokset tutkimuskysymyksittäin. Luku 9 asettaa tulokset tutkimuskenttään ja ehdottaa tutkimuksen sovellusta käytäntöön sekä jatkotutkimushaasteita.

2 TYÖMUISTI

2.1 Työmuistissa kognitio ja toiminta kohtaavat

Työmuistia on tutkittu runsaasti viimeisen neljänkymmenen vuoden ajan, minkä seurauksena on syntynyt lukuisia erilaisia työmuistin määritelmiä (ks. katsaus Cowan 2016). Tämän tutkimuksen teoreettinen viitekehys nojaa kuitenkin Alan Baddeleyn ja Graham Hitchin vuonna 1974 rakentamaan kolmikomponenttiseen työmuistimalliin, koska se on tunnetuin ja tutkituin teoria työmuistin ja aritmetiikan yhteyden tutkimisessa (DeStefano & LeFevre 2004). Tässä teoriassa työmuisti, lyhytkestoinen muisti ja pitkäkestoinen muisti ovat erilliset, mutta toistensa kanssa vuorovaikutuksessa toimivat järjestelmät (Baddeley 2012).

Baddeleyn ja Hitchin teoria työmuistista muodostettiin vastaamaan kahden kysymyksen: miksi itse työstetty tieto siirtyy pitkäkestoiseen muistiin tehokkaammin kuin pelkästään kuultu tai nähty tieto, ja miksi lyhytkestoisen muistin vaurioituminen ei estä pitkäkestoista muistia vaativaa oppimista (Baddeley 2010). Vastatakseen näihin kysymyksiin Baddeley ja Hitch loivat mallin, jossa lyhyt- ja pitkäkestoisen muistin rinnalle asetettiin kolmesta osasta muodostuva työmuisti. Malli koostuu visuaalis-spatiaalisesta luonnoslehtiöstä, fonologisesta silmukasta ja keskusyksiköstä, jotka toimivat erillisinä komponentteina, mutta yhteistyössä toistensa kanssa (Baddeley 2010). Myöhemmin Baddeley (2000) lisäsi malliin episodisen puskurin, jonka tehtävänä on toimia väliaikaisena säilönä ja yhteistyöalueena työmuistin eri komponenteille, aisteille ja pitkäkestoiselle muistille. Episodista puskuria ei kuitenkaan ole juuri tutkittu aritmetiikan näkökulmasta, mistä syystä tämäkin tutkimus keskittyy tarkastelemaan ainoastaan kolmikomponenttimallin mukaisen työmuistitoiminnan yhteyttä aritmeettiseen sujuvuuteen.

Baddeleyn (2012) mukaan työmuistin keskusyksikkö kykenee samanaikaiseen tiedon säilömiseen ja käsittelyyn, kun taas työmuistiin kuuluvat säilöt, joita kutsutaan lyhytkestoiseksi muistiksi, kykenevät pelkästään pitämään tietoa muistissa väliaikaisesti, yleensä sekuntien tai minuuttien ajan (Gathercole 1998).

Baddeley (2102) on ehdottanut työmuistin olevan yhteydessä pitkäkestoiseen muistiin niin, että nämä kaksi komponenttia ovat toisistaan ainakin osittain erilliset. Työmuistiin kuitenkin sisältyy monien sellaisten aivoalueiden aktivoituminen, jotka toimivat yhteydessä pitkäkestoiseen muistiin ja mahdollistavat yhteistyön. Työmuisti on ikään kuin kohtaamispiste, joka yhdistää kognition ja toiminnan, ja mahdollistaa useilla erilaisilla koodeilla ilmaistun tiedon samanaikaisen käsittelyn. (Baddeley 2012.)

Muutamit työmuistin ja aritmetiikan tai yleisemmin matematiikan taitoja mittaavat tutkimukset ovat pyrkineet konfirmatorisen faktorianalyysin avulla vahvistamaan Baddeleyn kolmikomponenttimallia. Tarkastelemalla työmuistimittareiden latautumista eri faktoreille on päätelty, että mittarit ja kolmikomponenttimalli todellakin ovat yhteneväiset: nämä kolme komponenttia ovat selvästi yhteydessä toisiinsa, mutta toimivat silti erillisinä yksikköinä (ks. esim. De Smedt ym. 2009).

2.2 Työ- ja lyhytkestoisen muistin kapasiteetin kehittyminen

Työmuistin kapasiteetti lapsuudessa ei ole vakio, vaan se kasvaa iän myötä (Alp 1994; Gathercole 1999; Isaacs & Vargha-Khadem 1989; Nevo & Breznitz 2013; Siegel & Ryan 1989). Jo taaperoikäisiltä on kyetty mittaamaan työmuistin toimintaa matkimista vaativilla tehtävillä (Fitzpatrick & Pagani 2012) ja 4-vuotiailta on pystytty luotettavasti testaamaan muistin säilö- ja prosessointikykyä (Alloway, Gathercole & Pickering 2006). Tämä osoittaa, että työmuisti ja lyhytkestoinen muisti kehittyvät jo hyvin varhain lapsilla kahdeksi erilliseksi, mutta yhdessä toimivaksi komponentiksi.

Aikuisilla työmuistin ja lyhytkestoisen muistin kapasiteettia pidetään keskimäärin seitsemän (7 ± 2) yksikön suuruisena (Miller 1994). Lyhytkestoinen muisti kehittyy vauhdikkaasti neljästä ikävuodesta kahdeksaan vuoteen (Gathercole 1999). Kuusivuotias lapsi voi säilöä lyhytkestoisessa muistissa 3–4 yksikköä, kun taas kahdeksanvuotias kykenee säilömään jo 4–5 yksikköä (Isaacs &

Vargha-Khadem 1989; Kail 1997). Kahdeksasta ikävuodesta eteenpäin lyhytkestoinen muisti kehittyy vähitellen, saavuttaen Gathercolen (1999) mukaan aikuisiän tason 11–12-vuotiaana tai Siegelin (1994) mukaan 15-vuotiaana. Aikuisiän tasolla se pysyy tavallisesti vakaana vähintään 50-vuotiaaksi saakka.

Noin kahden vuoden ikäisten lasten työmuistin kapasiteetti vaikuttaisi olevan keskimäärin 0–3 yksikköä (Fitzpatrick & Pagani 2012). Vuodessa työmuistin kapasiteetti kasvaa, ulottuen nyt 0–4 yksikköön. Yksilölliset erot taaperoikäisten lasten työmuistissa ovat todennäköisesti suhteellisen pysyviä (Alp 1994). Lapsen ollessa 7–8 vuoden ikäinen työmuistin kapasiteetin on mitattu lähenevän jo viitta yksikköä (Isaacs & Vargha-Khadem 1989). Erot mittaustuloksissa voivat kuitenkin johtua erilaisista tutkimusmenetelmistä. Siegelin (1994) mukaan työmuisti kehittyy asteittain aina 15-vuotiaaksi saakka. On kuitenkin viitteitä siitä, että murrosiän jälkeen, 20 vuoden jälkeen, suorituskyky työmuistia vaativissa tehtävissä alkaisi laskea.

Lyhytkestoisen muistin ja työmuistin kehittämisessä ei kuitenkaan välttämättä ole kyse nimenomaan kapasiteetin suurenemisesta (Chi 1976; Daneman & Carpenter 1980; Kail 1997; Miller 1994). Sen sijaan iän myötä tiedon säilömistä tukevat kognitiiviset prosessit kehittyvät, eli ihminen oppii pitämään asioita mielessä toistamisen, ryhmittelyn, rekoodauksen ja pitkäkestoiseen muistiin linkittämisen avulla, minkä kautta lyhytkestoisen muistin ja työmuistin kapasiteettia pystytään hyödyntämään paremmin. Tällaiset keinot pakata tietoa tiiviimpään muotoon vaativat aluksi paljon työmuistia (Daneman & Carpenter 1980). Siitä huolimatta nämä keinot ovat taloudellisia, koska niiden avulla työmuistin kapasiteettia vapautuu muuhun prosessointiin.

2.3 Kuinka työmuistin heikkoudet ilmenevät luokassa?

Koulu on paikka, jossa lapset kuluttavat paljon aikaa. Koulussa lapset oppivat sekä akateemisia taitoja että muita elämässä tarvittavia taitoja. Suuri osa oppimisesta koulussa perustuu siihen, että kykenee noudattamaan ohjeita, joita opettaja

luokalleen antaa. Niille lapsille, joilla on heikot työmuistitoiminnot, luokkahuonetilanteet voivat olla hyvin vaativia (Gathercole, Durling, Evans, Jeffcock & Stone 2008b).

Työmuistin kapasiteetti muistaa suullisesti annettuja ohjeita kasvaa iän myötä (Jaroslawska, Gathercole, Logie & Holmes 2016). Useiden työmuistitehtävien on todettu olevan yhteydessä ohjeiden noudattamisen kanssa niin, että korkeammat pisteet työmuistitehtävässä kertovat paremmasta kyvystä muistaa annettuja suullisia ohjeita (Gathercole ym. 2008b; Jaroslawska ym. 2016). Käytännössä se tarkoittaa sitä, että kykenee muistamaan pitkiä, jaksottaisia ohjeita, kuten ”Mene ensin matematiikan luokkaan, hae sieltä harmaa taskulaskin ja vie se naapuriluokan opettajalle”. Erityisesti ohjeiden noudattaminen vaatii kielellistä työmuistia eli fonologisen silmukan säilökapasiteettia. Sen sijaan visuaalis-spatiaalisella muistikapasiteetilla ei ole huomattu olevan merkitystä ohjeiden noudattamisessa. (Jaroslawska ym. 2016.)

Niiden oppilaiden, joilla on heikot työmuistitoiminnot, on hankala samanaikaisesti pitää mielessä yhtä asiaa ja prosessoida toista asiaa (Gathercole & Pickering 2000). Tyypillistä luokkahuonetilanteissa on, että oppilaan on samanaikaisesti aktiivisesti kuunneltava opettajaa ja muita oppilaita, sekä suoritettava matemaattista tai kielellistä tehtävää mielessään tai paperilla. Gathercolen ym. (2008a; 2008b) opettajien havaintoihin perustuvat tutkimukset selvittivät, että suurimmalla osalla lapsista, joilla on heikot työmuistitoiminnot, on todettavissa lyhyt keskittymiskyky, hankaluuksia löytää luovia ratkaisuja monimutkaisissa ongelmatilanteissa, vaikeus valvoa oman työn laatua ja taipumusta häiriintyä helposti. St. Clair-Thompson (2011) taas sai selville, että heikot työmuistitoiminnot aiheuttavat kehoja tarkkaavuuden ja oman toiminnan suunnittelemisen taitoja. Tässä tutkimuksessa todettiin kuitenkin, että heikoista työmuistitoiminnoista ei pitäisi seurata vaikeuksia vaihtaa strategiaa tehtävässä tai ongelmia estää epäolennaista tietoa häiritsemästä työskentelyä. Voikin siis olla, että työmuistiheikkoudet eivät tarkoita yleistä toiminnanohjauksen heikkoutta. Sen sijaan vaikeus keskittyä, olla tarkkaavainen ja suunnitella omaa toimintaa voivat johtua siitä, että työmuistiheikkouksien vuoksi lapsi menettää jatkuvasti tärkeää tietoa

käsillä olevissa tehtävissä. (Gathercole ym. 2008a; St. Clair-Thompson 2011.) Silloin näiden lasten työmuisti ylikuormittuu helposti, mikä johtaa siihen, että tärkeä, tehtäviin liittyvä tieto työmuistissa katoaa, jolloin tehtävää ei pysty saattamaan loppuun. Jos tätä aiheutuu jatkuvasti, hidastaa se oppimista ja kehittymistä koulussa. Työmuistin ongelmia on haastava havainnoida, mutta usein tällaiset tapahtumat näkyvät ulospäin keskittymiskyvyttömyytenä ja häiriintyvyytenä. (Gathercole ym. 2008a.)

3 TYYPILLINEN ARITMETIIKAN TAITOJEN KEHITYS

3.1 Esimatemaattiset taidot

Tullakseen taitavaksi matematiikan osaajaksi lapsen on hallittava kaksi osa-aluetta: matemaattiset käsitteet ja matemaattiset menettelytavat (Duncan ym. 2007). Lasten matemaattisesta varhaiskehityksestä on yritetty muodostaa teoriaa mukaillen kielentutkijoiden ajatusta siitä, että pienellä lapsella on luontainen kyky tunnistaa kielen sääntöjä ennen kuin kykenee kielellistämään ja käsitteellistämään niitä (Gelman & Meck 1983). Tällaisia aritmeettisiä sääntöjä ovat tutkijoiden mukaan yksi yhteen -vastaavuus (jokaista lukusanaa vastaa tietty lukumäärä), pysyvän järjestyksen periaate (numerot ovat lukujonossa aina samalla paikalla), kardinaalisuusperiaate (viimeinen numero lukujonossa on laskettavien kohteiden määrä, kun lasketaan esineiden yhteenlaskettu määrä), abstraktisuus (mitä tahansa esineitä voidaan siirtää kasaan ja laskea niiden määrä) ja järjestyksen epäolennaisuus (esineet voidaan laskea missä tahansa järjestyksessä ja saadaan aina sama tulos). Toisin sanoen Gelman ja Meck ehdottavat, että 3–4-vuotias lapsi tietää synnynnäisesti nämä periaatteet ja pyrkii laskemaan niiden mukaisesti jo varhaislapsuudessa. Briars ja Siegler (1984) esittävät kuitenkin eriävän mielipiteen sen perusteella, että he ovat todenneet 3–5-vuotiaiden lasten osuvan jo laskea, vaikka tämän ikäiset lapset eivät tunnistaisikaan näitä periaatteita. Saattaakin siis olla, että pienten lasten laskutaito perustuu toistamiseen ja hokeamiseen, ja he oppivat laskemisen sääntöjä pikkuhiljaa lukujonotaitojen oppimisen jälkeen. Poikkeavuudet tuloksissa saattavat johtua esimerkiksi erilaisista menettelytavoista tutkimustilanteessa tai pienten otosten aiheuttamasta epävakaudesta.

Edeltävän mallin kaltaista teoriaa edustaa myös Krajewskin ja Schneiderin (2009) varhaisen aritmeettisen kehityksen malli, jonka mukaan kehitys voidaan jakaa kolmeen tasoon. Ensimmäisellä tasolla lapsi kykenee erottamaan numerot toisistaan ja toistamaan lukusanoja. Toistaminen vaatii kielellisiä kykyjä, mutta

ei vielä ymmärrystä lukujen suuruudesta. Toistamisen pohjalta kehittyy käsitys lukujonosta. Toisella tasolla lapsi alkaa ymmärtää karkeasti määrien ei-numeerisia suhteita, esimerkiksi väheneekö vai kasvaako määrä. Lisäksi alkaa kehittyä ymmärrys lukujen ja määrien epätarkasta vastaavuudesta (lapsi esimerkiksi omaksuu luvun kaksi olevan vähän ja luvun sata todella paljon) ja tarkasta vastaavuudesta (lapsi oppii lukusanojen ja määrien vastaavuudet sekä vierekkäisten lukujen suuruussuhteet). Lapsi voi myös alkaa ymmärtää, että luvut koostuvat palasista. Kolmannella tasolla, kun lukumääräisyyden periaate on ymmärretty, lapsi on valmis omaksumaan lukujen hajottamisen ja muodostamisen sekä erotuksen kahden luvun välillä ("kuuden ja kolmen ero on kolme"). (Krajewski & Schneider 2009.)

Myös Duncan ja kumppanit (2007) arvelevat, että lapsella on synnynnäinen kyky arvioida määriä, mistä seuraa lukujen ja suuruuksien ymmärtäminen. Huttenlocherin, Jordanin ja Levinen (1994) mukaan synnynnäinen herkkyys arvioida määriä alkaa kehittyä ei-kielellisiksi laskutaidoiksi lapsella jo noin kolmen vuoden iässä. Arvellaan, että tämä tapahtuu mielikuvamallien (*mental model*) avulla, kun lapsi painaa mieleensä representaatioita olemassa olevista konkreettisista objekteista ja niiden määrän lisääntymisestä ja kasvamisesta. Tämä toimenpide vaatinee työmuistin käyttöä.

Aluksi laskemiseen tarvitaan avuksi konkreettisia esineitä, mutta vähitellen laskeminen siirtyy abstraktiksi mielessä laskemiseksi (Carpenter & Moser 1984). Mielikuvamalli ei vielä vaadi kykyä käsitellä numeroita kielellisillä tai konventionaalisilla tavoilla (Huttenlocher ym. 1995). Nämä sovitut tavat suorittaa aritmeettisia laskutoimituksia lapsi oppii yleensä vasta alkuopetusiässä. Vielä viisivuotiaat ovatkin tyypillisesti laskemisessaan epäjohdonmukaisia: he ymmärtävät kyllä vastaavuuden periaatteen, mutta eivät sitä, että rivissä olevat esineet voi laskea kummasta päästä vain, tai että kaikkia laskettavia kohteita ei tarvitse laskea yksitellen (Geary, Bow – Thomas & Yao 1992).

Näin ollen kouluun tullessa lapsella oletetaan olevan jo monenlaista oman elämismaailmansa kautta tullutta matemaattista kokemusta, jonka pohjalle for-

maali opetus alkaa rakentaa matemaattista ajattelua. Kaikki lapset eivät kuitenkaan kehity matemaattisesti samalla tavalla, vaan esimerkiksi taipumuksella kiinnittää huomiota lukuihin varhaislapsuudessa on havaittu olevan vaikutusta matematiikan taitojen kehitykseen, minkä vuoksi lasten välillä on yksilöllisiä eroja matematiikan taidoissa jo ennen koulun aloittamista (Hannula & Lehtinen 2005).

3.2 Alkuopetusikäisen lapsen matemaattiset taidot

Koulun aloittamisvuonna mitatut matemaattiset taidot, kuten ymmärrys numeroista ja niiden järjestyksestä, ennustavat vahvasti matematiikan taitoja myöhemmillä luokilla, mikä kertoo siitä, että erot matemaattisissa taidoissa ovat suhteellisen pysyviä (Duncan ym. 2007). Lapset kuitenkin kehittyvät opetuksen ansiosta omalla tahdillaan eteenpäin. Kouluikäisen lapsen aritmetiikan taidot kasvavat, kun hän omaksuu erilaisia strategioita ja kehittää muistirepresentaatioita (Ashcraft 1982) sekä kartuttaa tietoutta laskemisesta (Geary ym. 1992). Ensin lapsi laskee yksinkertaisissakin laskuissa (esimerkkilaskuna $2 + 3$) molemmat tekijät ensin yksitellen ja sitten yhteen (*sum model/counting all-strategy*) (Carpenter & Moser 1984; Groen & Parkman 1972; Suppes & Groen 1966). Tämä tarkoittaa, että lapsi laskee ensin 1, 2, sitten 1, 2, 3 ja viimein nämä yhteen: 1, 2, 3, 4, 5. Kun laskutaito kehittyy, lapsi alkaa laskea keskeltä lukujonoa, eli aloittaa ensimmäisestä luvusta (2) ja lisää siihen suuremman luvun eteenpäin luetellen: 3, 4, 5 (*counting on from first-strategy*) (Carpenter & Moser 1984; Suppes & Groen 1966). Laskutaidon edelleen kehittyessä lapsi kykenee valitsemaan yhteenlaskun suuremman tekijän (3) ja luettelemaan pienemmän luvun verran siitä eteenpäin (*min model/counting-on from larger-strategy*), jolloin laskemisesta tulee nopeampaa, koska lapsen tarvitsee luetella vähemmän lukuja: 4, 5 (Groen & Parkman 1972; Suppes & Groen 1966). Kehitys kohti tehokkaampia laskutapoja on luontaista lapsille ja tapahtuu tässä iässä todennäköisesti huolimatta siitä, saako lapsi opetusta uusiin strategioihin vai ei (Ashcraft 1982; Groen & Resnick 1977; Woods, Resnick & Croen 1975). Esimerkiksi vähennyslaskuissa lapset ovat taipuvaisia

käyttämään strategiaa, joka vaatii vähemmän työtä eli vähemmän etenemistä lukujonolla. Kun laskun vähentäjä on pieni luku, esimerkiksi laskussa $8 - 1$, lapset pyrkivät laskemaan vähennettävästä alaspäin, jotta laskeminen olisi nopeaa. Kun taas vähentäjä on suuri luku, esimerkiksi laskussa $8 - 6$, nopeampi tapa on laskea vähentäjästä ylöspäin. (Woods, Resnick & Croen 1975.)

Lukujen laskeminen luettelua hyödyntäen on kuitenkin hidasta ja lapsi tekee siinä helposti virheitä (Bull & Johnston 1997; Groen & Resnick 1977). Niinpä lapsen olisi hyvä siirtyä sormilla laskemisesta ja mielessä luettelusta vielä tehokkaampaan laskemiseen, vastauksen suoraan muistista palauttamiseen. Tätä strategiaa käytetään erityisesti, kun molemmat laskun tekijät ovat pienempiä kuin 10. Suoraan muistista palauttaminen vaatii toistoa, sillä laskujen toistuminen vahvistaa aritmetiikkaan liittyvää verkostoa muistissa (Ashcraft 1982). Vastauksen palauttaminen eli hakeminen pitkäkestoisesta muistista tarkoittaa sitä, että nähdessään laskun $2 + 3$ lapsi automaattisesti kykenee vastaamaan oikean vastauksen 5.

Suoraan muistista palauttaminen tehostuu, kun lapsi oppii hyödyntämään jo osaamiaan aritmeettisia yhdistelmiä laskiessaan (Groen & Parkman 1972). Tällaisia laskemista tehostavia yhdistelmiä ovat esimerkiksi tuplat ($4 + 4 = 8$) ja kymppiparit ($7 + 3 = 10$). Näitä yhdistelmiä hyödyntämällä lapsi voi joko johtaa vastauksen ($7 + 4$ on yksitoista, koska se on yhden enemmän kuin $7 + 3$, joka on kymmenen) tai pilkkoa laskun pienemmiksi laskuiksi ja koota sen uudestaan ($7 + 4 = 7 + (3 + 1) = (7 + 3) + 1 = 10 + 1 = 11$) (Carpenter & Moser 1984; Krajewski & Schneider 2009). Noin yhdeksänvuotiaana lapset osaavat jo käyttää muistista palautettavia strategioita pääasiallisena laskustrategianaan (Ashcraft 1982). Arvelaan, että vastausten palauttaminen pitkäkestoisesta muistista on haastavinta suurten lukujen kohdalla (Geary, Brown & Samaranayake. 1991). Tämä johtuu siitä, että vastausrepresentaatioita muodostuu pitkäkestoiseen muistiin vain harjoittelun avulla, mutta suurten lukujen kohdalla laskemiseen kuluu niin paljon aikaa, että laskettavat luvut ehtivät hävitä työmuistista, ennen kuin yhteys kysymyksen ja vastauksen välille ehtii muodostua. Tällöin yhteydet jäävät harjoittelunkin jälkeen usein heikoiksi. (ks. esim. Geary ym. 1991.)

Kertolaskut ovat erilaisia ratkaista kuin yhteen – ja vähennyslaskut, koska niitä ratkoessa lapsi pääasiassa luottaa ulkoa opetteluun (Koshmider & Ashcraft 1991). Viimeistään kahden vuoden kuluttua siitä, kun lapsi on tutustunut koulussa kertolaskuihin, kertotauluvastausten haku pitkäkestoisesta muistista on tyypillisesti automatisoitunut. Jakolaskut puolestaan ratkaistaan lähinnä kertolaskujen avulla (Ashcraft 1982).

4 TAVOITTEENA SUJUVA LASKUTAITO

Matematiikan taidot rakentuvat hitaasti ja hierarkkisesti, eli lapsen on opittava ensin yksinkertaisemmat taidot kehittyäkseen laskemisessa ja hallitakseen monimutkaisempien matematiikan tehtävien ratkaisemisen (Nesher 1986). Tyypillisesti laskutaidon kehittymistä häiritsee laskemisen hitaus eli laskusujuvuuden puute, joka johtuu siitä, että laskemisen taidot eivät ole automatisoituneet. Onkin todettu, että ne lapset, joilla on aritmeettinen oppimisvaikeus, eroavat normaalisti aritmetiikassa pärjävistä lapsista nimenomaan laskemisen sujuvuudessa (Hitch & McAuley 1991). Myös laajemmin matemaattisia haasteita tarkasteleva tutkimus osoitti, että laskemisen hitaus erotteli ikätovereista ne lapset, joilla oli ongelmia matematiikassa (Andersson & Lyxell 2007). Nämä lapset suorittivat kuitenkin laskutoimituksia yhtä sujuvasti kuin nuoremmat, taitotasoltaan samankaltaiset lapset, ja lisäajan turvin kykenivät kyllä laskemaan yhtä monta laskua kuin ikätoverinsa.

Laskutaidon sujuvuuden kehitykselle on etsitty selitystä useista eri tekijöistä. Työmuisti on selkeästi tekemisissä laskutaidon sujuvuuden kehittymisen kanssa. Ensinnäkin lasten työmuistin toiminta ja samana vuonna mitattu aritmeettinen sujuvuus ovat positiivisesti yhteydessä toisiinsa, ja toiseksi työmuistin toiminta myös ennustaa lasten seuraavana vuonna mitattua aritmeettistä sujuvuutta (LeFevre ym. 2013). LeFevren ja kumppaneiden tutkimuksessa tarkasteltiin 1. – 4. luokkalaisten lasten (N=160) aritmeettistä kehitystä ja työmuistin toimintaa. Työmuistilla, jota kyseisessä tutkimuksessa kuvattiin termillä *executive attention*, oli niin vahva yhteys aritmeettiseen sujuvuuteen, että LeFevre ja kumppanit päättelivät työmuistin roolin olevan tärkeä ja jatkuva aritmeettisen sujuvuuden kehittymiselle. (LeFevre ym. 2013.)

On arveltu, että erityisesti keskussyksikön inhibitiokyvyllä olisi merkitystä sujuvuudelle, sillä sen pitäisi estää lasta tarttumasta vääriin vastauksiin, jotka kilpailevat oikean vastauksen kanssa lapsen mielessä (LeFevre ym. 2013). Tällöin laskemisesta tulee nopeaa, tarkkaa ja tehokasta. Lisäksi on selvitetty, että lyhytkestoisen muistin ongelmat aiheuttavat aritmeettisen sujuvuuden haasteita,

vaikkakin lyhytkestoisen muistin osuus sujuvuuden haasteista on todennäköisesti paljon pienempi kuin työmuistin ongelmien osuus (Van Daal, Van der Leij & Adèr 2013). Kaikissa tutkimuksissa työmuistin kykyä ennustaa aritmeettista sujuvuutta ei ole kuitenkaan todettu (ks. esim. Sowinski ym. 2015). Joissain tapauksissa tämä voi mahdollisesti johtua myös menetelmästä, esimerkiksi Fuchsin ja kumppaneiden (2006) tutkimuksessa, jossa huomion kohdentaminen eroteltiin itsenäiseksi, työmuistista riippumattomaksi tekijäksi.

Työmuistin osuus aritmeettisen sujuvuuden kehittymisestä saattaa selittyä osittain sillä, että työmuisti on vastuussa vastausrepresentaatioiden muodostumisesta pitkäkestoisessa muistissa ja vastausten mieleen palauttamisesta (ks. esim. Geary ym. 1991). Tästä yhteydestä kertoo se, että oikeiden vastausten drillaukseen eli toistuvaan laskemiseen perustuva harjoittelu tehostaa kokeellisen tutkimuksen mukaan laskusujuvuuden kehittymistä jopa 65 %:n verran (Walker, Mickes, Bajic, Nailon & Rickard 2013).

Laskutaidon sujuvuuden kehityksen takaa on löydetty kuitenkin muitakin tekijöitä. Lukujonotaidot ovat yksi suosituimmista selityksistä laskutaidon sujuvuuden kehittymiselle. Hitch ja McAuley (1991) havaitsivat sujuvuuden puutetta lapsilla, joilla oli vaikeuksia liikkua lukualueella 1 - 20. Vaikeus ilmeni hitautena ja virheinä, kun lapsia pyydettiin luettelemaan sekä kaikki luvut, että ainoastaan kaikki parilliset luvut lukualueella 1 - 20. Tutkijat epäilivät tämän olevan kohtuullisen pysyvä ongelma, ja syyn mahdollisesti juontuvan harjaantumattomuudesta toimia lukujen kanssa. Ehkäpä sujuva laskutaito ei kehity, jos nämä lapset välttelevät numeroihin tutustumista ja aritmeettisiä harjoituksia. Lisäksi Hitchin ja McAuleyn (1991) mukaan tutkimuskentällä on arveltu lukujonotaitojen kehittymisen olevan riippuvainen visuaalis-spatiaalisista kyvyistä, mutta tämä oletus ei saanut tukea Hitchin ja McAuleyn (1991) tutkimuksesta.

Lukujonotaidot myös ennustavat aritmeettista sujuvuutta, minkä Koponen, Salmi, Eklund & Aro (2013) totesivat tutkimuksessaan, jossa löydettiin yhteys lasten lukujonotaitojen ja 2 - 3 vuotta myöhemmin mitatun laskusujuvuuden välillä. Tämä tulos perustuu todennäköisesti siihen, että lapsella täytyy olla sujuva

kyky yhdistää lukumäärä ja lukusana ennen kuin hän voi siirtyä epäkypsistä laskustrategioista tehokkaampiin strategioihin, mitä laskemisen sujuvoituminen vaatii. Sowinskin ym. (2015) tutkimus taas selvitti, että kolme osaamisaluetta (subitisaatio-taito eli kyky tunnistaa pieniä lukumääriä laskematta, lukujonotaidot ja kyky yhdistää lukumäärä ja lukusana) yhdessä selittivät huomattavan paljon aritmeettista sujuvuutta ja ennustivat myöhempää laskutaitoa noin 7–9 vuoden iässä. Lukujonotaitojen ja muiden varhaisten matemaattisten taitojen taustalla toimii erilaisia kognitiivisia ominaisuuksia, joista yksi merkittävimmistä on työmuisti (Preßler 2013).

Kolmas vahva sujuvuuden ennustaja liittyy useiden tutkimusten mukaan lapsen kielellisiin taitoihin (ks. esim. Sowinski ym. 2015). Nopea nimeämisen taito, RAN, on yksi näistä kielellisistä taidoista, jotka ennustavat aritmeettista sujuvuutta (Cui ym. 2017; Koponen ym. 2013). Tämän yhteyden arvellaan johtuvan siitä, että nopean nimeämisen taitotaso kertoo, kykeneekö lapsi muodostamaan ja palauttamaan mieleensä kielellisiä representaatioita (kuten aritmetiikassa lukusanoja ja laskutehtävien vastauksia) pitkäkestoisesta muistista (Simmons & Singleton 2008). Tämä toimenpide vaatii keskusyksikön ja fonologisen silmukan panosta, ja osaltaan vauhdittaa laskemisen sujuvuutta. Kummassakin edellä mainitusta RAN-kykyä mittaavassa tutkimuksessa kontrolloitiin kielellinen lyhytkestoinen muisti, jonka arvellaan olevan yksi nopean nimeämisen taustalla piilevistä taidoista. Kontrolloimisesta huolimatta nopean nimeämisen taito pysyi aritmetiikan sujuvuutta ennustavana tekijänä. Kumpikaan näistä tutkimuksista ei kuitenkaan kontrolloinut keskusyksikköä, joka Gearyn ym. (1991) mukaan edesauttaa representaatioiden muodostumista. Koponen tutkijaryhmineen kontrolloi työmuistin myöhemmässä tutkimuksessa, mutta huolimatta merkitsevästä yhteydestä työmuistin ja aritmetiikan välillä, ei tutkimuksessa havaittu työmuistin ennustavan aritmeettista sujuvuutta, vaan sen yhteys ilmeni lukujonotaitojen välittämänä (Koponen ym. 2016). Lisäksi RAN todettiin tässäkin tutkimuksessa aritmetiikan sujuvuuden ennustajaksi.

Muita aritmetiikan sujuvuutta tukevia tekijöitä voivat olla esimerkiksi prosessointinopeus ja fonologinen koodaus (Bull & Johnston 2007; Fuchs ym. 2006).

Molemmat liittyvät osittain työmuistin toimintaan. Prosessointinopeus voi edistää vastausrepresentaatioiden muodostumista, sillä laskemisen nopeutuessa tieto ei ehdi rapistua työmuistissa ennen kuin representaatio muodostuu pitkäkestoiseen muistiin (Geary ym. 1991). Fonologinen koodaus sen sijaan edellyttää usein fonologisen tiedon pitämistä mielessä lyhytkestoisen muistin avulla.

Lapsen aritmeettista sujuvuutta voi puolestaan heikentää entisestään matematiikka-ahdistukseksi kutsuttu ilmiö, joka ilmenee levottomuutena matematiikkaan liittyvissä tilanteissa. Yksi matematiikka-ahdistusta aiheuttavista riskitekijöistä voi mahdollisesti olla heikko työmuistikapasiteetti, vaikka syyn arvelaan lisäksi juontuvan ahdistavista kokemuksista sekä ympäristön asenteista ja uskomuksista (Ashcraft & Krause 2007). Toisaalta suhde matematiikka-ahdistuksen ja työmuistin välillä vaikuttaisi toimivan myös toisin päin: matematiikka-ahdistus heikentää työmuistin toimintaa sitomalla osan kapasiteetista ahdistuksen käsittelemiseen (Ashcraft & Kirk 2001). Jos käsillä on tehtävä, johon liittyy matematiikkaan liittyvä suoritus – ja sen myötä matematiikka-ahdistuksen vaikutus – sekä samanaikaista muun tiedon muistissa pitämistä, lapsen työmuistikapasiteetti saattaa helposti ylikuormittua ja suoritus heikentyä.

Matematiikka-ahdistuksen kasvaminen vähentää muuhun toimintaan käytettävän työmuistikapasiteetin määrää tilapäisesti (Ashcraft & Kirk 2001). Se vaikeuttaa keskittymistä, hankaloittaa työmuistin ja pitkäkestoisen muistin yhteistyötä, heikentää suorituksen tarkkuutta ja hidastaa laskemista. Pidemmällä aikavälillä se aiheuttaa matematiikan välttelyä, jolloin harjoituksen puutteesta johtuvat ongelmat voivat alkavat kasaantua (Ashcraft & Krause 2007).

Vaikuttaisi siis siltä, että työmuisti saattaa tehostaa sujuvaa aritmetiikan laskemista monin tavoin. Osittain se toimii muiden tekijöiden taustatekijöinä, ja osittain on suoraan yhteydessä sujuvuuteen, minkä vuoksi sen merkitystä sujuvalle aritmeettiselle laskemiselle ei voida ohittaa.

5 TYÖMUISTIN ROOLI ARITMEETTISESSA LASKEMISESSA

Aritmetiikan taitojen kehittymisessä työmuistilla on suuri merkitys (De Smedt ym. 2009). Suurin piirtein puolet matematiikan saavutusten eroista eri oppimisvaikeusryhmien ja normaalisti kehittyneiden lasten ryhmän välillä selittyy yksilöllisillä laskutaitoihin liittyvillä eroilla sekä kognitiivisten kykyjen, kuten työmuistin, merkityksellä (Geary, Hoard & Hamson 1999). Työmuistin kapasiteetin, tehokkuuden ja toiminnanohjauksen on todettu olevan yhteydessä lapsen matematiikan taitoihin sekä pitkittäistutkimuksessa (De Smedt ym. 2009) että poikittaistutkimuksessa (Bull & Scerif 2001). On myös viitteitä siitä, että työmuistin kapasiteetti jo varhaislapsuudessa olisi yhteydessä matematiikan taitoihin koulun alkaessa (Fitzpatrick & Pagani 2012). Muutama vuosi sitten julkaistussa alakouluisten työmuistia ja matemaattisia taitoja tarkastelevassa meta-analyysissä (Friso-van den Bos ym. 2013) todettiin, että kasvaneesta alan tutkimuksesta huolimatta yhtäpitäviin tuloksiin ei ole vielä päästy. Selvää kuitenkin on, että mitä paremmin työmuistin eri komponentit toimivat, sitä paremmin suoriutuu matemaattisista tehtävistä. Samaan tulokseen pääsivät tutkijat, jotka kokosivat meta-analyysin liittyen työmuistin rooliin silloin, kun aikuiset ratkaisevat aritmeettisiä ongelmia (DeStefano & LeFevre 2004).

Työmuistin merkitystä koulusuoriutumiselle pidetään jopa niin suurena, että arvellaan olevan mahdollista etukäteen seuloa työmuistimittareiden avulla ne lapset, jotka suoriutuvat koulussa opiskeltavissa asioissa, kuten aritmetiikassa, alle odotusten (De Smedt ym. 2009; Gathercole & Pickering 2000). Gathercolen ja Pickeringin tutkimuksessa selvitettiin, että ne 7-vuotiaat lapset, jotka eivät saavuttaneet ikätasolle asetettuja odotuksia kansalliseen opetussuunnitelmaan perustuvassa testissä, osoittivat myös heikompaan työmuistikapasiteettia erityisesti visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön ja keskusyksikön toiminnassa. Jopa 82.9 %:n osuus näiden lasten koulusuoriutumisesta (jaettuna luokkiin: nor-

maalisti suoriutuvat – alle odotusten suoriutuvat) pystyttiin ennustamaan työmuistimittausten perusteella (Gathercole & Pickering 2000). Samankaltaisiin tuloksiin päästiin myös myöhemmässä tutkimuksessa, jossa tutkittavat olivat 7- ja 14-vuotiaita (Gathercole ym. 2004). Olennaista seulomisessa olisi tarkastella muistitehtävissä suoriutumisen kokonaiskuvaa, ei yksittäisiä työmuistitestejä (Gathercole ym. 2016).

Työmuistin ja matematiikan taitojen, sekä spesifimmin aritmetiikan taitojen, yhteyttä on tutkittu paljon, ja se on todettu monimutkaiseksi, johtuen siitä, että yhteys on riippuvainen useista tekijöistä, kuten matemaattisen taidon hallinnasta, tutkittavien iästä ja tehtävien esitystavasta (DeStefano & LeFevre 2004; Raghobar, Barnes & Hecht 2010). Lisäksi yhteyttä on tutkittu vaihtelevasti erilaisilla työmuistin ja matemaattisten taitojen mittareilla.

Yhteyttä on tutkittu pääasiassa neljällä keinolla (Raghobar ym. 2010). Ensimmäkin tutkittavat ovat suorittaneet dual tasks-tehtäviä, joissa rasitetaan jotain työmuistin komponenttia yhtäaikaaisesti, kun esimerkiksi ratkaistaan aritmeettisiä laskutoimituksia. Toiseksi, on tutkittu matemaattisesti heikkojen lasten työmuistin toimintaa vertaillen heitä normaalisti matematiikassa suoriutuviin lapsiin. Kolmanneksi on tutkittu poikittaistutkimusten avulla matemaattisten kykyjen ja työmuistin toiminnan yhteyttä eri-ikäisillä lapsilla. Neljäntenä keinona työmuistin ja matematiikan taitojen yhteyttä on tutkittu pitkittäistutkimusten avulla. (Raghobar, Barnes & Hecht 2010). Tämä tutkimus lähestyy työmuistin ja aritmetiikan sujuvuuden yhteyttä tällä viimeisellä keinolla, eli pitkittäistutkimuksen keinoin.

Verrattaessa matematiikan, ja spesifimmin aritmetiikan alueella heikkoja lapsia heihin, jotka kehittyvät näissä taidoissa normaalisti, on todettu, että heikoilla laskijoilla on myös heikommat työmuistivalmiudet (Andersson & Lyxell 2007; Bull & Scerif 2001; Gathercole ym. 2004; Geary, Hoard, Byrd-Craven & DeSoto 2004). Mahdollisesti he käyttävät myös erilaisia strategioita laskemiseen, esimerkiksi käyttävät sormia pääasiallisena laskustrategianaan kielellisten strategioiden sijaan ja tekevät enemmän virheitä laskemisessa työmuistin puutteiden tähden (Geary ym. 1991; Geary ym. 2004). Heikkojen laskijoiden matemaattista

suoriutumista hankaloittaa myös se, että he eivät kykene palauttamaan tehokkaasti tietoa pitkäkestoisesta muistisäilöstä, tai hajottamaan lukuja nopeasti mielessä. Arvellaan, että heikkojen laskijoiden työmuistikapasiteetti on keskimäärin yhden ikävuoden jäljessä normaalisti kehittyneestä työmuistista, mutta kehitty silti samalla vauhdilla (Geary ym. 2004).

Työmuistin käyttö aritmetiikan tehtävissä korostuu, kun tehtävät ovat uusia tai vaikeita – sen sijaan sen käyttö on vähäistä, kun laskeminen on automatisoitunutta (Geary ym. 2004). Esimerkiksi lapsilla, jotka eivät ole tottuneet pyöristämään vastauksia tarkkojen vastausten sijaan, pyöristäminen vaatii enemmän työmuistikapasiteettia (Caviola, Mammarella, Cornoldi & Luganceli 2012). Samoin lasten päässä laskut, joihin sisältyy muistinumeroita, vaativat enemmän työmuistiresursseja kuin päässä laskut ilman muistinumeroa.

Arvellaan, että erityyppisissä matematiikan tehtävissä hyödynnetään työmuistivalmiuksia eri tavoin (Kyttälä 2008), mutta jokaisella työmuistin kolmella komponentilla on jokin rooli aritmeettisessa päässä laskussa (DeStefano & LeFevre 2004), ja kaikilla kolmella komponentilla on ennustava yhteys matematiikan taitoihin 1. ja 2. luokalla (De Smedt ym. 2009). Seuraavissa alaluvuissa esitellään työmuistin kolme komponenttia ja niiden tehtävät matemaattisissa suorituksissa.

5.1 Keskusyksikkö

Työmuistin keskiössä on keskusyksikkö, joka huolehtii tarkkaavaisuuden kohdentamisesta ja työmuistin toiminnasta (Baddeley 2010). Toistaiseksi on epäselvää, onko keskusyksikkö yksittäinen ohjaussysteemi vai erilaisten toiminnanohjausprosessien liitto, mutta jälkimmäistä pidetään todennäköisempänä vaihtoehtona.

Keskusyksikön on todettu olevan tärkeä resurssi matemaattisessa suoriutumisessa, ohjaahan se ylimpänä koko työmuistin toimintaa, ja onkin osoitettu, että keskusyksikön toiminnan ja matemaattisten taitojen välillä on yhteys (Gathercole

& Pickering 2000). Keskusyksiköllä on tärkeä rooli monenlaisissa matemaattisissa toiminnoissa – jopa silloin, kun aikuiset ratkaisevat yksilukuisia yhteenlaskutehtäviä (DeStefano & LeFevre 2004).

Keskusyksikkö vastaa laskemisen toiminnanohjauksesta eli siitä, että oikeat numerot lasketaan oikeassa järjestyksessä (Imbo, Vandierendonck & De Ramme-laere 2007a). Se suunnittelee, ohjaa ja valvoo laskemisen vaiheita. Tämä tehtävä vaikeutuu, jos laskut sisältävät muistinumeroita (Imbo ym. 2007a) tai lainaamista (Imbo, Vandierendonck & Vergauwe 2007b), etenkin kun luvut ovat epätavanomaisen suuria. Muistinumerot ja lainaaminen lisäävät vaiheiden määrää, jolloin laskeminen monimutkaistuu, säilö- ja prosessointitaakka kasvaa ja keskusyksikön rooli korostuu.

Keskusyksikkö huolehtii myös yhteydenpidosta työmuistin ja pitkäkestoisen muistin välillä. Niinpä keskusyksikön heikkous voi ilmetä siinä, että lapsen on vaikeaa yhdistää uutta tietoa sellaiseen aiemmin opittuun tietoon, joka on jo pitkäkestoisessa muistissa (Gathercole & Pickering 2001). Syynä voi esimerkiksi olla viivästynyt tai poikkeava kehitys pitkäkestoisen muistin vastausjärjestelmässä (Geary ym. 1991). Usein keskusyksikön toiminnan heikkous näkyy lisäksi vaikeutena palauttaa vastauksia tehokkaasti pitkäkestoisesta muistista, mikä on todettu sekä lapsilla (Andersson & Lyxell 2007) että aikuisilla (Otsuka & Osaka 2013). Taitavasti aritmeettisiä laskutoimituksia ratkovat aikuiset käyttävät kolmesta komponentista todennäköisemmin eniten keskusyksikköä laskutoimitusten ratkaisemiseen. Tämä saattaa viitata kehittyneeseen kykyyn palauttaa vastauksia pitkäkestoisesta muistista sekä tehokkaaseen ja nopeaan laskemiseen, mikä vähentää tarvetta toistaa laskettavia numeroita mielessä fonologisen silmukan avulla. Heikommin samoissa tehtävissä menestyvät käyttävät keskusyksikön lisäksi fonologista silmukkaa tehtävien ratkaisemiseen. (Otsuka & Osaka 2013.)

Samoin keskusyksikön avulla huolehditaan inhibitiosta, eli etteivät muut numerot tai muu epäolennainen tieto pääse häiritsemään parhaillaan suoritettavaa laskutoimitusta (Baddeley 2012; Imbo ym. 2007). Matemaattisesti heikoilla lapsilla ilmeneekin vaikeuksia estää epäolennaista tietoa ja vääriä strategioita

häiritsemästä laskemista (Bull & Scerif 2001). Lisäksi heikosti sanallisia aritmeettisiä ongelmia ratkaisevilla lapsilla ilmenee haasteita keskusyksikön esto-toiminnoissa (Passolunghi & Siegel 2001). Tyypillisiä heille ovat intruusiovirheet. Silloin oikean vastauksen selvittämistä häiritsee aiemmassa laskussa tarpeellinen, mutta nyt jo tarpeettomaksi käynyt tieto, joka jää rasittamaan työmuistikapasiteettia. (Passolunghi & Siegel 2001.)

Keskusyksikkö ohjaa myös strategioiden valintaa ja vaihtoa (Baddeley 2012). Niillä lapsilla, joilla on ikätovereihin verrattuna haasteita matematiikassa, vaikuttaisi olevan haasteita myös tällä keskusyksikön osa-alueella (Andersson & Lyxell 2007). Sama haaste todettiin, kun tutkittiin spesifimmin aritmetiikan taidoissa ikätovereitansa heikompia lapsia (McLean & Hitch 1999). Aritmetiikan taitojen suhteen heikommalla lapset saivat merkittävästi heikommalla pisteillä eri materiaaleja, kuten kirjaimia, numeroja ja värejä, sisältävissä tehtävissä, joissa tuli vaihtaa strategiaa materiaalin mukaisesti.

Lisäksi keskusyksikkö huolehtii lyhytkestoisesta säilön päivittämisestä eli mielessä pitämisestä (Baddeley 2012). Keskusyksikön kyky samanaikaisesti säilöä ja prosessoida numeerista ja kielellistä tietoa erottaa ikätovereista ne lapset, joilla on matemaattisia haasteita (Andersson & Lyxell 2007), tai erityisemmin aritmetiikan taitojen heikkouksia (Siegel & Ryan 1989). Heille haasteita voi tuottaa jo pelkkä tiedon mielessä pitäminen (Bull & Scerif 2001). Kyvyn päivittää muistia kielellisesti onkin osoitettu olevan vahvasti yhteydessä suoritukseen, kun puhutaan erilaisista matemaattisista tehtävistä yleisesti (Friso-van Den Bos ym. 2013). Lisäksi on viitteitä siitä, että myös prosessointinopeudella olisi merkitystä keskusyksikön toimintaan ja matemaattisiin toimintoihin (Andersson & Lyxell 2007).

DeSmedtin ja kumppaneiden (2009) tutkimuksen mukaan ensimmäisen ja toisen luokan matematiikan taidoissa keskusyksikkö vaikuttaisi olevan uniikki ennustaja. Sen vaikutus kuitenkin hävisi, kun otettiin lukuun ensimmäisen luokan lähtötaso. Toisin sanoen se ei kuitenkaan selittänyt lähtötasosta riippumattomia yksilöllisiä eroja toisen luokan saavutuksissa. Lisäksi tutkimuksessa ha-

vaittiin, että keskusyksikön ja älykkyyden välillä oli niin vahva yhteys, että älykkyyden lisääminen malliin poisti keskusyksikön taidon ennustajana. Vahvasta yhteydestä huolimatta keskusyksikön ja älykkyyden ei uskota olevan sama asia. (De Smedt ym. 2009.)

5.2 Visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö

Toinen työmuistin apujärjestelmistä on nimeltänsä visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö. Nimensä mukaisesti se säilöö visuaalista ja spatiaalista tietoa. Tosin nykyään tämän apujärjestelmän arvellaan kykenevän myös käsittelemään visuaalista ja spatiaalista tietoa, mutta Baddeleyn alkuperäisessä mallissa luonnoslehtiö käsitetään pelkäksi säilöksi.

Visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön kapasiteetti eli lyhytkestoinen visuaalis-spatiaalinen säilö todettiin jo varhain rajalliseksi (Baddeley 2012). Sen muistikapasiteetti on tavallisesti kaksi yksikköä lyhyempi, eli noin viiden yksikön pituinen, kuin vastaava kielellinen kapasiteetti. Toistaiseksi ei ole varmuutta siitä, kuinka visuaalis-spatiaalista tietoa ylläpidetään lyhytkestoisessa muistissa, mutta kyseessä voisi olla spatiaalinen keino toistaa asioita mielessä, tai tarkkaavaisuuden ohjaama muistin virkistäminen. (Baddeley 2012.)

Tutkimusten myötä on todettu myös, että lyhytkestoinen visuaalis-spatiaalinen muisti voidaan hajottaa visuaaliseen ja spatiaaliseen osaan, sillä on täysin mahdollista, että toinen näistä ulottuvuuksista toimii heikosti, toisen toimiessa täysin normaalisti (Della Sala, Gray, Baddeley, Allamano & Wilson 1999). Mahdollisesti tutkimustiedon kasvaessa myös visuaalis-spatiaalinen työmuisti voidaan erottaa kahdeksi ulottuvuudeksi (Baddeley 2012). Voidaan kuitenkin todennäköisesti olettaa, että visuaalinen ja spatiaalinen tieto liittyvät aina jollakin tavalla toisiinsa.

Oli työmuistin visuaalis-spatiaalinen komponentti sitten vastuussa pelkästä säilömisestä, tai myös tiedon käsittelystä, vastaa se joka tapauksessa visuaalisesta ja avaruudellisesta tiedosta sekä mielikuvista. Arvellaan, että staattisen

ja dynaamisen tiedon käsittelyä voitaisiin kuvata kahden järjestelmän avulla (Logie 2011). Visuaalinen välimuisti (*visual cache*) säilöö väliaikaisesti staattista tietoa, kuten värejä ja muotoja. Sisäinen piirturi (*inner scribe*) puolestaan vastaa spatiaalisesta, esimerkiksi liikkeeseen ja sarjallisuuteen liittyvän tiedon käsittelystä ja mielessä pitämisestä.

Spatiaalista kykyä hahmottaa tarvitaan monenlaisessa matemaattisessa toiminnassa, kuten kaavioiden ymmärtämisessä, symmetrisyyden hahmottamisessa ja kolmiulotteisessa geometriassa (Gathercole ym. 2016). Alle kouluikäisten lasten matemaattisissa taidoissa visuaalis-spatiaalinen työmuisti näyttäytyy esimerkiksi lukumääräisyyden tajun kehittämisessä (Krajewski & Schneider 2009) ja lukujonotaitojen hallitsemisessa, joka myöhemmin vaikuttaa esimerkiksi vähennyslaskutehtävissä suoriutumiseen (Kyttälä 2008; Lee & Kang 2002).

5.3 Fonologinen silmukka

Fonologisen silmukan arvellaan olevan kaikista työmuistin komponenteista tutkituin (Baddeley 2012). Fonologisen silmukan on ajateltu toimivan lyhytaikaisena säilönä auditiiviselle muistijäljelle ja keskusyksikön apujärjestelmänä (Baddeley 2010). Nykyään ajatellaan, että fonologisen silmukan ja pitkäkestoisen muistin välillä saattaakin olla suora linkki (Baddeley 2012). Lisäksi on todisteita siitä, että fonologinen silmukka ei olisikaan pelkkä säilö, vaan sillä olisi myös keinoja säädellä toimintaa sisäisen puheen kautta.

Fonologisen silmukan kapasiteettia mitataan usein pitenevillä sarjoilla, joissa tutkittava toistaa välittömästi ja tarkasti kuulemansa ärsykkeet. Tyypillinen fonologisen silmukan sarjallinen kapasiteetti on 6–7 yksikköä (Baddeley 2012). Pidempien sarjojen kohdalla tavanomaista on, että tutkittavat kyllä muistavat jokaisen yksikön, mutta sekoittavat yksiköiden järjestyksen, etenkin sarjan keskivaiheilla. Syy tähän on pysynyt tuntemattomana, mutta on ehdotettu, että tällainen sarjallinen muistaminen olisi tärkeää monenlaisessa oppimisessa. (Baddeley 2012.) Kun näiden pitenevien sarjojen muistamista häiritään esimerkiksi estämällä fonologinen muistissa pitäminen, onnistuneiden sarjojen pituus jää

kahta yksikköä pienemmäksi, mikä kertoo fonologisen silmukan olevan hyvin rajallinen kapasiteetiltaan (Larsen & Baddeley 2003). Rajallisuus saattaa olla fonologisen silmukan heikkous, mutta vahvuutena voidaan pitää sen kustannustehokkuutta: sen toiminta vaatii vain vähän tarkkaavaisuutta, ja on nopeaa (Baddeley 2012). Lisäksi tiedetään, että kuuloon perustuva muistijälki katoaa työmuistista kahden sekunnin sisällä, ellei sitä aktiivisesti ylläpidetä. Mitä pidempiä ovat esimerkiksi muistettavat sanat, sitä raskaammin fonologinen silmukka toimii. Pitkien sanojen kohdalla tieto työmuistissa alkaa rapistua ja suoritus heikkenee. Tiedon ylläpitäminen muistissa vaatii muistettavien yksiköiden hokemista mielessä. Tämäkin prosessi tapahtuu fonologisessa silmukassa. (Baddeley 2012.)

Fonologisen silmukan merkitys on vahva varsinkin kielen oppimisessa. Eri-tyisesti fonologinen silmukka on tarpeen silloin, kun opitaan uusia sanoja (Baddeley 2012). Fonologinen silmukka on silti kaikkea muuta kuin hyödytän myös matemaattisissa toiminnoissa. Sen tehtävänä on säilyttää lyhyitä aikoja matemaattisten ongelmien informaatiota, joka on koodattu fonologisesti, kuten välituloksia, lainattavia numeroita ja muistinumeroita, ja auttaa suoriutumaan kohteiden laskemisesta tarkasti ja tehokkaasti (Baddeley 2010; DeStefano & LeFevre 2004; Imbo ym. 2007a; Imbo ym. 2007b). Fonologisen silmukan epäillään olevan vain pienessä roolissa matemaattisen suoriutumisen taustalla, mutta sen panos korostuu erityisesti silloin, kun on kyse ulkoa opitusta, kielellisestä ja auditiivisesta tiedosta, kuten kertolaskuista ja kymppipareista (kuten $5+5=10$, $3+7=10$) (Lee & Kang 2002). Toisaalta väitetään myös, että fonologisen silmukan rooli on merkittävä silloin, kun pyritään tarkkaan monimutkaisten vähennyslaskujen selvittämiseen (Imbo ym. 2007b).

6 MUISTITEHTÄVIEN KOLME ULOTTUVUUTTA

6.1 Työmuistin ja lyhytkestoisen muistin yhteys aritmeettiseen sujuvuuteen

Lyhytkestoista muistia testataan tehtävillä, joissa tutkittavan tulee toistaa kuulemansa ärsykkeet välittömästi ja oikeassa järjestyksessä. Työmuistia sen sijaan testataan esimerkiksi tehtävillä, joissa ärsykkeet tulee toistaa välittömästi, mutta päinvastaisessa järjestyksessä. Eteenpäin toistamisessa, jossa lapsen tulee toistaa kuulemansa välittömästi, prosessointitaakka on minimaalinen (Alloway, Gathercole & Pickering 2006). Sen sijaan takaperin toistettaessa prosessointitaakka nousee huomattavasti. Suoritukset kielellisissä lyhytkestoisen muistin tehtävissä ovatkin korkeampia kuin vastaavissa työmuistin tehtävissä (Isaacs & Vargha – Khadem 1989). Toistettavat ärsykkeet ovat tyypillisesti tavuja, sanoja, numeroita tai visuaalisia kuvioita. Suoritukset numeroiden ja sanojen toistamisen tehtävissä korreloivat positiivisesti 7-vuotiaiden lasten aritmetiikan taitojen kanssa (McKenzie, Bull & Gray 2003).

Sekä lyhytkestoisen muistin että työmuistin toiminnasta on etsitty selitystä koulusuoriutumiseksi, mutta tulokset ovat osittain vastakkaisia. On todettu, että lyhytkestoisen muistin suoritukset ovat työmuistin suorituksia heikommin yhteydessä koulusuoriutumiseen ja kognitiivisiin suorituksiin (Daneman & Carpenter 1980; Engle, Tuholski, Laughlin & Conway 1999; aritmetiikassa ks. esim. Van Daal, Van Der Leij & Ader 2013). On esimerkiksi todettu, että suoritus takaperin toistettavien numerosarjojen tehtävässä osoittaa eroja kognitiivisissa taidoissa normaalisti kehittyneiden lasten ja lasten, joilla on oppimisvaikeuksia, välillä (Geary, Hoard & Hamson 1999). Samanlaisia ryhmäeroja koulussa eri tasoisesti suoriutuvien lasten välillä ei todettu kyseisessä tutkimuksessa etuperin toistettavan numerosarjan avulla mitattuna.

Toisaalta on väitetty, että työmuistitehtävissä ja vastaavissa lyhytkestoisen muistin tehtävissä pärjääminen ennustavat koulusuoriutumista yhtä hyvin (Bayliss, Jarrold, Baddeley & Gunn 2005). Arvellaan kuitenkin, että ne ennustavat

koulusuoriutumista erilaisista, mutta toistaiseksi tuntemattomista, tehtäviin liittyvistä syistä. Lisäksi on havaittu, että lapset, joilla on matemaattisia haasteita, pärjäävät muita lapsia heikommin numeroiden luettelemisessa sekä etuperin että takaperin (Geary ym. 1991). Tulos ei kuitenkaan voi kertoa erilaisista strategioista, joita nämä kaksi ryhmää käyttävät, sillä lähes kaikki lapset raportoivat tutkimuksessa samanlaisesta strategiasta: he toistivat mielessään muistettavat numerot. Tulokset viittaavat tutkijoiden mukaan ennemminkin heikkoihin työmuistiresursseihin. (Geary ym. 1991.) Tämän tutkimuksen numerosarjatehtävät eroavat Gearyn ja kumppaneiden vastaavista siinä, että tässä tutkimuksessa oletetaan eteenpäin lueteltujen numerosarjojen mittaavan lyhytkestoista muistia ja taaksepäin lueteltujen mittaavan työmuistia, kun taas Gearyn tutkimuksessa näitä ei eroteltu, vaan molempiin suuntiin lueteltujen sarjojen ajateltiin mittaavan työmuistia.

6.2 Visuaalis-spatiaalisen ja kielellisen lyhytkestoisen muistin yhteys aritmeettiseen sujuvuuteen

Visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö vastaa visuaalisten ärsykkeiden säilömisestä lyhytkestoisesti (Baddeley 2010). Kielellisten ja muiden auditiivisten ärsykkeiden säilömisestä vastaa fonologinen silmukka. Aritmetiikassa molemmat komponentit ovat tarpeellisia, mutta niiden roolit eivät ole täysin kiistattomat, minkä vuoksi on tarpeellista tarkastella niiden yhteyttä aritmeettisiin suorituksiin. Eri tutkimuksissa on käytetty erilaisia mittareita: osa vaatii pelkkää visuaalisen ja kielellisen aineksen säilömistä, mutta osassa tarvitaan myös keskusyksikön panosta.

Andersson ja Lyxell (2007) tarkastelivat työmuistin toimintaa useamman koe- ja kontrolliryhmän välillä. Heidän tutkimuksessaan lapset, joilla oli matemaattisia haasteita, saivat kauttaaltaan heikkoja pisteitä työmuistitehtävissä, joissa ärsykkeinä käytettiin sekä visuaalisia (matriisit) että kielellisiä (sanat, luvut) ärsykeitä. Tästä tutkijat päättelivät, että ärsykkeen laadulla ei ole väliä, kun

kyseessä ovat matemaattiset haasteet, vaan perimmäinen syy löytyy keskusyksikön toiminnan heikkoudesta, joka aiheuttaa yleisempää puutetta työmuistitoiminnoissa. Sen sijaan lyhytkestoisien muistin mittareilla mitattuna tämä ryhmä suoriutui ikätasoisesti visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä kuormittavista tehtävistä, mutta osoitti heikkoutta fonologisen silmukan toiminnassa. Alle kouluikäisten esimatemaattisia taitoja tarkastelleessa tutkimuksessa sen sijaan todettiin, että työmuistipuutteet eivät vaikuttaisi kuitenkaan olevan yleisiä, vaikka koskevatkin sekä kielellisiä että visuaalis-spatiaalisia komponentteja (Kyttälä 2008). Sen sijaan niiden voidaan olettaa olevan vain yksittäisiä, erilaisia heikkouksia työmuistin toiminnassa, jotka kuitenkin saattavat kieliä laajoista työmuistitoimintojen puutteista niillä lapsilla, joilla on sekä kielellisiä että matemaattisia haasteita. Samoin Siegler ja Ryan (1989) arvelevat, että haasteet aritmetiikan oppimisessa eivät aina tarkoita yleistä puutetta työmuistissa. Kaiken kaikkiaan tästä voidaan vetää johtopäätös, että molemmilla komponenteilla on merkitystä aritmeettiselle suoritukselle, mutta todennäköisesti niiden merkitys on pienempi kuin keskusyksikön merkitys.

Näiden komponenttien käytön on havaittu olevan yhteydessä lasten ikään (Alloway ym. 2006). Visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön toiminta on tärkeä aritmetiikan kehityksen alkuvaiheissa, jolloin laskutaito ja -strategiat eivät ole vielä kovin kehittyneitä (De Smedt ym. 2009). Esimerkiksi sormien ja erilaisten objektien avulla laskeminen tapahtuu hyödyntäen visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä (Rasmussen & Bisanz 2005). On havaittu, että 7-vuotiaat lapset käyttävät lähes yksinomaan visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä aritmeettisten laskutoimitusten laskemisen tukena, kun taas 9-vuotiaat lapset tukeutuvat jo fonologisen silmukan avulla kielellisiin strategioihin (McKenzie, Bull & Gray 2003).

DeSmedtin ja kumppaneiden (2009) tutkimuksen mukaan visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö oli ensimmäisen luokan matematiikan taitojen suhteen uniikki ennustaja, mutta taitoja toisella luokalla ennusti fonologinen silmukka, mikä kertoo kehityksellisestä muutoksesta. Anderssonin ja Lyxellin (2007) tutkimuksessa taas havaittiin yhteys iän ja taitotason sekä matemaattisen suoriutumisi-

sen välillä. Tutkimuksen mukaan nuoremmat lapset sekä lapset, joilla oli haasteita sekä matematiikassa että lukemisessa, tapasivat hyödyntää matemaattisessa toiminnassaan keskusyksikön ohella vahvasti visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä, kun taas vanhemmat lapset ja matemaattisesti kyvykkäät lapset hyödynsivät fonologista silmukkaa. Tämä saattaisi kertoa siitä, että taidoiltaan heikommat käyttävät samankaltaisia strategioita laskemisessa kuin heitä nuoremmat lapset. Kun taas visuaalista strategiaa käyttäviltä 7-vuotiailta estettiin visuaalis-spatiaalisten resurssien käyttö, he olivat taipuvaisia käyttämään epäkypsiä fonologisia ja keskusyksikön resursseja, mikä aiheutti sen, että he usein vastasivat väärin tehtäviin. Usein väärät vastaukset vaikuttivat olevan lukuja ratkaistavasta laskusta, mikä kertoo siitä, etteivät näiden lasten hakutoiminnot pitkäkestoisesta muistista olleet vielä kehittyneet. (McKenzie ym. 2003.)

Tämä strategiasta toiseen siirtyminen on tyypillistä lapsilla yleensäkin visuaalisesti esitettyjen materiaalien muistamisessa (Palmer 2000). Pieni lapsi ei välttämättä ole tietoinen käyttämästään muististrategiasta tai käytä ollenkaan strategioita muistamisen tukena. Sen jälkeen hän siirtyy käyttämään visuaalista muististrategiaa, eli yrittää painaa mieleensä muistettavan asian kuvan. Visuaalisesta strategiasta lapsi vaihtaa kaksoisstrategiaan, jossa hän pitää asioita mielessä sekä mielikuvan että nimeämisen avulla. Ja kun fonologisen silmukan keino ylläpitää tietoa muistissa hokemisen avulla kehittyä valmiiksi noin 7 vuoden iässä, lapsi voi siirtyä kielellisiin muististrategioihin, joka on näistä strategioista tarkin. Alkuopetusikäinen lapsi käyttää siis todennäköisesti joko kaksoisstrategiaa tai on jo siirtynyt käyttämään pääosin kielellisiä strategioita aritmeettisen laskemisen tukena.

Lisäksi on mainittava, että laskujen esittämistavalla on vaikutusta. Aikuisen monilukuisessa aritmeettisessä laskemisessa todettiin vertikaalisten laskujen houkuttelevan laskijat käyttämään visuaalista koodausta eli hyödyntämään visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä tehtävän ratkaisemissa (Trbovich & LeFevre 2003). Horisontaalisesti esitetyt monilukuiset aritmeettiset laskut sen sijaan saivat aikuiset hyödyntämään fonologista koodausta visuaalisen koodauksen sijaan.

6.3 Sanojen ja numeroiden muistamisen yhteys aritmeettiseen sujuvuuteen

Alkuopetusiässä matematiikka on pitkälti aritmetiikkaa esitettynä kielellisessä muodossa: sanoina ja numeroina. Epäillään, että aritmeettiset haasteet voisivat johtua ainakin osittain kyvyttömyydestä muistaa nimenomaan numeerista materiaalia, mutta tulokset puhuvat sekä tämän väitteen puolesta, että sitä vastaan.

Kun niiden lasten, joilla on aritmetiikan oppimisessa haasteita, kykyä muistaa sanallista ja numeerista materiaalia on vertailtu, on todettu, että sanoilla operoidessa muistaminen on ikätasoista, mutta numeroilla operoidessa ikätoverien suoritusta matalampaa (McLean & Hitch 1991; Siegel & Ryan 1989). Samoin Anderssonin ja Lyxellin (2007) tutkimuksessa hyvin ja heikosti aritmetiikassa suoriutuvien ryhmien välillä paljastui ryhmäeroja ainoastaan numeroita sisältävien muistitehtävien, mutta ei muunlaista materiaalia sisältävien tehtävien suhteen. Tämä tulos on linjassa sen johtopäätöksen kanssa, että ongelmat matemaattisessa kehityksessä voivat osaltaan heikentää työmuistin kykyä käsitellä numeerista tietoa. Tutkijat arvelevat, että suhde on vastavuoroinen: työmuistin heikko toiminta haittaa matemaattisten taitojen kehitystä, mutta myös heikko kehitys matemaattisissa taidoissa aiheuttaa vaikeuksia työmuistin kyvyssä käsitellä numeroita.

Sen sijaan Bull ja Johnston (1997) havaitsivat, että noin 7- vuotiaiden lasten aritmeettiset kyvyt olivat merkittävästi yhteydessä tehtäviin, jotka sisälsivät sekä kirjainten prosessoimisen tehtäviä, että numeroiden prosessoimisen tehtäviä. Tämän perusteella voisi olettaa, että aritmeettiset haasteet kumpuavat yleisestä prosessoinnin vaikeudesta, jolla ei ole tekemistä muistettavan materiaalin laadun kanssa. Tutkijat kuitenkin huomauttivat, että suurimmat erot hyvin ja heikosti aritmetiikassa pärjäävien lasten välillä keskittyivät siitä huolimatta numeroiden prosessoimisen tehtäviin. Tämä saattaa kieliä heikosti aritmetiikassa pärjäävien ongelmasta tallentaa pitkäkestoiseen muistiin numeroita ja laskutoimitusten vastauksia, millä on väistämättä vaikutus matemaattisten taitojen kehitykseen. (Bull & Johnston 1997.)

Toisenlaisiakin tuloksia on kuitenkin raportoitu. Esimerkiksi Friso-van Den Bos kumppaneineen (2013) raportoi kattavassa matemaattisten taitojen ja työmuistin yhteyttä tarkastelevassa meta-analyysissään, että muistettavalla materiaalilla ei ole vaikutusta muistin ja aritmetiikan väliseen yhteyteen. Lyhytkestoista muistia hyödyntävä sanojen, epäsanojen ja lukujen toistaminen ei toiminut välittäjänä matemaattisten taitojen ja fonologisen silmukan välillä kyseisissä tutkimuksissa.

Lisäksi on havaittu eroja siinä, tuleeko muistettava materiaali ainoastaan pitää mielessä vai pitääkö sitä myös käsitellä. Sanallisten aritmeettisten tehtävien ratkaisemisessa heikot 4.luokkalaiset osoittivat eroja muistettavan materiaalin suhteen lyhytkestoisen muistin tehtävissä (Passolunghi & Siegel 2001). Verrattuna ikätovereihin heidän kykynsä muistaa sanoihin liittyvää tietoa oli normaali, mutta kykynsä muistaa numeroihin liittyvää tietoa matalampi kuin ikätovereilla. Sen sijaan työmuistin suhteen muistettavalla materiaalilla ei ollut väliä, vaan sekä lukuja että sanoja sisältävien työmuistitehtävien suorittaminen oli heillä heikkoa. (Passolunghi & Siegel 2001.) Samoin edellistä tutkimusta vastaavassa tutkimuksessa todettiin, että monimutkaisissa sarjojen muistamista vaativissa työmuistitehtävissä (kuten numerosarjojen luetteleminen takaperin) suoriutuminen ei riippunut muistettavasta materiaalista, mikä viittaa työmuistikykyjen yleiseen heikkouteen erityisen materiaalin muistamisen heikkouden sijaan (Gathercole ym. 2004). Tässä tutkimuksessa tätä oletusta testataan luvuilla ja sanoilla, ja kummassakin komponentissa on mukana sekä työmuistin että lyhytkestoisen muistin suoritukset.

7 TUTKIMUSTEHTÄVÄ JA TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tämän tutkimuksen tarkoituksena on selvittää alkuopetusikäisten lasten työmuistin ja lyhytkestoisen muistin toimintojen yhteyttä aritmeettiseen sujuvuuteen. Tutkimuskysymykset ovat seuraavat:

1a) Kuinka lyhytkestoinen muisti ja työmuisti ovat yhteydessä aritmeettiseen sujuvuuteen 1. luokalla?

1b) Kuinka lyhytkestoinen muisti ja työmuisti ennustavat aritmeettista sujuvuutta 2. luokalla, kun 1. luokan taitotaso on kontrolloitu?

2a) Kuinka visuaalis-spatiaalinen ja kielellinen lyhytkestoinen muisti ovat yhteydessä aritmeettiseen sujuvuuteen 1. luokalla?

2b) Kuinka visuaalis-spatiaalinen ja kielellinen lyhytkestoinen muisti ennustavat aritmeettista sujuvuutta 2. luokalla, kun 1. luokan taitotaso on kontrolloitu?

3a) Missä määrin muistettava materiaali (sanat/numerot) vaikuttaa muistin ja aritmeettisen sujuvuuden yhteyteen 1. luokalla?

3b) Missä määrin muistettava materiaali (sanat/numerot) ennustaa muistin ja aritmeettisen sujuvuuden yhteyttä 2. luokalla, kun 1. luokan taitotaso on kontrolloitu?

Aiempien tutkimusten perusteella oletetaan, että työmuisti selittää tutkittavien aritmeettista sujuvuutta enemmän kuin lyhytkestoinen muisti. Lisäksi arvellaan, että ensimmäisen luokan aritmetiikan sujuvuuden suorituksissa näkyy sekä visuaalisten että kielellisten muististrategioiden yhteys laskusuorituksiin niin, että sekä visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö että fonologinen silmukka selittävät sujuvuutta yhtä paljon. Oletetaan myös, että fonologisen silmukan toiminta selittää toisen luokan aritmeettista sujuvuutta enemmän kuin visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön toiminta. Ja viimeiseksi esitetään oletus, että numeerinen muistettava materiaali selittää aritmetiikan sujuvuutta enemmän kuin sanallinen muistettava materiaali.

8 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

8.1 Tutkimuksen konteksti ja tutkittavat

Tämä tutkimus on osa Keski-Suomessa toteutettua Jyväskylän yliopiston FLARE-hanketta, jossa selvitettiin lasten lukemisen ja laskemisen sujuvuuden kehittymistä, siinä ilmeneviä vaikeuksia ja ongelmien päällekkäistymistä. Hanke toteutetaan pitkittäistutkimuksena vuosina 2016–2018, ja se on saanut tutkimuseettisen lautakunnan hyväksynnän. Tämän tutkimuksen aineisto on kerätty keväällä 2016 lasten ollessa ensimmäisellä luokalla, ja syksyllä 2016 heidän käydessään toista luokkaa. Molemmilla mittauskerroilla tutkittiin sekä yksilö- että ryhmätesteillä muun muassa seuraavia asioita: kognitiivisia kykyjä, koulun tarjoamaa tukea, lukemisen ja laskemisen sujuvuutta, motivaatiota sekä minäkäsitystä. Tähän tutkimukseen valittiin muistin ja aritmetiikan sujuvuuden yhteyden tutkimisen kannalta olennaiset mittarit: työ- ja lyhytkestoista muistia mittaavat sanasarjatehtävä, numerosarjatehtävä ja Corsi block-tehtävä, sekä yhteen- ja vähennyslaskutaitoa ja aritmetiikan sujuvuutta mittaavat tehtävät.

Tutkimukseen osallistui 13 yleisopetuksen luokkaa viidestä eri koulusta. Ensimmäisellä mittauskerralla, ensimmäisen luokan keväällä, (N=200) oli tutkittavana 97 (48,5 %) poikaa ja 103 (51,5 %) tyttöä. Tutkittavien keskimääräinen ikä ensimmäisellä mittauspisteellä oli 7 vuotta 7 kuukautta. Toisella mittauskerralla, toisen luokan syksyllä, tutkittavia oli 195, joista tyttöjä 100 (51 %) ja poikia 95 (49 %).

Kato oli varsin pieni, vain 2,5 %. Kadon syy oli osallistumisen keskeyttäminen poismuuton vuoksi. Tämän tutkimuksen analyysit on tehty niille 195 oppilaalle, jotka osallistuivat tutkimukseen molemmilla mittauskerroilla. Aineisto on kerätty ja käsitelty eettiset näkökulmat huomioon ottaen. Ennen FLARE-hankkeen alkamista lasten vanhemmilta on kerätty tutkimusluvut kirjallisesti. Luonnollisesti tutkimukseen osallistuminen on ollut mahdollista keskeyttää tutkittavan pyynnöstä.

8.2 Tutkimusmenetelmät

8.2.1 Aritmetiikan sujuvuuden mittarit ja muuttujat

Matemaattisia taitoja mitattiin ryhmätehtävillä kahdella eri tapaamiskerralla sekä kevään että syksyn 2016 aikana. Keväällä tutkittavat tekivät yhteen- ja vähennyslaskutehtävät. Syksyllä he tekivät uudestaan samat tehtävälomakkeet sekä lisäksi aritmetiikan tehtävälomakkeen. Mittauskerrat toteutettiin luokahuoneessa. Tutkimusavustajat antoivat ennen tehtäviä ohjeet ja mittasivat tehtäviin käytettävän ajan sekuntikellolla. Tutkittavien tehtävänä oli laskea niin tarkasti ja nopeasti kuin osaavat ja niin monta tehtävää kuin ehtivät aikarajoitetussa tilanteessa. Epävarman vastauksen tilanteissa tutkittavia kehoitettiin arvaamaan. Tutkittavia pyydettiin keskittymään omiin tehtäviinsä, työskentelemään hiljaa ja kysymään ohjeita kättä nostamalla.

Aritmetiikka (Aunola & Räsänen 2007). Aritmetiikan sujuvuutta mitattiin aikarajoitetussa mittaustilanteessa. Tutkittavalle annettiin tehtävälomake, jonka tehtävät olivat yhteen-, vähennys-, kerto- ja jakolaskuja korkeintaan nelinumeroisilla luvuilla. Monisteessa oli yhteensä 30 tehtävää ja aikaa laskemiseen sai käyttää 3 minuuttia. Tehtävät olivat yhtälötyyppisiä, eli tutkittavan tehtävänä oli kirjoittaa oikea luku yhtälössä olevan aukon paikalle, esimerkiksi $___ + 6 = 13$. Tehtävälomakkeessa oli kaksi tehtävää rinnakkain, ja suoritusjärjestys oli vasemmalta oikealle, minkä jälkeen siirryttiin seuraavalle riville. Tehtävään tutustuttiin harjoitusosion avulla ennen varsinaista tehtävää.

Yhteenlasku (Koponen & Mononen 2010a) / *Vähennyslasku* (Koponen & Mononen 2010b). Molemmissa tehtävälomakkeissa oli 14 harjoitustehtävää, joita seurasi 120 yhteenlaskua yksinumeroisilla luvuilla. Aikaa tehtävän suorittamiseen sai käyttää 120 sekuntia. Tutkittavan tehtävä oli laskea tehtävät edeten yksi pystysarake kerrallaan.

Kustakin aritmetiikan tehtävästä muodostettiin summamuuttuja, jolloin summamuuttujia saatiin yhteensä kolme. Summat saatiin muodostettua vähentämällä viimeksi lasketusta tehtävästä lapsen tekemien virheiden määrä sekä ylihypättyjen tehtävien määrä.

8.2.2 Työmuistin ja lyhytkestoisen muistin mittarit

Tässä tutkimuksessa työmuistia ja lyhytkestoista muistia mitattiin viidellä eri tehtävällä: Corsi block, sanasarjat etuperin, sanasarjat takaperin, numerosarjat etuperin ja numerosarjat takaperin. Jokainen näistä mittauksista suoritettiin ensimmäisellä mittauksella keväällä, tutkittavien käydessä 1. luokkaa. Ainoastaan Corsi block - tehtävä toteutettiin pienryhmätilanteessa, kun taas jokainen sarjatehtävä toteutettiin vain tutkittavan ja tutkimusavustajan ollessa läsnä. Koska tehtävien eri ulottuvuuksia on käytetty useammassa kuin yhdessä tutkimuskysymyksessä, esitellään tehtävät ensin yleisesti ja seuraavassa alaluvussa tutkimuskysymysten mukaisessa järjestyksessä.

Corsi block. Tämä tehtävä suoritettiin tietokoneavusteisesti pienryhmätilanteessa. Tutkimusavustaja antoi tutkittavalle ryhmälle ensin ohjeet suullisesti, minkä jälkeen he saivat vielä kirjalliset ohjeet tietokoneen näytöltä. Jokainen tutkittava suoritti tehtävän hiljaa ja itsenäisesti tietokoneella, kuulokkeet korvillaan.

Corsi block-tehtävässä tutkittava luki tietokoneen näytöltä seuraavat ohjeet: *Tässä tehtävässä on mustia neliöitä. Osa neliöistä välähtää hetken oranssina. Katso tarkkaan neliöiden välähdysjärjestys. Napsauta neliöitä samassa järjestyksessä. Katso tarkasti koko sarja loppuun. Aloita vastaaminen vasta, kun kuulet äänimerkin ja OK-painike tulee näkyviin.* Tehtävässä oli kaksi harjoitusosiota, joissa molemmissa kahdeksasta mustasta neliöstä kaksi neliötä välähti hetken oranssina. Vastattuun tutkittavan oli mahdollista muuttaa vastausta tai siirtyä seuraavaan tehtävään. Tietokone antoi palautteen harjoitusosioista, mutta itse testissä palautetta ei annettu. Myös Corsi block-tehtävä oli sarjallinen: jokainen tehtävä koostui kahdesta yhtä pitkstä välähdysjärjestyksestä eli sarjasta. Yhdestä sarjasta oli mahdollista saada 0 tai 1 pistettä, jolloin yhden tehtävän maksimipisteet olivat 2. Tehtävä keskeytettiin, kun tutkittava epäonnistui jonkin tehtävän molemmissa välähdysjärjestyksissä.

Sanasarjat etuperin/Numerosarjat etuperin. Näissä tehtävissä tutkittavan täytyi toistaa sanoja tai numeroita tutkimusavustajan perässä. Sanasarjat-tehtävä koostui kuudesta osiosta, joista jokaisessa oli kaksi samanpituista sarjaa. Sa-

nasarjojen sanat olivat suomenkielisiä, kaksitavuisia sanoja (esimerkiksi *ehkä-miten*; *aina -missä -sitten*). Numerosarjat-tehtävä koostui kahdeksasta osiosta, joista jokaisessa oli kaksi samanpituista sarjaa. Numerosarjojen muistettavat yksiköt olivat yksilukuisia numeroita (esimerkiksi 2 - 9; 5 - 2 - 1 - 8 - 6).

Kustakin sarjasta sai 0–1 pistettä, jolloin kunkin osion maksimipisteet olivat 2. Tutkimusavustaja luki tutkittavalle ääneen sana- tai numerosarjoja lähtien kahden yksikön sarjasta. Sarjat kasvoivat tehtävän edetessä. Tutkittavan tehtävänä oli toistaa sarjat välittömästi ja muistinvaraisesti samassa järjestyksessä. Jos tutkittava muisti oikein osion molemmat sarjat, siirryttiin seuraavaan osioon, jossa muistettavia yksiköitä oli yksi enemmän. Mittarin osiota jatkettiin niin kauan, kunnes tutkittava epäonnistui jonkun osion molemmissa sarjoissa, eli sai jostakin osiosta 0 pistettä. Numerosarjat-tehtävässä oli harjoitusosio, mutta sanasarjat-tehtävässä ei. Tutkittavalle annettiin harjoitusosiosta palautetta ("*Hyvä, se oli oikein. / Se ei ollut oikein. Minä sanoin USEA - ETTÄ ja sinun pitää toistaa sama. Yritetään uudelleen: usea - että.*"), mutta itse tehtävässä palautetta ei annettu.

Sanasarjat takaperin/Numerosarjat takaperin. Nämä tehtävät muistuttivat rakenteeltaan ja muistettavilta yksiköiltään sanasarjat etuperin- ja numerosarjat etuperin- tehtäviä sillä erotuksella, että tutkittavan täytyi toistaa kuulemansa yksiköt välittömästi päinvastaisessa järjestyksessä (esimerkiksi *alkaa - ulos* tuli toistaa: *ulos-alkaa*; 2 - 5 - 9 tuli toistaa: 9 - 5 - 2).

Myös näissä tehtävissä kunkin osion maksimipisteet olivat 2, ja sarjat kasvoivat tehtävän edetessä. Samoin tehtävä keskeytettiin, kun tutkittava epäonnistui osion molemmissa sarjoissa. Kumpikin mittari alkoi harjoitusosiolla, joista tutkittava sai palautetta. Itse tehtävässä palautetta ei annettu.

8.2.3 Muistitehtävien ulottuvuudet

Lyhytkestoinen muisti ja työmuisti. Tässä tutkimuksessa tutkittavien lyhytkestoisien muistin kapasiteettia mittasivat kaksi tehtävää: numero- ja sanasarjat etuperin. Työmuistia sen sijaan mittasivat numero- ja sanasarjat takaperin.

Visuaalis-spatiaalinen ja kielellinen lyhytkestoinen muisti. Corsi block -tehtävä mittasi tutkittavien kykyä muistaa visuaalis-spatiaalisia sarjoja. Näin ollen sen avulla selvitettiin visuaalis-spatiaalisen lyhytkestoisen säilön kapasiteettia. Kielellistä säilöä puolestaan rasiettiin sana- ja numerosarjat etuperin - tehtävillä, jotka vaativat fonologisen silmukan kapasiteettia.

Sanojen ja numeroiden muistaminen. Sanasarjat etuperin ja sanasarjat takaperin - tehtävillä mitattiin tutkittavan kykyä muistaa sanallista tietoa. Numerosarjat etuperin ja numerosarjat takaperin - tehtäviä käytettiin mittaamaan tutkittavan kykyä muistaa numeerista tietoa.

8.3 Aineiston analyysi

Aineisto analysoitiin regressioanalyysin avulla. Selitettävänä muuttujina olivat lasten suoritukset yhteen- ja vähennyslaskutehtävissä ensimmäisellä ja toisella luokalla ja aritmetiikan tehtävissä toisella luokalla. Selittävinä muuttujina käytettiin lyhytkestoista muistia ja työmuistia mittaavien tehtävien suorituksia.

Muuttujien todettiin olevan riittävän normaalisti jakautuneita. Viiden tutkittavan tiedot olivat puutteelliset, joten heidät poistettiin datasta, jolloin otoksen kooksi saatiin $N=195$.

Aineistosta etsittiin poikkeavat havainnot regressioanalyysin, Cookin etäisyyden arvon sekä Mahalanobisin etäisyyden arvon ($p < .001$) perusteella. Analyysit suoritettiin sekä poikkeavien havaintojen kanssa, että ilman niitä. Poikkeavien havaintojen poistaminen ei muuttanut juurikaan analyysien päätuloksia. Poistamalla poikkeavat havainnot selitysaste muuttui vahvasti ainoastaan toisen luokan vähennyslaskun kohdalla, ollen noin 8 % korkeampi. Tämä nähtiin jo niin huomattavana muutoksena, että kyseiset analyysit esitellään ilman poikkeavien havaintojen vääristävää vaikutusta (työmuistin ja lyhytkestoisen muistin yhteys 2. lk:n vähennyslaskusuoritukseen $N=192$; visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön ja fonologisen silmukan yhteys 2.lk:n vähennyslaskusuoritukseen $N=192$; numeerisen ja sanallisen materiaalin yhteys 2. lk:n vähennyslaskusuoritukseen $N=191$). Muiden poikkeavien havaintojen jättäminen aineistoon on perusteltua,

koska näiden arvojen voidaan olettaa olevan näppäilyvirheiden sijasta todellisia ja otosta kuvaavia arvoja. Näin ollen arvojen sisällyttäminen analyysiin kuvaa myös perusjoukkoa paremmin kuin otos, jossa ei olisi mukana kyseisiä poikkeavia havaintoja.

9 TULOKSET

9.1 Korrelaatioanalyysit

Muuttujien keskiarvot ja keskihajonnat on esitelty taulukoissa 2 ja 3. Muistisuoritusten ja aritmetiikan suoritusten väliset korrelaatiot olivat merkitseviä (taulukko 1). Korrelaatiot vaihtelivat välillä 0.207 (sanasarjat etuperin-suorituksen yhteys toisen luokan yhteenlaskutehtävässä suoriutumiseen) ja 0.492 (sanasarjat ja numerosarjat takaperin-suorituksen yhteys ensimmäisen luokan yhteenlaskutehtävässä suoriutumiseen). Työmuistia ja lyhytkestoista muistia mittaavissa tehtävissä hyvin pärjäävät lapset saivat parempia pistemääriä myös aritmetiikan tehtävissä kuin ne lapset, joiden suoritus muistitehtävissä oli heikko.

TAULUKKO 1. Korrelaatiot muistisuoritusten ja aritmeettisten suoritusten välillä.

Muistisuoritukset	Aritmeettiset suoritukset				
	Yhteenlasku 1. lk	Vähennys- lasku 1.lk	Yhteenlasku 2.lk	Vähennys- lasku 2.lk	Aritme- tiikka
Numerosarjat etp	.305***	.310***	.319***	.324***	.323***
Numerosarjat tkp	.451***	.420***	.420***	.405***	.380***
Numerosarjat etp + tkp	.442***	.430***	.435***	.431***	.417***
Sanasarjat etp	.291***	.249***	.207**	.274***	.287***
Sanasarjat tkp	.389***	.313***	.299***	.255***	.327***
Sanasarjat etp + tkp	.398***	.332***	.294***	.321***	.365***
Etp sanasarjat + numero- sarjat	.342***	.323***	.305***	.345***	.351***
Tkp sanasarjat + numero- sarjat	.492***	.434***	.426****	.394***	.414***
Corsi block	.335***	.290***	.316***	.298***	.304***

*p < .05, **p < .01; ***p < .001

Lähes kaikkien muistitehtävien väliltä löytyi lineaarinen yhteys (taulukko 2). Ainoastaan Corsi block-tehtävä ja sanasarja etuperin-tehtävä eivät korreloineet keskenään. Muiden muistitehtävien korrelaatiot vaihtelivat välillä .156 (Corsi block ja etuperin sanasarjat ja numerosarjat) ja .890 (sanasarjat etuperin ja sanasarjat etuperin ja takaperin). Yleisesti ottaen hyvä suoriutuminen yhdessä muistitehtävässä kertoi tutkittavan pärjäävän hyvin myös muissa muistitehtävissä.

TAULUKKO 2. Korrelaatiot muistisuoritusten välillä sekä näiden muuttujien keskiarvot ja -hajonnat.

Muistisuoritukset	Muistisuoritukset								
	Nu- mero sarjat etp	Nu- mero sarjat tkp	Nu- mero sarjat etp tkp	Sana sarjat etp	Sana sarjat tkp	Sana sarjat etp +tkp	Etp sanas. nume- ros.	Tkp sanas. nume- ros.	Corsi block
Numerosarjat etp	1								
Numerosarjat tkp	.378***	1							
Numerosarjat etp + tkp	.875***	.779***	1						
Sanasarjat etp	.520***	.265***	.491***	1					
Sanasarjat tkp	.327***	.477***	.471***	.355***	1				
Sanasarjat etp + tkp	.532***	.423***	.581***	.890***	.742***	1			
Etp sanas. + nu- meros.	.889***	.373***	.797***	.853***	.390***	.802***	1		
Tkp sanas.+ nu- meros.	.413***	.895***	.748***	.353***	.818***	.652***	.441***	1	
Corsi block	.167*	.227**	.232**	.101	.187**	.164*	.156*	.243**	1
<i>ka</i>	6.30	5.28	11.58	6.05	2.67	8.72	12.35	7.94	6.62
<i>kh</i>	1.56	1.20	2.29	1.37	0.93	1.90	2.55	1.83	2.27

*p < .05, **p < .01, ***p < .001

Sen sijaan jokainen aritmetiikan tehtävä korreloi merkitsevästi toistensa kanssa (taulukko 3): pienin korrelaatio oli .721 (aritmetiikka ja 1.lk:n vähennyslasku) ja suurin .824 (yhteenlasku 1. luokalla ja yhteenlasku 2. luokalla). Jos tutkittava sai hyvät pisteet yhdessä aritmetiikan taitoja mittaavassa tehtävässä, samoin sai hän hyvät pisteet myös muissa vastaavissa tehtävissä.

TAULUKKO 3. Korrelaatiot aritmetiikan suoritusten välillä sekä näiden muuttujien keskiarvot ja -hajonnat.

Aritmetiikan suoritukset	Aritmetiikan suoritukset				
	Yhteenlasku 1.lk	Vähennyslasku 1.lk	Yhteenlasku 2.lk	Vähennyslasku 2.lk	Aritmetiikka
Yhteenlasku 1. lk	1				
Vähennyslasku 1.lk	.815***	1			
Yhteenlasku 2.lk	.824***	.741***	1		
Vähennyslasku 2.lk	.715***	.761***	.810***	1	
Aritmetiikka	.752***	.721***	.766***	.730***	1
<i>ka</i>	19.00	13.63	21.64	16.63	9.85
<i>kh</i>	7.54	7.02	9.06	8.58	4.67

* $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$

9.2 Lyhytkestoisen muistin ja työmuistin yhteys aritmetiikan sujuvuuteen

Korkeista korrelaatiokertoimista huolimatta muuttujien välillä ei esiintynyt multikollinearisuutta. Taustaoletusten toteutuessa analyysia oli mielekästä jatkaa. Jokaiseen tutkimuskysymykseen etsittiin vastausta kahdessa osassa. Ensin lineaariseen regressioanalyysiin syötettiin tiedot tutkittavien suorituksista muistitehtävissä ja ensimmäisen luokan yhteen- ja vähennyslaskutehtävissä. Sen jälkeen tarkasteltiin hierarkkisen regressioanalyysin avulla, kuinka paljon ensimmäisen luokan suoritukset yhteen- ja vähennyslaskutehtävissä sekä suoritukset muistitehtävissä selittivät toisen luokan suorituksia yhteenlaskuissa, vähennyslaskuissa ja aritmetiikan tehtävissä.

9.2.1 Yhteenlasku

Analyysi osoitti, että lyhytkestoinen muisti ja työmuisti selittivät yhteensä 26,1 % lasten yhteenlaskutehtävissä suoriutumisen vaihtelusta ensimmäisellä luokalla, $F(2,192) = 33.98$, $p < 0.001$ (taulukko 4). Yhteys muuttujien välillä osoitti, että hyvin muistitehtävissä suoriutuneet tutkittavat onnistuivat hyvin myös yhteenlaskutehtävissä ensimmäisellä luokalla. Sekä tutkittavien lyhytkestoisen muistin kapasiteetilla että työmuistin kapasiteetilla oli tilastollisesti merkitsevä omavaikutus, mutta työmuistin kapasiteetin omavaikutus oli suurempi.

TAULUKKO 4. Lyhytkestoisen muistin ja työmuistin yhteys yhteenlaskutaitoihin ja vähennyslaskutaitoihin ensimmäisellä (malli 1) ja toisella luokalla, kun ensimmäisen luokan taitotaso on kontrolloitu (malli 2), sekä yhteys aritmetiikkaan.

		Yhteenlasku			Vähennyslasku			Aritmetiikka	
		β	R^2	ΔR^2	β	R^2	ΔR^2	β	R^2
Malli 1									
1	Lk muisti	.155**	.261		.163**	.210		.209**	.207
	Työmuisti	.424***			.362***			.322***	

Malli 2

1	1.lk: taitotaso	.824***	.679	.662***	.813***	.660	.660***
2	1.lk: taitotaso	.807***	.680	.000	.798***	.661	.001
	Lk muisti	.021			.020		
	Työmuisti	.020			.017		

* $p < .05$, ** $p < .005$, *** $p < .001$

Seuraavaksi tarkasteltiin toisen luokan yhteenlaskutehtävissä suoriutumista. Malli sopi aineistoon sekä ensimmäisellä, $F(1,193)=407.64$, $p < 0.001$, että toisella, $F(3,191)=135.03$, $p < 0.001$, askeleella. Toisella luokalla mitattua suoriutumisen vaihtelua yhteenlaskutehtävissä selitti kuitenkin vain ensimmäisellä luokalla mitattu yhteenlaskusuoritus (taulukko 4). Sen sijaan lyhytkestoisen muistin ja työmuistin kapasiteetilla ei ollut enää yhteyttä suoritukseen, jolloin ensimmäisen luokan taitotaso jäi suorituksen ainoaksi ennustajaksi selittäen jopa 67,9 % toisen luokan suorituksesta.

9.2.2 Vähennyslasku

Lyhytkestoinen muisti ja työmuisti selittivät yhteensä 21 % lasten vähennyslaskutehtävissä suoriutumisen vaihtelusta ensimmäisellä luokalla, $F(2,192) = 25.45$, $p < 0.001$ (taulukko 4). Positiivinen yhteys ilmentää sitä, että hyvin näissä muistitehtävissä suoriutuneet saivat korkeita pisteitä myös vähennyslaskutehtävissä ensimmäisen luokan mittauskerralla. Sekä tutkittavien lyhytkestoisen muistin kapasiteetilla, että työmuistin kapasiteetilla oli tilastollisesti merkitsevä omavaikeus, mutta työmuistilla se oli suurempi.

Seuraavaksi tarkasteltiin toisen luokan vähennyslaskutehtävissä suoriutumista. Malli sopi aineistoon sekä ensimmäisellä, $F(1, 190) = 369.18$, $p < 0.001$, että toisella, $F(3,188) = 122.16$, $p < 0.001$, askeleella. Toisella luokalla mitattua suoriutumisen vaihtelua vähennyslaskutehtävissä selitti ainoastaan ensimmäisellä luokalla mitattu vähennyslaskusuoritus (taulukko 4). Sen sijaan lyhytkestoisen

muistin ja työmuistin kapasiteetti eivät enää selittäneet suoritusta, jolloin ensimmäisen luokan taitotaso jäi suorituksen ainoaksi ennustajaksi selittäen 66 % toisen luokan suorituksesta.

9.2.3 Aritmetiikka

Tulokset kertoivat, että lyhytkestoinen muisti ja työmuisti selittivät yhteensä 20,7 % lasten aritmetiikan tehtävissä suoriutumisen vaihtelusta toisella luokalla, $F(2,192) = 25.01$, $p < 0.001$ (taulukko 4). Yhteys muuttujien välillä osoitti, että hyvin näissä muistitehtävissä suoriutuneet tutkittavat onnistuivat hyvin myös aritmetiikan tehtävissä. Sekä tutkittavien lyhytkestoisen muistin kapasiteetilla että työmuistin kapasiteetilla oli tilastollisesti merkitsevä omavaikutus, mutta työmuistin kapasiteetin omavaikutus oli suurempi.

9.3 Visuaalis-spatiaalisen ja kielellisen lyhytkestoisen muistin yhteys aritmetiikan sujuvuuteen

9.3.1 Yhteenlasku

Visuaalis-spatiaalinen ja kielellinen lyhytkestoinen muisti selittivät yhteensä 19,8 % lasten yhteenlaskutehtävissä suoriutumisen vaihtelusta ensimmäisellä luokalla, $F(2,192) = 23.72$, $p < 0.001$ (taulukko 5). Visuaalis-spatiaalista ja kielellistä säilökapasiteettia mittaavissa muistitehtävissä hyvin suoriutuneet saivat hyvät pisteet myös yhteenlaskutehtävissä ensimmäisen luokan mittauskerralla. Kielellisen säilön omavaikutus oli hieman suurempi, mutta molempien säilöjen omavaikutus oli tilastollisesti merkitsevä.

Seuraavaksi tarkasteltiin toisen luokan yhteenlaskutehtävissä suoriutumista. Malli sopi aineistoon sekä ensimmäisellä, $F(1, 193) = 407.64$, $p < 0.001$, että toisella, $F(3,191) = 135.95$, $p < 0.001$, askeleella. Toisella luokalla mitattua suoriutumisen vaihtelua yhteenlaskutehtävissä selitti vain ensimmäisellä luokalla mitattu yhteenlaskusuoritus (taulukko 5). Sen sijaan säilökapasiteetit eivät selittäneet sujuvuuden vaihtelua enää toisella askeleella, jolloin ensimmäisen luokan

taitotaso jäi suorituksen ainoaksi ennustajaksi selittäen 67,9 % toisen luokan suorituksesta.

TAULUKKO 5. Visuaalis-spatiaalisen ja kielellisen lyhytkestoisen muistin yhteys yhteenlaskutaitoihin ja vähennyslaskutaitoihin ensimmäisellä (malli 1) ja toisella luokalla, kun ensimmäisen luokan taitotaso on kontrolloitu (malli 2), sekä yhteys aritmetiikkaan.

		Yhteenlasku			Vähennyslasku			Aritmetiikka	
		β	R^2	ΔR^2	β	R^2	ΔR^2	β	R^2
Malli 1									
1	V-S	.289***	.198		.246***	.163		.255***	.187
	FON	.297***			.284***			.311***	
Malli 2									
1	1.lk: taitotaso	.824***	.679	.679***	.813***	.660	.660***		
2	1.lk: taitotaso	.800***	.681	.002	.791***	.662	.002		
	V-S	.025			.043				
	FON	.044			.023				

* $p < .05$, ** $p < .005$, *** $p < .001$

9.3.2 Vähennyslasku

Visuaalis-spatiaalinen ja kielellinen lyhytkestoinen muisti selittivät yhteensä 16,3 % lasten vähennyslaskutehtävissä suoriutumisen vaihtelusta ensimmäisellä luokalla, $F(2,192) = 18.72$, $p < 0.001$ (taulukko 5). Lapset, jotka saivat korkeita pisteitä näissä muistitehtävissä, menestyivät hyvin myös vähennyslaskutehtävissä ensimmäisen luokan mittauskerralla. Sekä tutkittavien visuaalis-spatiaalisen säilökapasiteetilla että kielellisellä säilökapasiteetilla oli tilastollisesti merkitsevä omavaikutus. Kielellisen säilön omavaikutus oli näistä suurempi.

Seuraavaksi tarkasteltiin toisen luokan vähennyslaskutehtävissä suoriutumista. Malli sopi aineistoon sekä ensimmäisellä, $F(1, 190) = 369.18$, $p < 0.001$, että

toisella, $F(3,188) = 122.98$, $p < 0.001$, askeleella. Ainoastaan ensimmäisellä luokalla mitattu vähennyslaskusuoritus selitti toisella luokalla mitatun vähennyslaskusuorituksen vaihtelua (taulukko 5). Ensimmäisen luokan vähennyslaskusuoritus selitti 66 % toisen luokan vähennyslaskusuorituksen vaihtelusta.

9.3.3 Aritmetiikka

Visuaalis-spatiaalinen ja kielellinen lyhytkestoinen muisti selittivät yhteensä 18,7 % lasten aritmetiikan tehtävissä suoriutumisen vaihtelusta toisella luokalla, $F(2,192) = 22.03$, $p < 0.001$ (taulukko 5). Positiivinen yhteys osoitti, että hyvin muistitehtävissä suoriutuneet saivat korkeita pisteitä myös aritmetiikan tehtävissä. Molemmilla säilökapasiteeteilla oli tilastollisesti merkitsevä omavaikutus, mutta kielellisen säilön omavaikutus oli näistä suurempi.

9.4 Sanojen ja numeroiden muistamisen yhteys aritmetiikan sujuvuuteen

9.4.1 Yhteenlasku

Sanalliset ja numeeriset muistettavat materiaalit yhdessä selittivät 22,6 % lasten työmuistitoiminnan ja yhteenlaskusujuvuuden yhteyden vaihtelusta ensimmäisellä luokalla, $F(2,192) = 27.98$, $p < 0.001$ (taulukko 6). Ne lapset, jotka pystyivät käyttämään sekä lyhytkestoista muistia että työmuistia tehokkaasti sanojen ja numeroiden muistamisessa, saivat korkeita pisteitä myös yhteenlaskutehtävissä ensimmäisen luokan mittauskerralla. Sekä kyvyllä muistaa sanallista että numeerista materiaalia oli tilastollisesti merkitsevä omavaikutus aritmeettiseen sujuvuuteen, mutta kyky muistaa numeerista materiaalia oli siihen vahvemmin yhteydessä.

Seuraavaksi tarkasteltiin toisen luokan yhteenlaskutehtävissä suoriutumista. Malli sopi aineistoon sekä ensimmäisellä, $F(1, 193) = 407.64$, $p < 0.001$, että toisella, $F(3,191) = 143.42$, $p < 0.001$, askeleella. Toisella luokalla mitattua suoriutumisen vaihtelua yhteenlaskutehtävissä selitti eniten ensimmäisellä luokalla mi-

tattu yhteenlaskusuoritus (taulukko 6). Lisäksi kyky muistaa numeerista ja sanallista materiaalia selitti myös toisella luokalla mitattua yhteenlaskusuoritusta, vaikkakin paljon vähemmän kuin ensimmäisen luokan taitotaso. Mitä paremmin tutkittava lapsi muisti numeerista materiaalia, sitä paremmat pisteet hän sai myös yhteenlaskutehtävistä. Sen sijaan sanallisen materiaalin omavaikutus oli negatiivinen: mitä heikommin lapsi muisti sanallista materiaalia, sitä paremmat pisteet hän sai yhteenlaskutehtävistä.

TAULUKKO 6. Numeerisen ja sanallisen muistettavan materiaalin yhteys yhteenlaskutaitoihin ja vähennyslaskutaitoihin ensimmäisellä (malli 1) ja toisella luokalla, kun ensimmäisen luokan taitotaso on kontrolloitu (malli 2), sekä yhteys aritmetiikkaan.

		Yhteenlasku			Vähennyslasku			Aritmetiikka	
		β	R ²	ΔR^2	β	R ²	ΔR^2	β	R ²
Malli 1									
1	Numeerinen	.318***	.226		.358***	.195		.310***	.197
	Sanallinen	.213*			.123			.185*	
Malli 2									
1	1.lk: taitotaso	.824***	.679	.679***	.812***	.660	.660***		
2	1.lk: taitotaso	.804***	.693	.014*	.787***	.669	.009		
	Numeerinen	.143*			.120*				
	Sanallinen	-.109*			-.078				

* $p < .05$, ** $p < .005$, *** $p < .001$

9.4.2 Vähennyslasku

Sanalliset ja numeeriset muistettavat materiaalit yhdessä selittivät 19,5 % lasten työmuistitoiminnan ja vähennyslaskusujuvuuden yhteyden vaihtelusta ensimmäisellä luokalla, $F(2,192) = 23.23$, $p < 0.001$ (taulukko 6). Ainoastaan kyvyllä muistaa numeerista materiaalia todettiin olevan tilastollisesti merkitsevä oma-vaikutus vähennyslaskutehtävissä suoriutumisen vaihteluun ensimmäisellä luokalla: ne lapset, jotka muistivat hyvin numeerista materiaalia, pärjäsivät hyvin myös ensimmäisen luokan vähennyslaskutehtävissä.

Seuraavaksi tarkasteltiin toisen luokan vähennyslaskutehtävissä suoriutumista. Malli sopi aineistoon sekä ensimmäisellä, $F(1, 189) = 366.44$, $p < 0.001$, että toisella, $F(3, 187) = 125.80$, $p < 0.001$, askeleella. Toisella luokalla mitattua suoriutumisen vaihtelua vähennyslaskutehtävissä selitti eniten ensimmäisellä luokalla mitattu vähennyslaskusuoritus (taulukko 6). Tämän lisäksi kyky muistaa numeerista materiaalia selitti toisen luokan vähennyslaskutehtävissä menestymistä, tosin kuin kyky muistaa sanallista materiaalia.

9.4.3 Aritmetiikka

Sanalliset ja numeeriset muistettavat materiaalit yhdessä selittivät 19,7 % lasten työmuistitoiminnan ja aritmeettisen sujuvuuden yhteyden vaihtelusta toisella luokalla, $F(2, 192) = 23.55$, $p < 0.001$ (taulukko 6). Positiivinen yhteys kertoo siitä, että hyvin näissä muistitehtävissä suoriutuneet saivat korkeita pisteitä myös aritmetiikan tehtävissä. Sekä numeerisen että sanallisen materiaalin muistaminen vaikutti tilastollisesti merkitsevästi yhteyteen, tosin numeerisen materiaalin muistamisella oli vahvempi vaikutus.

10 POHDINTA

10.1 Tulosten tarkastelu ja johtopäätökset

Tässä tutkimuksessa alkuopetusikäisten lasten työmuistin ja lyhytkestoisen muistin yhteyttä aritmeettiseen sujuvuuteen tarkasteltiin kolmesta eri ulottuvuudesta. Ensinnäkin tutkittiin lyhytkestoisen muistin ja työmuistin kapasiteetin yhteyttä aritmetiikan laskusujuvuuden suorituksiin. Toiseksi tarkasteltiin visuaalis-spatiaalisen ja kielellisen säilökapasiteetin yhteyttä aritmetiikan laskusujuvuuden suorituksiin. Kolmanneksi huomioitiin muistettavan materiaalin, eli sanojen tai numeroiden, vaikutus työmuistitoiminnan ja aritmetiikan laskusujuvuuden yhteyteen. Näitä kolmea ulottuvuutta selvitettiin sekä lasten suorituksista ensimmäisellä luokalla, että toisella luokalla, kun ensimmäisen luokan taitotaso oli kontrolloitu.

Näissä ulottuvuuksissa analyysit paljastivat selkeän kuvion: työmuisti ja lyhytkestoinen muisti ovat vahvasti yhteydessä samana vuonna, eli ensimmäisellä luokalla, mitattuun aritmeettiseen sujuvuuteen. Ne eivät kuitenkaan ennusta juurikaan taitotaso toisella luokalla, kun ensimmäisen luokan taitotaso on kontrolloitu.

Ensimmäinen hypoteesi oli, että työmuisti selittää tutkittavien aritmetiikan sujuvuutta enemmän kuin lyhytkestoinen muisti. Näin vaikuttikin olevan ensimmäisellä luokalla: työmuisti osoittautui näissä analyyseissa vahvemmaxi selittäjäksi kuin lyhytkestoinen muisti. Tulokset ovat linjassa niiden tutkimusten kanssa, joiden mukaan työmuistin on todettu ennustavan koulusuoriutumista, toisin kuin lyhytkestoisen muistin (Daneman & Carpenter 1980; Engle ym. 1999). Selitys piilee todennäköisesti siinä, että työmuistin rooli monimutkaisissa kognitiivisissa tehtävissä on suurempi kuin lyhytkestoisen muistin, joka saattaa vastata ennemminkin erilaisten tehtävien kielellisestä puolesta. Vaikka aritmeettisessä suorituksessakin tarvitaan kielellistä säilömistä, on kyseessä kuitenkin verrattain monimutkainen tehtävä alkuopetuksen oppilaille. Voidaan kuitenkin kyseenalaistaa, ovatko tutkimuksen takaperin toistettavat sarjatehtävät riittävän

haastavia mittaamaan työmuistia, ja toisaalta etuperin toistettavat sarjatehtävät tarpeeksi yksinkertaisia, jotta niissä ei tarvittaisi työmuistin sydäntä, keskussyksikköä. (Engle ym. 1999.)

Seuraavaksi arveltiin, että ensimmäisellä luokalla tuloksissa näkyisi molempien apujärjestelmien panos aritmetiikan sujuvuuteen, mutta toisella luokalla fonologinen silmukka olisi selvästi vahvempi sujuvuuden selittäjä. Haluttiin siis selvittää, millainen yhteys on työmuistin kahdella säilökapasiteetilla laskusujuvuuteen. Aritmetiikan taitojen osalta on huomattu, että säilöjen merkitys riippuu esimerkiksi lapsen käyttämistä strategioista ja työmuistin kehitysvaiheesta. Näistä kahdesta säilöstä fonologinen silmukka selitti tutkimuksessamme aritmeettisia suorituksia enemmän kuin visuaalis-spatiaalinen luonnoslehtiö, mutta molempien panos sujuvuuteen oli ensimmäisellä luokalla merkitsevä. Fonologisen silmukan merkityksen vahva näkyminen on varsin looginen tulos, sillä kyseisissä aritmetiikan tehtävissä ei tarvinnut suoranaisesti hyödyntää visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä. Toisaalta tulos on mielenkiintoinen ja odotettava, kun sitä tarkastellaan niiden väitteiden valossa, että esimerkiksi sormilla laskeminen ja muut kehittymättömät strategiat vaativat visuaalis-spatiaalista luonnoslehtiötä (DeSmedt ym. 2009). Oletettavasti monet lapset ensimmäisellä luokalla turvautuvat yhä epäkypsiin strategioihin tehokkaampien kielellisten strategioiden sijasta, mistä saattaisi johtua visuaalis-spatiaalisen luonnoslehtiön panoksen näkyminen melko vahvasti tuloksissa. Siten tuloksissa saattaa näkyä myös Palmerin (2000) ehdottama kaksoisstrategia: lapset painavat asioita mieleensä sekä kuvien että nimeämisen avulla, ennen kuin noin 7 vuoden ikäisenä siirtyvät käyttämään pääosin kielellisen nimeämisen strategiaa. Lisäksi eräs selitys tuloksille voisi myös olla, että laskujen horisontaalinen esitystapa sai lapset hyödyntämään laskuissa kielellistä koodausta enemmän kuin visuaalis-spatiaalista koodausta (ks. esim. Trbovich & LeFevre 2003). Vastoin odotuksia kumpikaan säilö ei ollut tilastollisesti merkitsevä selittäjä sujuvuudelle enää toisella luokalla, kun lähtötaso oli kontrolloitu.

Kolmanneksi oletettiin, että kyky muistaa numeerista materiaalia selittäisi enemmän työmuistin ja sujuvuuden yhteyttä kuin kyky muistaa sanallista materiaalia. Kyky muistaa sanallista ja numeerista materiaalia selitti yhdessä ensimmäisen luokan aritmeettista sujuvuutta tässä tutkimuksessa kohtuullisen paljon: työmuistin kyky säilöä ja käsitellä numeerista ja sanallista materiaalia selitti noin viidesosan aritmeettisesta laskusujuvuudesta. Etenkin lapsen taito käsitellä numeroita muistissa edesauttaa laskemista: kyky muistaa numeerista materiaalia oli nimittäin selkeästi vahvempi selittäjä kuin kyky muistaa sanallista materiaalia, ja vähennyslaskun tapauksessa jopa mallin ainoa selittäjä sille, miten sujuvasti lapsi pärjäsi aritmeettisissä tehtävissä. Koska kyky muistaa sanallista materiaalia oli myös merkitsevä sujuvuuden selittäjä yhteenlaskussa ja aritmetiikassa, ei voida poissulkea sitä mahdollisuutta, että heikon laskusujuvuuden takana olisi yleinen työmuistiheikkous pelkän numeroiden muistamisen heikkouden sijasta.

On kuitenkin nostettava esille, että kyky muistaa numeerista materiaalia oli näissä analyyseissa ainoa tekijä, jonka vaikutus oli merkitsevä ja positiivinen toiselle luokalle asti vielä senkin jälkeen, kun ensimmäisen luokan taitotaso oli kontrolloitu. Tulokseen saattaa vaikuttaa se, että tämä mittari huomioi sekä lyhytkestoisen muistin että työmuistin kapasiteetin samanaikaisesti. Näiden tulosten pohjalta voitaisiin väittää, että aritmeettisten taitojen kehittymiseen vaikuttaa paljon se, miten hyvin voi muistaa ja käsitellä numeroihin liittyviä tietoja. Tämä tutkimus ei ota kantaa siihen, onko suhde laskusujuvuuden ja työmuistin numeroiden käsittelemisen kyvyn välillä vastavuoroinen, mutta huomauttaa, että näiden tulosten perusteella suhde toimii ainakin toiseen suuntaan: hyvä kyky käsitellä mielessä numeroita tehostaa laskusujuvuutta.

Lisäksi pyrittiin etsimään vastausta siihen, missä määrin lyhytkestoinen muisti ja työmuisti edellä mainittujen kolmen ulottuvuuden avulla tarkasteltuna ovat yhteydessä aritmeettisiin suorituksiin toisella luokalla, kun ensimmäisen luokan taitotaso on kontrolloitu. Sekä yhteen- että vähennyslaskusuorituksissa ensimmäisen luokan taitotaso selitti pääasiallisesti ainoana tekijänä toisen luokan taitotasoa. Poikkeuksen teki kuitenkin muistettavan materiaalin vaikutus

työmuistin ja aritmeettisen sujuvuuden yhteyteen. Kävi ilmi, että yhteenlaskutehtävissä ne lapset, jotka muistivat numeerista materiaalia hyvin, pärjäsivät hyvin myös yhteenlaskutehtävissä toisella luokalla. Sanallisen materiaalin muistamisessa yhteys oli päinvastainen: ne lapset, jotka muistivat sanallista materiaalia huonosti, pärjäsivät hyvin yhteenlaskutehtävissä. Vähennyslaskutehtävien sujuva laskeminen toisella luokalla taas ei selittynyt missään määrin sanallisen materiaalin muistamisella, vaan tulosta selittivät lähinnä ensimmäisen luokan taitotaso, sekä pieneltä osaltaan kyky muistaa numeerista materiaalia.

Ensimmäisen ja toisen mittauskerran välillä oli aikaa reilu puoli vuotta, mutta alle vuosi. Tähän ajanjaksoon sisältyi myös muutaman kuukauden pituinen kesäloma, jonka aikana lapset eivät saaneet formaalia opetusta. Lasten taidot kyllä kohenivat ensimmäisen ja toisen mittauskerran välillä, mutta eivät valtavan paljon. Se, että ensimmäisen luokan taitotaso selittää vähintään 60 % toisen luokan taitotasosta, vihjaa siitä, että taidot ja yksilölliset erot ovat suhteellisen pysyviä tässä vaiheessa koulupolkua. Kouluopetuksella ei ehkä olekaan niin paljon merkitystä laskusujuvuuden kehitykselle kuin oppilaiden yksilöllisillä kyvyillä. Tulos ei ole yllättävä, sillä samansuuntaisia tuloksia on saatu, kun on tutkittu matematiikan taitojen kehitystä esikouluvuodesta toiselle luokalle (Aunola, Leskinen, Lerkkänen & Nurmi 2004). Kyseinen tutkimus osoitti, että esikouluvuonna mitattu taitotaso ennusti sekä taitotasoa toisella luokalla, että taidon kehittymistä. Lisäksi tutkijat havaitsivat, että yksilölliset erot kasvoivat matemaattisissa taidoissa oppilaiden edetessä esikoulusta toiselle luokalle. Huomionarvoista oli, että alkuopetuksen matemaattinen kehityskaari oli ennustettavissa jo ennen formaaliin opetukseen siirtymistä, mikä painottaa esiopetuksen vastuuta esimatemaattisten taitojen vahvistamisessa. Tutkijat ehdottivat, että eri tasoiset oppilaat voisivat hyötyä erilaisesta ohjauksesta ja opetussuunnitelmasta, ja että matemaattisten taitojen kehittymiseen tulisi panostaa enemmän alkuopetusvuosina. Heidän tutkimuksensa mukaan useammat kognitiiviset tekijät ennustivat matemaattisia taitoja, mutta vahvin näistä ennustajista oli lukujonotaidot.

Lyhytkestoinen muisti ja työmuisti selittivät kohtuullisen pieniä määriä aritmeettisesta suoriutumisesta: enimmilläänkin niiden selitysosuus oli vain noin

26 %. Tämä on varsin luonnollista, sillä aritmetiikan taidot vaativat rakentukseen monenlaisia osataitoja. Van Daalin, Van Der Leijin ja Aderin (2013) tutkimuksessa verrattiin aritmetiikan sujuvuutta ja lukemisen sujuvuutta. Tutkijat saivat selville, että aritmeettinen sujuvuus ei ole lukusujuvuuden tavoin kovin spesifi taito, sillä selittääkseen 57 % vaihtelusta aritmeettisessä sujuvuudessa eri oppimisvaikeusryhmien välillä tutkijat tarvitsivat malliin neljä eri tekijää, kun taas lukemisen sujuvuuden varianssista selittyi kahden tekijän avulla jopa 67 %. Tämänkin tiedon valossa on järkeenkäypää, että aritmetiikan sujuvuutta ei voida tässäkään tutkimuksessa selittää vain muutamalla tekijällä. Toisaalta osuuden olisi voinut kuvitella olevan suurempikin, ohjaahan työmuisti toiminnanohjausta, eli vastaa tehtävään keskittymisestä, strategioiden ja tehtävien vaihtamisesta, ja estää vääriä strategioita tai muita häiriötekijöitä keskeyttämästä laskeamista. Tulokset näyttäisivät osoittavan, että työmuistin rooli aritmeettisissä suorituksissa on tärkeä, mutta ei pääasiallinen. Muita aritmeettiseen suorituksen taustalla olevia osatekijöitä voisivat olla esimerkiksi lukujonotaidot (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004) ja prosessointinopeus (Bull & Johnston 2007). Onkin tärkeää jatkaa aiheen tutkimista, jotta saataisiin selville, mitä ovat ne monet tekijät, jotka vaikuttavat aritmetiikan sujuvuuden kehittymiseen ja miten näitä tekijöitä voidaan tukea.

Tämän tutkimuksen perusteella voidaan väittää, että työmuisti ja lyhytkestoinen muisti ovat tärkeässä roolissa aritmetiikan sujuvuuden kehittämisessä. Työmuistin tehokas toiminta edesauttaa sujuvaa laskemista, minkä vuoksi matematiikan opetuksessa olisi tärkeää kehittää oppilaille sopivia keinoja, jotka auttavat myös kognitiivisesti heikompia lapsia hyödyntämään työmuistiaan tarkoituksenmukaisella tavalla. Kyvyllä muistaa numeerista materiaalia oli huomattava vaikutus työmuistin ja sujuvuuden yhteyteen, minkä vuoksi olisikin hyvä harjoittaa juuri tätä kykyä jo ennen alkuopetukseen siirtymistä. Lisäksi matematiikan opetuksessa tulisi huomioida se, millä tavoin työmuistia rasitetaan tunneilla. Opettaja kykenee vaikuttamaan muuhun työmuistitaakkaan tunnilla niin, että mahdollisimman paljon työmuistin kapasiteetista jäisi käytettäväksi laskeamiseen, esimerkiksi monimutkaisten ohjeiden muistamisen sijasta.

Matemaattisesti heikot oppilaat tarvitsevat tukikeinoja, joilla laskemisen sujuvuus kuntoutuisi. Olennaista tässä saattaisi olla matematiikan hierarkkisyyden (Nesher 1986) huomioiminen ja oppilaan kehitykselle sopivaan tahtiin eteneminen, jolloin uusia asioita opeteltaisiin vasta, kun alemman tason taidot, eli uusien asioiden oppimiseen tarvittava perustus, olisi kunnossa. Sujuvuuden kannalta se tarkoittaisi muun muassa sitä, että oppilas oppisi hyödyntämään peruslaskutoimitusten tehokkaita, muistista palauttamiseen pohjautuvia strategioita, ennen kuin hän siirtyisi opettelemaan yhteen- ja vähennyslaskua monilukuisilla numeroilla sekä kertolaskuja. Saattaakin olla, että tällä hetkellä opetus suunnitelman tavoite laskutaidon sujuvoitumisesta jää muiden tavoitteiden, kuten esimerkiksi tarkkuutta korostavan laskemisen, jalkoihin (ks. Opetushallitus 2014). Puuttamalla riittävän varhain sujuvuuden ongelmiin voidaan mahdollisesti katkaista matemaattisten haasteiden kasautuminen. Sitä kautta voidaan vaikuttaa lapsen arkeen ja tulevaisuuden koulutus- ja työllistymismahdollisuuksiin, jotka saattavat Parsons ja Brynnerin (2005) mukaan olla vaarassa heikon laskutaidon vuoksi.

10.2 Tutkimuksen luotettavuus ja jatkotutkimushaasteet

Tämän tutkimuksen vahvuus on tutkimusasetelma: pitkittäistutkimuksella saadaan luotettava kuva lasten taitojen kehityksestä. Sen sijaan tutkimuksen rajoituksena voidaan pitää sitä, että sen otos on valikoitunut ainoastaan Keski-Suomen oppilaiden joukosta. Toisaalta opetus on Suomessa kohtuullisen tasalaatua, oppilasaines suhteellisen homogeenista ja opettajat pääosin ammatillisesti päteviä, jolloin tulokset voidaan yleistää ainakin monien suomalaisten keski suurten kaupunkien ja lähikuntien oppilaisiin.

Yleistettävyydessä on huomioitava se, että tulokset koskevat ainoastaan alkuopetusta. Tämä johtuu siitä, että työmuistin toiminta ja aritmetiikan sujuvuus ovat kumpikin kehittyviä taitoja, joihin liittyvät strategiat ovat ikäsidonnaisia. Ylemmillä luokilla tulokset saattaisivat erota nyt saaduista tuloksista.

Luotettavuutta tarkastellessa on tärkeää huomioida tutkimuksen mittarit ja mittaustilanteet. Tämän tutkimuksen matemaattisten tehtävien mittauskerrat ovat tapahtuneet luokkahuone- tai pienryhmätilanteissa, jolloin lasten parasta mahdollista keskittymistä on saattanut häiritä muiden oppilaiden läsnäolo. Corsi block-tehtävä on niin ikään suoritettu pienryhmätilanteessa, mutta sana- ja numerosarjatehtävät sen sijaan yksilötilanteissa. Lisäksi työmuistimittarit aiheuttavat kiistaa tutkijoiden joukossa. Ensinnäkin on vaikea suunnitella mittari, joka mittaisi pelkästään työmuistia tai lyhytkestoista muistia – toisen komponentin vaikutusta on haastava poistaa täysin (Engle ym. 1999). Lisäksi kaikki tutkijat eivät pidä numerosarjat takaperin-tehtävää riittävän vaativana mittaamaan työmuistia (Rosen & Engle 1997), vaikka se onkin yleisesti käytetty työmuistin mittari. Siten mittareiden valinta saattaa vaikuttaa suurestikin saatuihin tuloksiin.

Kuten aiemmin jo mainittiin, jatkotutkimushaasteena on selvittää, mitkä muut tekijät selittävät sen suurin piirtein 80 % aritmetiikan sujuvuudesta, jota työmuisti ja lyhytkestoinen muisti eivät kykene selittämään. Tärkeää olisi myös jatkaa pitkittäistutkimusta aina ylempien asteiden koulutukseen ja työelämään saakka, ja selvittää, millainen sujumattomuuden kehityskaari on pidemmällä aikavälillä ja miten se vaikuttaa oppimiseen, motivaatioon, minäkäsitykseen ja elämässä pärjäämiseen. Koska kuitenkin tällainen tutkimus olisi haastava toteuttaa, ja on jo todisteita siitä, että heikko laskutaito on yhteydessä myöhempään elämässä syrjäytymiseen, olennaisen tärkeää olisi selvittää sen sijaan keinoja, joiden avulla sujumattomuuteen voitaisiin puuttua jo varhaisessa vaiheessa. Nykyisessä ajassa, jossa tiedon hakemisen taitoja arvostetaan korkealle muistamisen sijasta, saattaa muisti jäädä vähäiselle huomiolle. Tehokkaiden muistitoimintojen tarpeellisuutta arjessa ei kuitenkaan tulisi aliarvioida, vaan syytä olisi myös selvittää, millaisin keinoin työmuistin toimintaa voitaisiin leikinomaisesti kehittää alkuopetusvuosina, ja voiko työmuististrategioiden kehitykseen vaikuttaa esimerkiksi erityisopetuksen keinoin.

LÄHTEET

- Alloway, T. P., Gathercole, S. E. & Pickering, S. J. 2006. Verbal and visuospatial short-term and working memory in children: Are they separable? *Child Development* 77 (6), 1698–1716.
- Alp. 3. 1994. Measuring the size of working memory in very young children: the imitation sorting task. *International Journal of Behavioral Department* 17 (1), 125–141.
- Andersson, U. & Lyxell, B. 2007. Working memory deficit in children with mathematical difficulties: A general or specific deficit? *Journal of Experimental Child Psychology* 96 (3). 197–228.
- Ashcraft, M. H. 1982. The development of mental arithmetic: A chronometric approach. *Developmental Review* 2 (3), 231–236.
- Ashcraft, M. H. & Kirk, E. P. 2001. The relationships among working memory, math anxiety and performance. *Journal of Experimental Psychology: General* 130 (2), 224–237.
- Ashcraft, M. & Krause, J. 2007. Working memory, math performance, and math anxiety. *Psychonomic Bulletin & Review* 14 (2), 243–248.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M-K. & Nurmi, J-E. 2004. Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology* 96 (4), 699–713.
- Aunola, K. & Räsänen, P. 2007. The 3-minute basic arithmetic test. Unpublished test material.
- Baddeley, A. D. 2000. The episodic buffer: A new component of working memory? *Trends in Cognitive Science* 4 (2000), 417–423.
- Baddeley, A. 2010. Working memory. *Current Biology* 20 (4). R136–R140.
- Baddeley, A. 2012. Working memory: Theories, models and controversies. *Annual Review of Psychology* 63, 1.
- Bayliss, D. M., Jarrold, C., Baddeley, A. D. & Gunn, D. M. 2005. The relationship between short-term memory and working memory: Complex span made simple? *Memory* 13 (3–4), 414–421.
- Briars, D. & Siegler, R. S. 1984. A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology* 20 (4), 607–618.

- Bull, R. & Johnston, R. S. 1997. Children's arithmetical difficulties: contributions from processing speed, item identification and short-term memory. *Journal of Experimental Child Psychology* 65 (1), 1 – 24.
- Bull, R. & Scerif, G. 2001. Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: inhibition, switching and working memory. *Developmental Neuropsychology* 19 (3), 273 – 293.
- Carpenter, T. P. & Moser, J. M. 1984. The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Mathematics Education* 15 (3), 179 – 202.
- Caviola, S., Mammarella, I. C., Cornoldi, C. & Lucangeli, D. 2012. The involvement of working memory in children's exact and approximate mental addition. *Journal of Experimental Child Psychology* 112 (2), 141 – 160.
- Chi, M. 1976. Short-term memory limitations in children: capacity or processing deficits? *Memory & Cognition* 4 (5), 559 – 572.
- Cowan, N. 2016. The many faces of working memory and short-term storage. *Psychonomic Bulletin & Review* 11/28/2016.
- Cui, J., Georgiou, G. K., Zhang, Y., Li, Y., Shu, H. & Zhou, X. 2017. Examining the relationship between rapid automatized naming and arithmetic fluency in Chinese kindergarten children. *Journal of Experimental Child Psychology* 154, 146 – 163.
- van Daal, V., Van Der Leij, A., Ader, H. 2013. Specificity and overlap in skills underpinning reading and arithmetical fluency. *Reading and Writing: An Interdisciplinary Journal* 26 (6), 1009 – 1030.
- Daneman, M. & Carpenter, P. A. 1980. Individual differences in working memory and reading. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior* 19 (4), 450 – 466.
- Della Sala, S., Gray, C., Baddeley, A., Allamano, N. & Wilson, L. 1999. Pattern span: a tool for unwinding visuo-spatial memory. *Neuropsychologia* 37 (10), 1189 – 1199.
- De Smedt, B., Janssen, R., Bouwens, K., Verchaffel, L., Boets, B. & Ghesquiere, P. 2009. Working memory and individual differences in mathematics achievement: A longitudinal study from first grade to second grade. *Journal of Experimental Child Psychology* 103 (2), 186 – 201.
- DeStefano, D. & LeFevre, J-A. 2004. The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology* 16 (3), 353 – 386.

- Duncan, G. J., Claessens, A., Huston, A. C., Pagani, L. S., Engel, M., Sexton, H., Dowsett, C. J., Magnuson, K., Klebanov, P., Feinstein, L., Brooks-Gunn, J., Duckworth, K. & Japel, C. 2007. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology* 43, 1428 – 1446.
- Engle, R. W., Tuholski, S. W., Laughlin, J. E. & Conway, A. R. A. 1999. Working memory, short-term memory and general fluid intelligence: a latent-variable approach. *Journal of Experimental Psychology: General* 128 (3), 309 – 331.
- Fitzpatrick, S. & Pagani, L. S. 2012. Toddler working memory skills predict kindergarten school readiness. *Intelligence* 40 (2), 205 – 212.
- Friso-van den Bos, I., Van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H. & van Luit J. E. H. 2013. Working memory and mathematics in primary school children: a meta-analysis. *Educational Research Review* 10, 29 – 44.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Caipizzi, A. M., Schatschneider, C., Fletcher, J. M. 2006. The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology* 98 (1), 29 – 43.
- Gathercole, S. 1998. The development of memory. *Journal of Child Psychology and Psychiatry* 39 (1), 3 – 27.
- Gathercole, S. E. 1999. Cognitive approaches to the development of short-term memory. *Trends in Cognitive Sciences* 3 (11), 410 – 419.
- Gathercole, S. E., Alloway, T. P., Kirkwood, H. J., Elliott, J. G., Holmes, J. & Hilton, K. A. 2008a. Attentional and executive function behaviours in children with poor working memory. *Learning And Individual Differences* 18 (2), 214 – 223.
- Gathercole, S. E., Durling, E., Evans, M., Jeffcock, S. & Stone, S. 2008b. Working memory abilities and children's performance in laboratory analogues of classroom activities. *Applied Cognitive Psychology* 22 (8), 1019 – 1037.
- Gathercole, S. E. & Pickering, S. J. 2000. Working memory deficits in children with low achievements in the national curriculum at 7 years of age. *British Journal of Educational Psychology* 70, 177 – 194.
- Gathercole, S. & Pickering, S. 2001. Working memory deficits in children with special educational needs. *British Journal of Special Education* 28 (2), 89 – 97.

- Gathercole, S.E., Pickering, S. J., Knight, C., Stegmann, Z. 2004. Working memory skills and educational attainment: evidence from national curriculum assessments at 7 and 14 years of age. *Applied Cognitive Psychology* 18 (1), 1 – 16.
- Gathercole, S. E., Woolgar, F., Kievit, R. A., Astle, D., Manly, T. & Holmes J. 2016. How common are WM Deficits in children with difficulties in reading and mathematics? *Journal of Applied Research in Memory and Cognition* 5 (4), 384 – 394.
- Geary, D. C., Bow – Thomas, C. C. & Yao, Y. 1992. Counting knowledge and skill in cognitive addition: a comparison of normal and mathematically disabled children. *Journal of Experimental Child Psychology* 54 (3), 371 – 391.
- Geary, D. C., Brown, S. C. & Samaranayake, V. A. 1991. Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. *Developmental Psychology* 27 (5), 787 – 797.
- Geary, D. C., Hoard, M. K. & Hamson, C. O. 1999. Numerical and arithmetical cognition: patterns of functions and deficits in children at risk for a mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology* 74 (3), 213 – 239.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd–Craven, J. & DeSoto, M. C. 2004. Strategy choices in simple and complex addition: contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology* 88 (2), 121 – 151.
- Gelman, R. & Meck, E. 1983. Preschooler’s counting: Principles before skill. *Cognition* 13 (3), 343 – 359.
- Groen, G. J. & Parkman, J. M. 1972. A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review* 79 (4), 329 – 343.
- Groen, G. & Resnick. L. B. 1977. Can preschool children invent addition algorithms? *Journal of Educational Psychology* 69 (6), 645 – 652.
- Hannula, M. & Lehtinen, E. 2005. Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning And Instruction* 15 (3), 237 – 256.
- Hitch, G. J. & McAuley, E. 1991. Working memory in children with specific arithmetical learning difficulties. *British Journal of Psychology* 82. 375 – 386.

- Huttenlocher, J., Jordan, N. C. & Levine, S. C. 1994. A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General* 123, 284–296.
- Imbo, I., Vandierendonck, A. & De Rammelaere, S. 2007a. The role of working memory in the carry operation of mental arithmetic: Number and value of the carry. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology* 60 (5), 708–731.
- Imbo, I., Vandierendonck, A. & Vergauwe, E. 2007b. The role of working memory in carrying and borrowing. *Psychological Research* 71 (4), 467–483.
- Isaacs, E. B. & Vargha-Khadem, F. 1989. Differential course of development of spatial and verbal memory span: a normative study. *British Journal of Developmental Psychology* 7, 377–380.
- Jaroslawska, A. J., Gathercole, S. E., Logie, M. R. & Holmes, J. 2016. Following instructions in a virtual school: Does working memory play a role? *Memory & Cognition* 44 (4), 580–589.
- Kail, R. 1997. Phonological skill and articulation independently contribute to the development of memory span. *Journal of Experimental Child Psychology* 67 (1), 57–68.
- Koponen, T. & Mononen, R. 2010a. The 2-minute addition fluency test. Unpublished test material.
- Koponen, T. & Mononen, R. 2010b. The 2-minute subtraction fluency test. Unpublished test material.
- Koponen, T., Salmi, P., Eklund, K. & Aro, T. 2013. Counting and RAN: Predictors of arithmetic calculation and reading fluency. *Journal of Educational Psychology* 105 (1), 162–175.
- Koponen, T., Salmi, P., Torppa, M., Eklund, K., Aro, T., Aro, M., Poikkeus, A-M., Lerkkanen, M-K. & Nurmi, J-E. 2016. Counting and rapid naming predict the fluency of arithmetic and reading skills. *Contemporary Educational Psychology* 83 (12), 44–45.
- Koshmider, J. W. & Ashcraft, M. H. 1991. The Development of Children's Mental Multiplication Skills. *Journal of Experimental Child Psychology* 51, 53–89.
- Krajewski, K. & Schneider, W. 2009. Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology* 103, 516–531.

- Kyttälä, M. 2008. Visuaalis-spatiaalisten työmuistivalmiuksien yhteys (esi)matemaattisiin taitoihin ja merkitys osana matemaattisilta taidoiltaan heikkojen lasten ja nuorten kognitiivista profiilia. Tutkimuksia 293. Helsinki: Yliopistopaino.
- Larsen, J. D., & Baddeley, A. 2003. Disruption of verbal STM by irrelevant speech, articulatory suppression, and manual tapping: Do they have a common source? *The Quarterly Journal of Experimental Psychology Section 56* (8), 1249–1268.
- Lee, K-M. & Kang, S-Y. 2002. Arithmetic operation and working memory: differential suppression in dual tasks. *Cognition* 83 (3), B63–B68.
- LeFevre, J-A., Berrigan, L., Vendetti, C., Kamawar, D., Bisanz, J., Skwarchuk, S-L., Smith-Chant, B. L. 2013. The role of executive attention in the acquisition of mathematical skills for children in grades 2 through 4. *Journal of Experimental Child Psychology* 114 (2), 243–261.
- Logie, R. 2011. The functional organization and capacity limits of working memory. *Current Directions in Psychological Science* 20 (4), 240–245.
- McKenzie, B., Bull, R. & Gray, C. 2003. The effects of phonological and visual-spatial interference on children's arithmetical performance. *Educational And Child Psychology* 20 (3).
- McLean, J. F. & Hitch, G. J. 1999. Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology* 74 (3). 240–260.
- Meyer, M. L., Salimpoor, V. N., Wu, S. S. Geary, D. C & Menon, V. 2010. Differential contribution of specific working memory components to mathematics achievement in 2nd and 3rd graders. *Learning And Individual Differences* 20 (2), 101–109.
- Miller, G. A. 1994. The magical number seven, plus minus two: some limits to our capacity to for processing information. *Psychological Review* 101 (2), 343–352.
- Nevo, E. & Breznitz, Z. 2013. The development of working memory from kindergarten to first grade in children with different decoding skills. *Journal of Experimental Child Psychology* 114 (2), 217–228.
- Nesher, P. 1986. Learning mathematics: A cognitive perspective. *American Psychologist* 41, 1114–1122.
- Otsuka, Y. & Osaka, N. 2014. High-performers use the phonological loop less to process mental arithmetic during working memory tasks. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology* 1–9.

- Palmer, S. 2000. Working memory: a developmental study of phonological re-coding. *Memory* 8, 179–193.
- Parsons, S. & Bynner, J. 2005. Does numeracy matter more? National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy. Viitattu: 12.4.2017. Saatavana: <http://eprints.ioe.ac.uk/4758/1/parsons2006does.pdf>.
- Passolunghi, M. C. & Siegel, L. S. 2001. Short-term memory, working memory, and inhibitory control in children with difficulties in arithmetic problem solving. *Journal of Experimental Child Psychology* 80 (1), 44–57.
- Opetushallitus. 2014. Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet 2016. Viitattu 12.4.2017. Saatavana: <http://www.oph.fi/ops2016/perusteet>.
- Preßler, A. 2013. Working memory capacity in preschool children contributes to the acquisition of school relevant precursor skills. *Learning and Individual Differences* 23, 138–144.
- Raghubar, K. P., Barnes, M. A. & Hecht, S. A. 2010. Working memory and mathematics: a review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning And Individual Differences* 20 (2), 110–122.
- Rasmussen, C. & Bisanz, J. 2005. Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology* 91 (2), 137–157.
- Rosen, V. M. & Engle, R. W. 1997. Forward and backward serial recall. *Intelligence* 25 (1), 37–47.
- Siegel, L. 1994. Working memory and reading: a life-span perspective. *International Journal of Behavioral Development* 17 (1), 109–124.
- Siegel & Ryan. 1989. The development of working memory in normally achieving and subtypes of learning disabled children. *Child Development* 60 (4), 973–980.
- Simmons, F. R. & Singleton, C. 2008. Do weak phonological representations impact on arithmetic development? A review of research into arithmetic and dyslexia. *Dyslexia* 14 (2), 77–94.
- Sowinski, C., LeFevre J-A., Skwarchuk, S-L., Kamawar, D., Bisanz, J. & Smith-Chant, B. 2015. Refining the quantitative pathway of the pathways to mathematics model. *Journal of Experimental Child Psychology* 131, 73–93.
- St. Clair- Thompson, H. L. 2011. Executive functions and working memory behaviours in children with a poor working memory. *Learning And Individual Differences* 21 (4), 409–414.

- Suppes, P. & Groen, G. 1966. Some counting models for first-grade performance data on simple addition facts. Psychology Series, technical report no. 90. Institute for mathematical studies in the social sciences. Stanford University, Stanford California. Viitattu: 12.4.2017. Saatavana: http://suppes-corpus.stanford.edu/techreports/IMSSS_90.pdf.
- Trbovich, P. L. & LeFevre, J-A. 2003. Phonological and visual working memory in mental addition. *Memory & Cognition* 31 (5), 738 – 745.
- Walker, D., Mickes, L., Bajic, D., Nailon, C. R. & Rickard, T. C. 2013. A test of two methods of arithmetic fluency training and implications for educational practice. *Journal of Applied Research in Memory and Cognition* 2 (1), 25 – 32.
- Woods, S. S., Resnick, L. B. & Groen, G. J. 1975. An experimental test of five process models for subtraction. *Journal of Educational Psychology* 67 (1), 17 – 21.