

Lukujonotaidot, lukujen vertailu, työmuisti ja nopea nimeäminen peruslaskutaidon sujuvuuden kehityksen selittäjinä 1.-2. luokalla

Sohvi Kyösti ja Josefiina Olkkonen

Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma

Kevätlukukausi 2017

Kasvatustieteiden laitos

Jyväskylän yliopisto

TIIVISTELMÄ

Kyösti, Sohvi & Olkkonen, Josefiina. 2017. Lukujonotaidot, lukujen vertailu, työmuisti ja nopea nimeäminen peruslaskutaidon sujuvuuden kehityksen selittäjinä 1.-2. luokalla. Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden laitos. 42 sivua.

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää kognitiivisten taustataitojen yhteyttä peruslaskutaidon sujuvuuden kehitykseen. Tarkasteltuja taustataitoja olivat lukujonotaidot, lukujen vertailu, työmuisti ja nopea nimeäminen.

Tutkimuksen aineistona käytettiin Jyväskylän yliopiston Lasten luku- ja laskutaidon sujuvuus -hankkeen aineistoa. Aineisto kerättiin vuonna 2016 keski-suomalaisista peruskouluista. Tutkimukseen osallistui 200 oppilasta, joiden yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuuden kehitystä tarkasteltiin ensimmäisen luokan keväästä toisen luokan syksyyn. Aineisto analysoitiin käyttämällä hierarkkista lineaarista regressioanalyysia. Tutkimuksessa vakioitiin prosessoinnin nopeus, fonologinen tietoisuus ja sukupuoli.

Tulokset osoittivat, että peruslaskutaito on hyvin pysyvä koulun alussa. Ensimmäisen luokan yhteen-/vähennyslaskutaito selitti valtaosan toisen luokan vastaavan taidon sujuvuuden vaihtelusta. Tutkimuksen kohteena olleiden taustataitojen selitysosuus jäi näin ollen kehityksen osalta pieneksi. Sen sijaan ensimmäisellä luokalla laskutaidon sujuvuuteen tutkituista taustataidoista lukujonotaidoilla, lukujen vertailulla ja työmuistilla oli selvä yhteys. Tulokset siis osoittavat, että kyseiset taidot ovat yhteydessä laskutaidon sujuvuuden kehitykseen ensimmäisen luokan taitotason kautta.

Tämä tutkimus täydentää aikaisempaa tutkimustietoa laskutaidon sujuvuuden kehityksestä. Lisätutkimusta kuitenkin tarvitaan, jotta sujuvuuden haasteita voidaan tunnistaa ja niihin voidaan puuttua jatkossa entistä paremmin.

Asiasanat: peruslaskutaidon sujuvuus, lukujonotaidot, lukujen vertailu, työmuisti, nopea nimeäminen

SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ

1	JOHDANTO	4
1.1	Varhaiset matemaattiset taidot ja peruslaskutaidon kehitys.....	5
1.2	Peruslaskutaidon sujuvuuden kehitystä selittävät kognitiiviset taustataidot.....	9
1.3	Tutkimusongelmat.....	14
2	TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN	15
2.1	Tutkimuksen konteksti	15
2.2	Tutkimuksen osallistujat.....	15
2.3	Tutkimusmenetelmät ja mittarit	16
2.4	Aineiston analyysi	19
3	TULOKSET	21
3.1	Lukujonotaitojen, lukujen vertailun, työmuistin ja nopean nimeämisen yhteys yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuuteen.....	23
3.2	Lukujonotaitojen, lukujen vertailun, työmuistin ja nopean nimeämisen yhteys yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuuden kehitykseen	24
4	POHDINTA	27
4.1	Tulosten tarkastelua	27
4.2	Tutkimuksen rajoitukset ja vahvuudet.....	30
4.3	Jatkotutkimushaasteet	31
	LÄHTEET	33

1 JOHDANTO

Sujuvan peruslaskutaidon saavuttaminen on yksi keskeisimmistä tavoitteista ensimmäisten kouluvuosien aikana. Peruslaskutaidolla tarkoitetaan yhteen- ja vähennyslaskua sellaisilla luvuilla, että laskun tulokseksi tulee enintään kaksikymmentä (esim. $7+5=12$ tai $18-4=14$) (Cowan ym., 2011). Laskutaidon sujuvuus puolestaan viittaa laskujen ratkaisemisen nopeuteen ja tarkkuuteen (Locuniak & Jordan, 2008). Kun peruslaskutaito on sujuvaa, lapsi muistaa useiden laskujen ratkaisuja eli aritmeettisiä faktoja ulkoa ja pystyy nopeasti päättämään niiden avulla myös toisten laskujen ratkaisuja (Koponen ym., 2016).

Sujuvalla peruslaskutaidolla on keskeinen merkitys myöhempien matematiikan taitojen oppimisessa, sillä matematiikan taidot rakentuvat hierarkkisesti ja monimutkaisten laskutoimitusten ratkaiseminen edellyttää aritmeettisten perustaitojen hallintaa (Fuchs ym., 2006). Mikäli peruslaskutaito ei kehity sujuvaksi, on hankalaa oppia ymmärtämään matemaattisia käsitteitä ja ongelmanratkaisustrategioita, jotka perustuvat aritmeettisten faktojen hyödyntämiseen (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005). Matematiikan taitojen on havaittu ennustavan voimakkaasti myös yleistä koulumenestystä (Duncan ym., 2007) sekä laajemmin yhteiskunnassa selviytymistä ja työelämässä pärjäämistä (Geary, 2011b). Matemaattiset taidot ovat siis monella tapaa olennaisia, jopa välttämättömiä nykyihmisen arjessa.

Sujuvaan peruslaskutaitoon on tärkeää kiinnittää huomiota, sillä vaikeus oppia aritmeettisiä faktoja on tyypillinen piirre heikosti matematiikassa menestyvillä (Geary, 2011b; Jordan & Hanich, 2003; Gersten, Jordan, & Flojo, 2005). Lisäksi aritmeettisten faktojen oppimiseen liittyvien haasteiden on osoitettu olevan erittäin pysyviä (Chong & Siegel, 2008; Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003a; Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003b). Ylipäätään matematiikan oppimisen haasteet ovat myös huomattavan yleisiä. On arvioitu, että noin 7 %:lla koululaisista on erityinen matematiikan oppimisen vaikeus ja lisäksi 10 %:lla suoriutuminen matematiikassa on jatkuvasti heikkoa (Geary, 2011b). Tuoreesta PISA-tutkimuksesta

myös selviää, että Suomessa heikkojen matematiikan osaajien määrä on kaksinkertaistunut seitsemästä prosentista 14 prosenttiin vuodesta 2003 vuoteen 2015 mennessä (Vettenranta ym., 2016).

Koska sujuva peruslaskutaito on pohja, jonka varaan monet matematiikan osataidot rakentuvat, on tieto sen kehityksestä tärkeää. Ymmärrys siitä, millaiset tekijät ovat laskutaidon sujuvoitumisen perustana, on kuitenkin vielä rajallinen. Tässä tutkimuksessa tarkastellaan laskutaidon sujuvuuden kehitystä selittäviä kognitiivisia taustataitoja. Ymmärrys laskutaidon sujuvuuden kehitykseen vaikuttavista taustataidoista voi edesauttaa oppimisen haasteiden varhaista tunnistamista ja opetuksen kehittämistä.

1.1 Varhaiset matemaattiset taidot ja peruslaskutaidon kehitys

Tässä luvussa tarkastellaan peruslaskutaidon ja sitä edeltävien varhaisten matematiikan taitojen kehitystä. Monet matemaattiset taidot kehittyvät jo ennen koulun alkua ja ne luovat perustan myöhemmälle matematiikan osaamiselle. Useissa tutkimuksissa on osoitettu, että varhainen matemaattinen osaaminen ennustaa vahvasti myöhempien kouluvuosien matematiikassa suoriutumista (esim. Aubrey, Dahl, & Godfrey, 2006; Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004; Jordan, Kaplan, Ramineni, & Locuniak, 2009; Morgan, Farkas, & Wu, 2009). Varhaisten matematiikan taitojen kehityksen kuvaaminen ei kuitenkaan ole yksiselitteistä, sillä matematiikan taidot rakentuvat useista osa-taidoista ja yksilölliset erot kehityksessä ovat suuria. Kehitykseen vaikuttavat myös lukuisat eri tekijät, kuten lapsen kognitiivinen kykyrakenne, lapsen oma kiinnostus lukumääriä kohtaan, perhe ja lähiympäristö sekä kulttuuriin liittyvät tekijät (Aunio, Hannula, & Räsänen, 2004).

Matematiikan taitojen kehityksen lähtökohtana pidetään lukumääräisyyden tajua (Butterworth, 2005). Sen määritelmästä on olemassa eriäviä näkemyksiä (Berch, 2005), mutta yleensä sillä tarkoitetaan ihmisen synnynnäistä kykyä hahmottaa lukumääriä ilman kieleen perustuvaa laskemista (Aunio, 2008). Ky-

seinen käsitys perustuu tutkimuksiin, joissa on osoitettu, että jo kuuden kuukauden ikäiset vauvat kykenevät erottamaan laajojen lukumäärien välisiä eroja ja hahmottamaan pieniä lukumääriä tarkasti (Xu, Spelke, & Goddard, 2004; Xu & Spelke, 2000). Lukumääräisyyden tajun katsotaan siis rakentuvan kahdesta iän myötä kehittyvästä ydinsysteemistä (Halberda & Feigenson, 2008), joita ovat laajojen suuruusluokkien epätarkka hahmottaminen ja pienten lukumäärien tarkka havaitseminen (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004).

Lukumääriä kyetään erottelemaan syntymästä lähtien, mutta kielen kehityksen myötä opitaan tekemään sama myös sanallisesti (Krajewski & Schneider, 2009a). Lukumääräisyyden taju nähdään siis pohjana kielellisten matematiikan taitojen rakentumiselle (Butterworth, 2005; Aunio, 2008). Näistä ensimmäiseksi opitaan määriin viittaavia suhdekäsitteitä, esimerkiksi vähemmän/enemmän, (Krajewski & Schneider, 2009a), sekä lukusanoja (Aunio & Räsänen, 2016). Lukusanat opitaan sosiaalisessa vuorovaikutuksessa ja aluksi niiden toistaminen on lorumaista luettelua ilman varsinaista matemaattista sisältöä (Aunio, Hannula, & Räsänen, 2004; Krajewski & Schneider, 2009b). Suunnilleen kolmen vuoden iässä lapset osaavat sanoa lukusanoja, mutta he eivät välttämättä luettele niitä oikeassa järjestyksessä (Aunio & Niemivirta, 2010). Lapsilla on kuitenkin primaarinen ymmärrys lukumääristä jo noin 2 -3 vuoden iässä, jolloin he ymmärtävät, että eri lukusanat viittaavat eri lukumääriin (Aunio & Räsänen, 2016; Wynn, 1992). Noin kolmen vuoden iässä lapsilla on jo myös orastava käsitys lukujen edustamista lukumääristä eli he kykenevät yhdistämään lukuja epätarkasti korkeisiin suuruusluokkiin lukujen luetteluun kuuluvan ajan perusteella (Krajewski & Schneider, 2009a).

Lukusanojen luuttelemista opitaan vähitellen käyttämään lukumäärän tarkkaan määrittämiseen (Aunio & Räsänen, 2016). Noin neljän vuoden iässä, lapset osaavat luetella lukusanat oikeassa järjestyksessä ja osoittaa laskettavia esineitä, mutta osoittaminen ja sanojen luuttelemisen ei ole yhtäaikaista ja johdonmukaista (Aunio & Niemivirta, 2010). Samanaikainen esineiden osoittaminen ja lukujen luuttelemisen onnistuu noin neljän ja puolen vuoden iässä ja noin viisivuotiaana lapset saavuttavat vaiheen, jossa he kykenevät määrittelemään laskemalla

esineiden lukumäärän (Aunio & Niemivirta, 2010). Tarkka lukumäärän määrittäminen edellyttää ymmärrystä laskemisen periaatteista, joita ovat yksi yhteen - vastaavuus lukusanojen ja laskettavien yksiköiden välillä, lukusanojen pysyvä järjestys sekä sen ymmärtäminen, että viimeinen lueteltu luku osoittaa lukumäärän (Gelman & Gallistel, 1978, s.73; LeFevre ym., 2006; Aunio & Niemivirta, 2010). Lisäksi tulee ymmärtää, että missä tahansa muodossa esitetyt asiat tai esineet voidaan laskea yhteen, ja että ne voidaan laskea missä järjestyksessä tahansa (Gelman & Gallistel, 1978).

Kun opitaan määrittelemään lukumääriä laskemalla, ymmärrys lukusanojen, numerosymbolien ja lukumäärien välisestä yhteydestä tarkentuu ja käsitys lukumäärien järjestäytymisestä lukusuoralle täsmentyy (Krajewski & Schneider, 2009b). Tarkkaa lukumäärän määrittämisen taitoa tarvitaan myös aritmeettisten perustaitojen eli yhteen- ja vähennyslaskujen oppimisen alkuvaiheessa, sillä useimmat lapset käyttävät aluksi niiden ratkaisemiseen luettelemiseen perustuvia strategioita (Butterworth, 2005).

Sieglerin ja Shragerin (1984) mukaan lapset käyttävät yhteen- ja vähennyslaskuja ratkaistessaan luettelemiseen perustuvia strategioita, sekä muistamiseen perustuvia strategioita. Luettelemiseen perustuvilla laskustrategioilla tarkoitetaan, että lukujonoa luetellaan eteen- tai taaksepäin laskun ratkaisemiseksi. Luettelu voi tapahtua joko ääneen tai mielessä ja siihen voi liittyä sormien apuna käyttäminen (Siegler & Shrager, 1984). Luettelemiseen perustuvien yhteenlaskustrategioiden kehityksessä voidaan erottaa kolme vaihetta, joita ovat *kaiken laskeminen, ensimmäisestä luvusta aloittaminen* ja *suuremmasta luvusta aloittaminen* (Butterworth, 2005). Kaiken laskeminen tapahtuu yleensä niin, että lapsi luettelee molemmat yhteenlaskettavat luvusta yksi alkaen ja esittää ne visuaalisesti sormillaan, jonka jälkeen hän laskee sormet. Vähitellen lapsi oppii, että hän voi aloittaa luettelemisen yhteenlaskun ensimmäisestä tekijästä luvun yksi sijaan. Vielä kehittyneemmin laskiessaan lapsi osaa aloittaa luettelemisen laskun suuremmasta tekijästä, jolloin luetteleminen vie entistä vähemmän aikaa.

Lapset ratkaisevat myös vähennyslaskuja eri tavoin luetellen. Näitä vähennyslaskutapoja ovat *laske kaikki, aloita alusta, eteenpäin laskeminen ja taaksepäin laskeminen* (Ostad, 1999). Laske kaikki, aloita alusta tarkoittaa sitä, että lapsi luettelee esimerkiksi sormia apuna käyttäen ensin laskun suuremman tekijän ja sen jälkeen konkreettisesti vähentää siitä luetellen toisen tekijän. Lopuksi lapsi laskee jäljelle jäävän erotuksen. Eteenpäin laskiessaan lapsi luettelee lukujonoa vähennyslaskun pienemmän tekijästä eteenpäin suurempaan tekijään (esim. $7 - 4 \rightarrow 5, 6, 7$) ja saa vastaukseksi lueteltujen lukujen määrän, jonka hän laskiessaan osoittaa konkreettisesti esimerkiksi sormillaan. Taaksepäin laskeminen viittaa puolestaan siihen, että lapsi luettelee lukujonoa vähennyslaskun ensimmäisestä tekijästä taaksepäin toisen tekijän osoittaman määrän ja saa siten vastaukseksi viimeiseksi sanotun luvun (esim. $7 - 4 \rightarrow 6, 5, 4, 3$). Tässäkin laskutavassa lapsi tukeutuu sormiin tai muuhun konkreettiseen apuvälineeseen pysyäkseen selvillä siitä, miten pitkälle hänen on lukujonoa lueteltava.

Luettelemiseen perustuvien strategioiden käyttö näyttää edistävän aritmeettisiin faktoihin liittyvien muistiedustusten kehittymistä (Siegler & Shrager, 1984). Niiden myötä voidaan siirtyä ratkaisemaan yhteen- ja vähennyslaskuja muistamiseen perustuvien strategioiden avulla, joita ovat suora muistista hakeminen sekä hajotelmien hyödyntäminen (Siegler & Shrager, 1984). Suora muistista hakeminen tarkoittaa, että lapsi muistaa vastauksen laskuun ulkoa. Hajotelmien hyödyntäminen taas tarkoittaa sitä, että tehtävä ratkaistaan osasumman tai apulaskun avulla (esim. $8+7=8+2+5=15$).

Normaalille kehitykselle on ominaista, että laskuja opitaan ratkaisemaan eri strategioita joustavasti hyödyntäen (Ostad, 1999). Tyypillisesti kehittyvät oppilaat alkavat koulunkäynnin ja harjoittelun myötä käyttää enemmän muistamiseen perustuvia strategioita, kun taas matematiikan oppimisen haasteita kokevat oppilaat pitäytyvät tehottomissa, luettelemiseen perustuvissa strategioissa (Dowker, 2009; Geary, Widaman, Little, & Cormier, 1987; Hanich, Jordan, Kaplan, & Dick, 2001; Ostad, 1997). Peruslaskutaidon sujuvuuden kehitys edellyttää, että suoraa muistista hakemista aletaan käyttää pääasiallisena strategiana yhteen- ja vähennyslaskuja ratkaistaessa (Koponen ym., 2016; Menon, 2010). Tällöin

yksittäisten laskujen ratkaiseminen on nopeampaa ja työmuistin kuormitus vähenee, jolloin monimutkaisten ongelmien ratkaiseminen helpottuu (Gersten & Chard, 1999; Geary, 2004).

1.2 Peruslaskutaidon sujuvuuden kehitystä selittävät kognitiiviset taustataidot

Matematiikan taitojen kehityksen on osoitettu olevan yhteydessä useisiin yleisiin kognitiivisiin prosesseihin, kuten älykkyyteen (Alarcón, Knopik, & DeFries, 2000), metakognitiivisiin taitoihin (Desoete, Roeyers, & Buysse, 2001), visuospatiaalisiin taitoihin (LeFevre ym., 2010; Van Garderen, 2006; Zhang ym., 2013), kielellisiin taitoihin (LeFevre ym., 2010; Zhang ym., 2013) sekä tarkkaavuuteen (Fuchs ym., 2006). Vielä ei kuitenkaan tarkalleen tiedetä, millaiset yhteiset ja erilliset kognitiiviset taustataidot selittävät matematiikan eri osaamisalueiden kehitystä.

Viimeaikaisen tutkimustiedon valossa näyttää siltä, että matematiikan taitojen sujuvuus olisi vain osittain päällekkäinen muiden matemaattisten taitojen kanssa. Petrill ym. (2012) esittävät, että noin kaksi kolmasosaa matematiikan sujuvuuden vaihtelusta olisi riippumatonta suhteessa muuhun matemaattiseen osaamiseen (ks. myös Hart, Petrill, Thompson, & Plomin, 2009). Kyseistä näkemystä tukevat tutkimukset, joissa on havaittu, että eri taustataidot ennustavat laskutaidon sujuvuutta kuin esimerkiksi kykyä ratkaista sanallisia ongelmanratkaisutehtäviä (Fuchs ym., 2008; Fuchs ym., 2010; Cowan & Powell 2014; Sasanquie, Göbel, Moll, Smets, & Reynvoet, 2013). Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin lukujen vertailun, lukujonotaitojen, nopean nimeämisen sekä työmuistin yhteyttä laskutaidon sujuvuuden kehitykseen. Seuraavaksi tarkastellaan näitä sekä tutkimuksessa vakioituja kognitiivisia taustataitoja ja niiden yhteyttä peruslaskutaidon sujuvuuteen.

Lukujonotaidot. Lukujonotaidot tarkoittavat kykyä luetella lukuja eteenpäin ja taaksepäin sekä hyppäyksittäin (esimerkiksi kahden välein) (Koponen, Salmi,

Eklund, & Aro, 2013). Esikoulussa tai ensimmäisen luokan alussa mitattujen lukujonotaitojen on osoitettu olevan vahvasti yhteydessä matematiikan taitojen myöhempään kehitykseen (Passolunghi, Vercelloni & Schadee, 2007; Desoete & Grégoire, 2006; Aunola ym., 2004; Mazzocco & Thompson, 2005). Koponen ym. (2016) ovat havainneet lukujonotaitojen ennustavan myös erityisesti myöhempää laskutaidon sujuvuutta (ks. myös Koponen ym., 2013 ja Koponen, Aunola, Ahonen, & Nurmi, 2007).

Lukujonotaitojen yhteys laskutaidon sujuvoitumiseen on olennainen, sillä luettelemiseen perustuvat strategiat edeltävät muistista hakemiseen perustuvien strategioiden kehittymistä (Barrouillet & Fayol, 1998). Aritmeettisten taitojen opetteluvaiheessa yhteenlaskuja ratkaistaan luettelemalla lukuja etuperin ja vähennyslaskuja luettelemalla lukuja takaperin (Aunio & Räsänen, 2016), jolloin hyvät lukujonotaidot luonnollisesti helpottavat ja nopeuttavat tehtävien ratkaisua. Lukujonotaitojen sujuvuuden onkin osoitettu olevan yhteydessä siihen, miten tehokkaita strategioita lapset käyttävät yhteen- ja vähennyslaskujen ratkaisuun (Johansson, 2005).

Lukujen vertailu. Useissa tutkimuksissa on osoitettu, että kyky vertailla lukumääriä on yhteydessä matematiikan taitojen kehittymiseen (esim. Long ym., 2016; Vanbinst, Ansari, Ghesquière, & De Smedt, 2016; Bartelet, Vaessen, Blomert, & Ansari, 2014; Cowan & Powell, 2014; Libertus, Feigenson, & Halberda, 2011; Jordan, Kaplan, Locuniak, & Ramineni, 2007). Erityisesti symbolisten tehtävien, joissa tulee erottaa kahdesta luvusta suurempi (lukujen vertailu), on todettu ennustavan vahvasti matematiikassa suoriutumista ja matematiikan oppimisen haasteita (kts. katsaus De Smedt, Noël, Gilmore, & Ansari, 2013). Symbolisten lukumäärien erottelukykyyn on havaittu olevan yhteydessä myös aritmeettisten strategioiden käyttöön. Vanbinst, Ghesquière ja De Smedt (2012, 2015) havaitsivat, että lapset, joilla oli parempi ymmärrys lukuja vastaavista määristä, käyttivät enemmän ja nopeammin muistista hakemiseen perustuvia laskustrategioita.

Lukujen vertailun ja matemaattisten taitojen yhteyttä tarkastelleissa tutkimuksissa on tyypillisesti käytetty testejä, jotka kattavat laajan joukon matemaattisia taitoja (De Smedt ym., 2013). Näin ollen on epäselvää, missä määrin lukujen vertailu ennustaa matematiikan eri osataitojen kehitystä. Lukujen vertailutaidon yhteydestä laskutaidon sujuvuuteen on kuitenkin jo olemassa jonkin verran tutkimusnäyttöä (Toll, Van Viersen, Kroesbergen, & Van Luit, 2015; Lyons, Price, Vaessen, Blomert, & Ansari, 2014; Desoete, Ceuelmans, De Weerd, & Pieters, 2010; Holloway & Ansari, 2009; Durand, Hulme, Larking, & Snowling, 2005).

Nopea nimeäminen. Nopea nimeäminen (RAN, Rapid Automated Naming) merkitsee kykyä nimetä peräkkäin esitettyjä kirjaimia, numeroita, värejä tai kuvia esineistä (tai muita tuttuja yksiköitä) niin nopeasti kuin mahdollista (Willburger, Fussenegger, Moll, Wood, & Landerl, 2008). Kyky nimetä yksiköitä nopeasti näyttää ennustavan voimakkaasti myöhempää aritmeettisten taitojen sujuvuutta, mutta muuhun matemaattiseen osaamiseen RAN:n yhteys ei näytä olevan yhtä voimakas (ks. meta-analyysi Koponen, Georgiou, Leskinen, Salmi, & Aro, 2016).

On epäselvää, millaiset kognitiiviset prosessit piilevät aritmeettisten taitojen sujuvuuden ja nopean nimeämisen yhteyden taustalla. Tavallinen tulkinta on, että RAN mittaa sitä, miten sujuvasti yksilö pääsee käsiksi pitkäkestoiseen muistiin hakeakseen sieltä kielellisiä ilmauksia visuaalisille ärsykkeille (Georgiou, Tziraki, Manolitsis, & Fella, 2013; Koponen ym., 2013), mutta esimerkiksi Geary (2011a) ja Berg (2008) pitävät nopeaa nimeämistä prosessoinnin nopeuden mittarina. Georgiou ym. (2013) pitävät todennäköisenä, että juuri prosessoinnin nopeus selittäisi nopean nimeämisen ja aritmeettisten taitojen sujuvuuden välistä yhteyttä. Cuin ym. (2016) tutkimuksessa prosessoinnin nopeus tai muu yksittäinen taustataito ei kuitenkaan kyennyt selittämään nopean nimeämisen ja laskutaidon sujuvuuden välistä yhteyttä. Myös Koposen ym. (2016) tutkimuksessa nopea nimeäminen ennusti laskutaidon sujuvuutta, vaikka varhaiset kognitiiviset taidot, kuten fonologinen tietoisuus, sanavarasto ja muisti vakioitiin.

Muutamissa tutkimuksissa on esitetty, että nopean nimeämisen yhteys matemaattiseen osaamiseen vaihtelisi RAN-tehtävässä nimettävien yksiköiden mukaan (Donker, Kroesbergen, Slot, Van Viersen, & De Bree, 2016; Willburger ym. 2008; van der Sluis, de Jong, & van der Leij, 2004). Koponen, Georgiou ym. (2016) kuitenkin toteavat meta-analyysissään, että nopea nimeäminen näyttää ennustavan matemaattista osaamista ja etenkin laskutaidon sujuvuutta riippumatta siitä, millaista RAN-tehtävää käytetään.

Työmuisti. Baddeleyn ja Hitchin (1974) esittämän mallin mukaan työmuisti koostuu kielellisen ja visuospatiaalisen informaation säilyttämisestä vastaavista järjestelmistä sekä niitä ohjaavasta keskusyksiköstä. Työmuisti vastaa monimutkaista tiedonkäsittelyä vaativista prosesseista: käsiteltävän tehtävän kannalta olennaisen informaation kontrolloinnista, säätelystä ja mielessä pitämisestä (Miyake & Shah, 1999).

Työmuistin on todettu olevan olennainen osa matemaattista suoriutumista, mutta sen merkitys ei ole yksiselitteinen. Tutkimustulokset vaihtelevat muun muassa sen mukaan, mitä työmuistin komponentteja ja mitä matematiikan taitoaluetta on tutkittu (ks. katsaus Raghobar, Barnes, & Hecht, 2010). Yleisesti on kuitenkin osoitettu, että työmuistin kaikki osa-alueet ovat yhteydessä matemaattiseen suoriutumiseen (ks. meta-analyysi Friso-van den Bos, van den Ven, Kroesbergen, & van Luit, 2013; DeStefano & Lefevre, 2004). Matematiikan oppimisen haasteiden on myös todettu olevan yhteydessä työmuistin heikkouteen (ks. meta-analyysit Swanson & Jerman, 2006 ja Friso-van den Bos ym., 2013).

Työmuistin on osoitettu olevan vahvemmin yhteydessä yleiseen matemaattiseen ongelmanratkaisuun ja soveltamista vaativaan suoriutumiseen kuin yksittäisten osa-taitojen hallintaan (Friso-van den Bos ym., 2013). Kuitenkin jopa yksinumeroisten peruslaskutoimitusten ratkaisemisen on todettu vaativan työmuistin keskusyksikön toimintaa (DeStefano & Lefevre, 2004). Peruslaskutaidon kannalta työmuisti nähdään erityisen merkityksellisenä taitojen opettelu-alkuvaiheessa, mutta sen merkityksen nähdään vähenevän taidon sujuvoitumisen

myötä, kun laskujen vastauksia opitaan muistamaan ulkoa (Geary, Hoard, Byrd-Craven, & DeSoto, 2004).

Työmuistin merkityksen aritmeettisten taitojen oppimisessa nähdään liittyvän kykyyn säilyttää hetkellisesti lukuja mielessä laskuja ratkaistaessa (Swanson & Kim, 2007; Swanson & Jerman, 2006). Työmuistia tarvitaan siis erityisesti silloin, kun ratkaistaan laskutehtäviä hajotelmien avulla. Tällöin on pidettävä tuttu aritmeettinen fakta mielessä samalla kun suorittaa vastauksen johtamiseksi tarvittavan laskustrategian, jolloin heikko työmuisti saattaa vaikeuttaa tehtävän suoritusta (Dowker, 2009). Geary ym. (2004) havaitsivat työmuistin heikkouden myös ylipäättään hidastavan kehittyneempien strategioiden käyttöönottoa. Heidän tutkimuksessaan ensimmäisen luokan oppilaat, joilla oli heikko työmuisti, käyttivät enemmän ja virheellisemmin sormia apuna laskemisessa verrattuna oppilaisiin, joilla työmuistin heikkoutta ei ollut.

Prosessoinnin nopeus. Prosessoinnin nopeus on osa yksilön kognitiivista kapasiteettia ja se viittaa siihen, miten nopeasti yksilö kykenee prosessoimaan informaatiota ja suorittamaan erilaisia kognitiivisia tehtäviä (Kail & Salthouse, 1994). Bullin ja Johnstonin (1997) mukaan prosessoinnin nopeus on yksi keskeisimmistä lasten aritmeettiseen osaamiseen vaikuttavista tekijöistä. Tutkittaessa laskutaidon sujuvuutta nopeus, jolla laskuja ratkaistaan, on keskeinen mitattava tekijä. Näin ollen voidaan olettaa, että myös yleinen prosessoinnin nopeus on yhteydessä laskutaidon sujuvuuteen (Calderón-Tena, 2016). Prosessoinnin nopeuden onkin todettu selittävän laskutaidon sujuvuutta (Calderón-Tena, 2016; Cowan & Powell, 2014; Fuchs ym., 2006).

Fonologinen tietoisuus. Fonologisella tietoisuudella tarkoitetaan tietoisuutta puhutun kielen äännejärjestelmästä (Wagner & Torgesen, 1987). Se viittaa kykyyn havaita, erotella ja käsitellä puhutun kielen yksiköitä, kuten äännejä, rimejä ja tavuja (Puolakanaho & Ketonen, 2011). Fonologisen tietoisuuden on osoitettu olevan yhteydessä yleiseen aritmeettiseen osaamiseen (Leather & Henry, 1994; Hecht, Torgesen, Wagner, & Rashotte, 2001; Simmons, Singleton, & Horne,

2008; Vukovic & Lesaux, 2013) sekä peruslaskutaidon sujuvuuteen (De Smedt, Taylor, Archibald, & Ansari, 2010).

Simmons ja Singleton (2008) esittävät, että fonologisen prosessoinnin ongelmat voivat vaikeuttaa sellaisten aritmetiikan taitojen kehitystä, jotka edellyttävät kielellisten ilmaisujen käsittelyä. Esimerkiksi lukujen luetteleminen peräkkäin edellyttää lukusanojen kielellisten vastineiden hakemista pitkäkestoisesta muistista (Logie & Baddeley, 1987), jolloin fonologisen prosessoinnin vaikeudet voivat näkyä lukujonotaitojen hitautena (Simmons & Singleton, 2008). Muutamissa tutkimuksissa onkin osoitettu, että fonologinen tietoisuus on voimakkaammin yhteydessä lukujonotaitoihin kuin aritmeettisiin taitoihin (Koponen ym., 2016; Koponen ym., 2013; Koponen ym., 2007; Krajewski & Schneider, 2009b). Tämän vuoksi fonologinen tietoisuus on tässä tutkimuksessa vakioitu.

1.3 Tutkimusongelmat

Tässä tutkimuksessa selvitettiin lukujonotaitojen, lukujen vertailun, työmuistin ja nopean nimeämisen yhteyttä laskutaidon sujuvuuden kehitykseen. Tutkimuksessa vakioitiin prosessoinnin nopeuden, fonologisen tietoisuuden ja sukupuolen vaikutus. Tutkimuskysymykset olivat seuraavat:

1. Missä määrin lukujonotaidot, lukujen vertailu, työmuisti ja nopea nimeäminen selittävät laskutaidon sujuvuutta ensimmäisen luokan keväällä?
2. Selittävätkö ensimmäisen luokan keväällä mitatut lukujonotaidot, lukujen vertailu, työmuisti ja nopea nimeäminen laskutaidon sujuvuuden kehitystä ensimmäiseltä luokalta toiselle?

2 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

2.1 Tutkimuksen konteksti

Tämä tutkimus perustuu Jyväskylän yliopiston keväällä 2016 alkaneen Lasten luku- ja laskutaidon sujuvuus -hankkeen aineistoon. Hanke on Suomen Akatemian rahoittama, ja siinä seurataan 200 oppilaan luku- ja laskutaidon sujuvuuden kehitystä ensimmäisen luokan keväästä kolmannen luokan kevääseen asti. Tavoitteena Lasten luku- ja laskutaidon sujuvuus -hankkeessa on lisätä tietoa lukemisen ja laskemisen sujuvuuden kehitykseen liittyvistä kognitiivista ja motivationaalisista tekijöistä. Lisäksi hankkeessa tarkastellaan erityisesti lukemisen ja laskemisen haasteiden päällekkäistymistä. Hankkeen aineisto kerätään Keski-Suomen alueen peruskouluista. Aineistonkeruussa on viisi mittapistettä, jotka järjestetään lukukausittain.

Tutkimushankkeeseen osallistuminen on kouluille, luokille ja oppilaille vapaaehtoista ja oppilaiden huoltajilta on pyydetty tutkimusluvat. Oppilaita ja heidän huoltajiaan on myös tiedotettu hankkeen toteuttamistavoista ja tavoitteista sekä oikeudesta keskeyttää osallistuminen missä tahansa tutkimuksen vaiheessa. Opettajille annetaan hankkeen aikana palautetta oppilaiden laskemisen ja lukemisen taitojen kehityksestä opetuksen suunnittelun tueksi, mikäli oppilaan huoltajat ovat antaneet tähän suostumuksensa. Hankkeen tutkimusaineistoa käsitellään siten, ettei yksittäisiä oppilaita ole mahdollista tunnistaa aineistosta ja aineistoa käsittelevät henkilöt ovat myös tehneet vaitiololupauksen. Lisäksi tutkimuksen toteuttamisesta on pyydetty Jyväskylän yliopiston eettisen toimikunnan lausunto.

2.2 Tutkimuksen osallistujat

Tutkimukseen osallistui 200 oppilasta keskisuomalaisista peruskouluista. Tutkitavista poikia oli 97 ja tyttöjä 103. Oppilaat olivat kuudesta eri koulusta, kymme-

neltä eri yleisopetuksen luokalta. Ensimmäisellä mittauskerralla tutkittavat olivat ensimmäisellä luokalla ja heidän ikänsä vaihtelivat 7 vuodesta ja 3 kuukaudesta 8 vuoteen ja 10 kuukauteen. Keskimäärin tutkittavat olivat tällöin 7 vuoden ja 9 kuukauden ikäisiä. Toisella tutkimuskerralla tutkittavat olivat toisella luokalla lukuun ottamatta kahta oppilasta, jotka päätyivät kertaamaan ensimmäisen luokan. Viisi oppilasta jäi pois tutkimuksesta ensimmäisen tutkimuskerran jälkeen koulun vaihtamisen takia.

2.3 Tutkimusmenetelmät ja mittarit

Tämän tutkimuksen aineisto on kerätty Lasten luku- ja laskutaidon sujuvuus -hankkeen kahdessa ensimmäisessä mittapisteessä. Ensimmäinen mittapiste oli ensimmäisen luokan keväällä ja toinen toisen luokan syksyllä. Molemmilla kerroilla mitattiin luku- ja laskutaidon sujuvuutta ja niiden kehitykseen liittyviä kognitiivisia taustataitoja ja motivationaalisia tekijöitä. Tämän tutkimuksen aineistona käytettiin ensimmäisellä ja toisella tutkimuskerralla kerättyjä laskutaidon sujuvuutta mittaavia tehtäviä sekä ensimmäisellä tutkimuskerralla kerättyjä kognitiivisia taustataitoja mittaavia tehtäviä.

Aineisto kerättiin oppituntien aikana tehtävään koulutettujen tutkimusavustajien toimesta. Oppilaat suorittivat tehtäviä yksilötilanteessa tutkimusavustajan ohjauksessa sekä tekivät lomake- ja tietokonetehtäviä ryhmätilanteessa. Seuraavaksi esitellään tässä tutkimuksessa käytetyt mittarit.

Laskutaidon sujuvuus. Laskutaidon sujuvuutta mitattiin yhteen- ja vähennyslaskutehtävillä (Koponen & Mononen, 2010a, 2010b), joita oppilaat ratkaisivat itsenäisesti ryhmätilanteessa. Tehtävät esitettiin paperilomakkeilla. Oppilailla oli kaksi minuuttia aikaa ratkaista yhteenlaskuja ja kaksi minuuttia aikaa ratkaista vähennyslaskuja. Sekä yhteen- että vähennyslaskutehtävissä esiintyneet luvut ja myös kaikkien laskujen ratkaisut olivat lukualueelta 1-20. Muuttujana oli oikein ratkaistujen laskujen määrä / 2 minuuttia.

Lukujen vertailu. Lukujen vertailutaitoa mitattiin Lasten luku- ja laskutaidon sujuvuus -hanketta varten kehitetyllä tietokone tehtävällä, joka tehtiin ryhmätilanteessa. Tehtävässä oppilaan tuli valita näytöllä esitetyistä kahdesta luvusta suurempi painamalla näppäimistöä suuremman luvun puolelta. Ennen varsinaisen tehtävän aloitusta tietokoneohjelma antoi ohjeet tehtävän suorittamisesta. Oppilasta ohjeistettiin vastaamaan mahdollisimman nopeasti ja tarkasti. Tehtävän suorittamiseen oli aikaa 30 sekuntia. Muuttujana oli oikeiden vastausten lukumäärä / 30 sekuntia.

RAN. Nopeaa nimeämistä mitattiin nopean sarjallisen nimeämisen testillä (Ahonen, Tuovinen, & Leppäsaari, 2003), jossa oppilaan tulee nimetä tuttuja yksiköitä mahdollisimman nopeasti ja tarkasti. Tässä tutkimuksessa käytettiin kirjainten ja numeroiden nimeämisen osatehtäviä. Oppilaalle esitettiin yksilötilanteessa tehtävät A4-kokoisilla arkeilla, joissa yksiköt oli järjestetty allekkain viiteen riviin, kymmenen yksikköä riville. Kummassakin tehtävässä yksiköitä oli viisi erilaista, ja ne esiintyivät riveillä pseudosatunnaisessa järjestyksessä. Ennen kummankin testin aloitusta tutkimusavustaja varmisti, että oppilas tiesi kaikkien yksiköiden nimet. Oppilaan suoritus aika mitattiin ja myös tehdyt virheet kirjattiin ylös. Koska oppilaat eivät juuri tehneet virheitä tehtävissä, muuttujina käytettiin viidenkymmenen yksikön nimeämiseen kulunutta aikaa.

Lukujonotaidot. Lukujonotaitoja mitattiin Lasten luku- ja laskutaidon sujuvuus -hanketta varten kehitetyillä neljällä tehtävällä, joiden yhteispisteistä muodostettiin summamuuttuja (Cronbachin alfa .802). Tehtävät tehtiin yksilötilanteessa tutkimusavustajan ohjauksessa. Ensimmäisessä tehtävässä oppilasta pyydettiin luettelemaan lukuja eteenpäin luvusta 17 alkaen. Toisessa tehtävässä oppilasta pyydettiin luettelemaan lukuja eteenpäin kahden välein luvusta yksi alkaen. Kolmannessa tehtävässä oppilaan tuli luetella lukuja takaperin luvusta 20 nolnaan asti mahdollisimman nopeasti. Neljännessä tehtävässä oppilaan tuli luetella lukuja luvusta 52 takaperin. Tehtävissä 1, 2 ja 4 pistemäärä oli oikein lueteltujen

lukujen määrä 30 sekunnissa. Tehtävässä 3 oppilaan suoritusajan perusteella arvioitiin laskennallisesti, kuinka monta lukua oppilas luettelisi oikein 30 sekunnissa.

Työmuisti. Työmuistia mitattiin WISC-testin (Wechsler, 2010) numerosarjatehtävällä ja sitä mukailevalla tutkimushanketta varten kehitetyllä sanasarjojen toistotehtävällä. Tehtävät tehtiin yksilötilanteessa tutkimusavustajan ohjauksessa. Tehtävissä lapselle toistettiin asteittain piteneviä sarjoja ja hänen tehtävänä oli toistaa luetellut numerot tai sanat (2 - 7) päinvastaisessa järjestyksessä. Tehtävät vaikeutuivat asteittain niin, että ensimmäisessä ja toisessa osiossa numeroita tai sanoja oli kaksi ja sen jälkeen sarjat kasvoivat yhdellä numerolla/sanalla jokaisessa osiossa. Jokaista eripituista sarjaa kohden esitettiin kaksi osiota. Tehtävät keskeytettiin, jos oppilas vastasi väärin saman osion molempiin kohtiin. Muuttujana oli oikein toistettujen sarjojen määrä.

Fonologinen tietoisuus. Fonologista tietoisuutta mitattiin tutkimushanketta varten kehitetyllä äänneiden poistamisen tehtävällä. Tehtävä tehtiin yksilötilanteessa tutkimusavustajan ohjauksessa. Oppilaalle sanottiin sana ja häntä pyydettiin toistamaan se, mitä sanasta jää jäljelle, jos siitä poistetaan erikseen mainittu osa. Oppilaalle annettiin ohjeeksi esimerkiksi: "Sano 'maito', mutta jätä siitä pois /m/'. Myös jäljellejäävä sana oli kaikissa osioissa merkityksellinen suomen kielen sana. Tehtävässä oli yhteensä 15 osiota ja muuttujana oli oikein tuotettujen sanojen määrä.

Prosessoinnin nopeus. Prosessin nopeutta mitattiin WISC-testin merkin-tunnistustehtävällä (Wechsler, 2010). Tehtävä esitettiin paperilomakkeilla ja se tehtiin ryhmätilanteessa. Oppilaan tuli valita mahdollisimman nopeasti ja tarkasti "kyllä" tai "ei" sen mukaan, esiintyikö kahdesta kohdemerkistä jompikumpi rivillä olevien merkkien joukossa. Tehtävän suorittamiseen oli 2 minuuttia aikaa. Muuttujana oli oikeiden vastausten määrä / 2 minuuttia.

2.4 Aineiston analyysi

Aineiston analysointi toteutettiin SPSS 24 -ohjelmistolla. Ennen analyysien tekoa muuttujien jakaumat tarkastettiin. Fonologiamuuttuja oli vinoutunut siten, että suurin osa tutkittavista oli saanut tehtävästä täydet tai lähes täydet pisteet. Muuttuja luokiteltiin uudelleen kaksiluokkaiseksi niin, että alkuperäisen tehtävän arvot 0-10 saivat arvon 0 ja arvot 11-15 arvon 1. RAN-tehtävissä oli muutamia jakaumasta poikkeavia havaintoja, jotka siirrettiin lähemmäs muuta jakaumaa. RAN kirjaimissa poikkeavia havaintoja oli yksi ja RAN numeroissa kaksi. Sana-sarjat taaksepäin -muuttuja ei noudattanut normaalijakaumaa: suuri osa tutkittavista (95) sai 2 pistettä. Tästä huolimatta muuttuja päätettiin sisällyttää analyysiin.

Analyysimenetelmänä käytettiin hierarkkista lineaarista regressioanalyysia ja analyysit toteutettiin erikseen yhteenlaskutaidolle ja vähennyslaskutaidolle. Selitettävänä muuttujina analyyseissa olivat siis yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuus. Selittäjiä olivat ensimmäisellä luokalla mitatut lukujonotaidot, lukujen vertailu, työmuisti ja nopea nimeäminen (RAN). Ensimmäisellä luokalla mitattujen prosessoinnin nopeuden ja fonologisen tietoisuuden sekä sukupuolen vaikutus vakioitiin.

Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä tarkasteltiin lukujonotaitojen, lukujen vertailun, työmuistin ja nopean nimeämisen yhteyttä ensimmäisen luokan peruslaskutaidon sujuvuuteen. Tätä varten muodostettiin yhteen- ja vähennyslaskulle omat regressiomallit. Ensimmäisellä askelmalla malleissa vakioitiin prosessoinnin nopeuden, fonologisen tietoisuuden ja sukupuolen vaikutus. Toisella askeleella malleihin lisättiin tarkastelun kohteena olevat taustataidot.

Toisena tutkimuskysymyksenä tarkasteltiin lukujonotaitojen, lukujen vertailun, työmuistin ja nopean nimeämisen yhteyttä peruslaskutaidon sujuvuuden kehitykseen. Kysymystä tarkasteltiin regressiomalleilla, joissa ensimmäisellä askelmalla vakioitiin ensimmäisen luokan yhteen-/ vähennyslaskutaito ja toisella askelmalla prosessoinnin nopeus, fonologinen tietoisuus ja sukupuoli. Kolmannella askelmalla malleihin lisättiin tutkimuksen kohteena olevat taustataidot.

Mallit, jossa kaikki taustataidot olivat selittäjinä, tuottivat RAN -muuttujien suhteen ristiriitaisia tuloksia. Mahdollisten multikollineaarisuuden vaikutusten poissulkemiseksi RAN-muuttujat päädyttiin laittamaan eri regressiomalleihin.

3 TULOKSET

Alkuperäiset muuttujakohtaisten havaintojen lukumäärät, keskiarvot ja keskihajonnat sekä muuttujien väliset Pearsonin korrelaatiokertoimet on esitetty taulukossa 1. Yhteenlaskutaidon sujuvuus ensimmäisellä luokalla oli voimakkaasti yhteydessä yhteenlaskutaidon sujuvuuteen toisella luokalla. Mitä sujuvampi yhteenlaskutaito oli ensimmäisellä luokalla, sitä sujuvampi taito oli toisella luokalla. Niin ikään vähennyslaskutaidon sujuvuus ensimmäisellä luokalla korreloi vahvasti toisen luokan vähennyslaskutaidon sujuvuuden kanssa. Mitä sujuvampi vähennyslaskutaito siis oli ensimmäisellä luokalla, sitä sujuvampi taito oli toisella luokalla. Yhteen- ja vähennyslaskutaito olivat myös voimakkaasti yhteydessä toisiinsa ensimmäisellä ja toisella luokalla sekä luokkien välillä. Mitä sujuvampi oppilaiden yhteenlaskutaito siis oli, sitä sujuvampi oli heidän vähennyslaskutaitonsa.

Kaikki selittävät muuttujat olivat yhteydessä selitettäviin tekijöihin eli yhteen- ja vähennyslaskutaitojen sujuvuuteen lukuun ottamatta sukupuolta (taulukko 1). Mitä paremmin oppilaat pärjäsivät kognitiivisia taustaitoja mittaavissa tehtävissä, sitä sujuvammat heidän yhteen- ja vähennyslaskutaitonsa olivat. Selittävien muuttujien väliset korrelaatiot olivat pääosin heikkoja tai kohtalaisia. Vahvimmat korrelaatiot olivat RAN-tehtävien eli numeroiden nopean nimeämisen ja kirjainten nopean nimeämisen ($r = .670$, $p < .000$) sekä lukujonotaitojen ja numeroiden nopean nimeämisen ($r = -.665$, $p < .000$) välillä. Regressioanalyysin yhteydessä tehtyjen kollineaarisuustarkastelujen perusteella muuttujat eivät kuitenkaan korreloineet liian voimakkaasti (Nummenmaa, 2009).

Taulukko 1. Muuttujakohtaisten havaintojen lukumäärät (*N*), keskiarvot (*Ka*) ja keskihajonnat (*Kh*) ja muuttujien keskinäiset korrelaatiot.Huom. ****p* < .001, ***p* < .01 ja **p* < 0.05

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
1. Yhteenlasku 1. lk												
2. Vähennyslasku 1. lk	.815***											
3. Prosessointinopeus	.416***	.383***										
4. Lukujonotaidot	.627***	.515***	.302***									
5. Lukujen vertailu	.483***	.460***	.247***	.359***								
6. Numerosarjat taaksepäin	.433***	.404***	.221**	.314***	.328***							
7. Sanasarjat taaksepäin	.381***	.311***	.210**	.360***	.237**	.465***						
8. Fonologinen tietoisuus	.303***	.200**	.112	.294***	.153*	.223**	.220**					
9. RAN kirjaimet aika	-.442***	-.342***	-.264***	-.543***	-.302***	-.291***	-.324***	-.336***				
10. RAN numerot aika	-.484***	-.403***	-.390***	-.665***	-.363***	-.284***	-.265***	-.245***	.670***			
11. Yhteenlasku 2. lk	.824***	.741***	.369***	.559***	.480***	.420***	.299***	.290***	-.351***	-.480***		
12. Vähennyslasku 2. lk	.715***	.761***	.344***	.497***	.462***	.405***	.255***	.273***	-.314***	-.399***	.810***	
13. Sukupuoli	.006	.054	-.143*	.054	-.043	-.038	-.113	-.067	.097	.140*	.077	.120
<i>N</i>	200	200	199	192	200	200	200	199	200	200	195	195
<i>Ka</i>	18.94	13.61	18.28	104.09	18.52	5.30	2.68	11.92	38.11	42.33	21.64	16.63
<i>Kh</i>	7.49	6.95	4.04	32.39	4.14	1.21	0.93	3.57	10.76	12.48	9.06	8.58

3.1 **Lukujonotaitojen, lukujen vertailun, työmuistin ja nopean nimeämisen yhteys yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuuteen**

Ensimmäisenä tutkimuskysymyksenä tarkasteltiin lukujonotaitojen, lukumäärien vertailun, työmuistin ja nopean nimeämisen yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuuteen ensimmäisellä luokalla, kun prosessoinnin nopeuden, fonologisen tietoisuuden ja sukupuolen vaikutus on kontrolloitu. Regressioanalyysien tulokset on esitetty taulukossa 2.

Regressiomallin ensimmäisellä askelmalla prosessoinnin nopeus, fonologinen tietoisuus ja sukupuoli selittivät ensimmäisen luokan yhteenlaskutaidon sujuvuudesta 24.6 % ja ensimmäisen luokan vähennyslaskutaidon sujuvuudesta 18.6 % (taulukko 2). Sukupuolella ei kuitenkaan ollut tilastollisesti merkitsevää omavaikutusta. Kun malleihin lisättiin toisella askeleella selittäjiksi lukujonotaidot, lukumäärien vertailu, numerosarjat taaksepäin, sanasarjat taaksepäin, RAN numerot ja RAN kirjaimet, selitysaste kasvoi yhteenlaskun osalta 30.3 prosenttiyksikköä ja vähennyslaskun osalta 24.1 prosenttiyksikköä. Toisella askelmalla molemmissa malleissa selittävästä muuttujista tilastollisesti merkitsevä omavaikutus oli prosessoinnin nopeudella, lukujonotaidoilla, lukujen vertailulla, sekä taaksepäin luetelluilla numerosarjoilla. Mitä paremmin lapset pärjäsivät näitä taustataitoja mittaavissa tehtävissä, sitä sujuvampia heidän ensimmäisen luokan yhteen- ja vähennyslaskutaitonsa olivat. Fonologinen tietoisuus, sukupuoli, taaksepäin luetellut sanasarjat eikä kumpikaan RAN-tehtävistä selittänyt yhteen- tai vähennyslaskutaitoa ensimmäisellä luokalla.

Taulukko 2. Kognitiivisten taustataitojen ja sukupuolen yhteydet yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuuteen 1. luokalla.

Selittävät muuttujat 1lk	Yhteenlasku 1. lk			Vähennyslasku 1. lk		
	β	R ²	ΔR^2	β	R ²	ΔR^2
Askel 1:		.246***	.246***		.186***	.186***
Prosessoinninnopeus	.398***			.381***		
Fonologinen tietoisuus	.264***			.166*		
Sukupuoli	.081			.119		
Askel 2:		.549***	.303***		.426***	.241***
Prosessoinninnopeus	.197***			.203**		
Fonologinen tietoisuus	.081			.015		
Sukupuoli	.039			.087		
Lukujonotaidot	.396***			.298***		
Lukujen vertailu	.219***			.244***		
Numerosarjat taaksepäin	.146*			.173*		
Sanasarjat taaksepäin	.058			.031		
RAN kirjaimet	-.051			-.007		
RAN numerot	.041			.015		
Lopullinen malli F(df)	(9, 181) = 24.46***			(9, 181) = 14.94***		

*Huom.**** $p < .001$, ** $p < .01$, * $p < .05$. β = standardoitu regressiokerroin; R² = estimoidun mallin selitysaste, ΔR^2 = Selitysasteen (R²) muutos, kun kaikki askeleen muuttujat ovat mukana.

3.2 Lukujonotaitojen, lukujen vertailun, työmuistin ja nopean nimeämisen yhteys yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuuden kehitykseen

Toisena tutkimuskysymyksenä tarkasteltiin lukujonotaitojen, lukumäärien vertailun, työmuistin ja nopean nimeämisen yhteyttä yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuuden kehitykseen. Analyysit toteutettiin erikseen sekä yhteen- että vähennyslaskutaidolle niin, että RAN tehtävät laitettiin keskenään eri malleihin. Neljän tehdyn regressioanalyysin tulokset on esitetty taulukossa 3.

Ensimmäisen luokan yhteenlaskutaidon sujuvuus selitti hyvin voimakkaasti toisen luokan yhteenlaskutaidon sujuvuutta (taulukko 3). Mitä sujuvampi

yhteenlaskutaito oli ensimmäisellä luokalla, sitä sujuvampi se oli toisella luokalla. Yhteenlaskua selittävässä regressiomalleissa ensimmäisen askelman selitysaste oli 67.9 %. Toisella askelmalla selitysasteen muutos ei ollut tilastollisesti merkitsevä. Kolmannen askelman selitysasteen muutos oli tilastollisesti merkitsevä ainoastaan, kun selittäjänä oli mukana RAN-numerot, ja silloinkin selitysasteen muutos oli vähäinen (2 prosenttiyksikköä). Kolmannella askelmalla lisätyistä muuttujista yhdelläkään ei ollut tilastollisesti merkitsevää omavaikutusta. Aiemman taitotason lisäksi ainoastaan sukupuoli näytti lisäävän lievästi mallin selitysastetta ja olevan yhteydessä toisen luokan yhteenlaskutaitoon poikien ollessa tyttöjä parempia.

Kuten yhteenlaskussa, myös vähennyslaskussa ensimmäisen luokan taitotaso selitti voimakkaasti toisen luokan taidon sujuvuutta (taulukko 3). Mitä sujuvampi vähennyslaskutaito siis oli ensimmäisellä luokalla, sitä sujuvampi se oli toisella luokalla. Regressiomalleissa ensimmäisen askeleen selitysaste oli 57.9 %. Toisella askelmalla selitysaste kasvoi 2.8 prosenttiyksikköä (kokonaisselitysaste 60.7 %). Muutokseen vaikuttivat fonologinen tietoisuus ja sukupuoli. Mitä paremmin lapset pärjäsivät fonologista tietoisuutta mittaavassa tehtävässä, sitä sujuvampi heidän vähennyslaskutaitonsa oli toisella luokalla. Sukupuoli näytti olevan yhteydessä toisen luokan vähennyslaskutaitoon niin, että pojat pärjäsivät tyttöjä paremmin. Kolmannella askelmalla molempien mallien selitysaste kasvoi 2.6 prosenttiyksikköä, jolloin kokonaisselitysasteet olivat 63.3 %. Analyysien tulokset olivat samansuuntaisia huolimatta siitä, kumpi RAN oli mukana kolmannella askeleella mallissa selittäjänä. Kolmannella askeleella fonologisen tietoisuuden ja sukupuolen regressiokertoimet säilyivät tilastollisesti merkitsevinä ja varsinaisista tutkimuksenkohteena olevista taustataidoista tilastollisesti merkitsevä omavaikutus oli ainoastaan lukujen vertailulla. Mitä paremmin lapset pärjäsivät lukujen vertailu -tehtävässä, sitä sujuvampi heidän vähennyslaskutaitonsa oli toisella luokalla.

Taulukko 3. Kognitiivisten taustataitojen ja sukupuolen yhteydet yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuuden kehitykseen.

	Yhteenlasku 2. lk ^a			Yhteenlasku 2. lk ^b			Vähennyslasku 2. lk ^a			Vähennyslasku 2. lk ^b		
	β	R ²	ΔR^2	β	R ²	ΔR^2	β	R ²	ΔR^2	β	R ²	ΔR^2
Selittävät muuttujat 1lk												
Askel 1:		.679***	.679***		.679***	.679***		.579***	.579***		.579***	.579***
Yhteenlasku 1. lk	.824***			.824***			-			-		
Vähennyslasku 1. lk	-			-			.761***			.761***		
Askel 2:		.688	.009		.688	.009		.607**	.028**		.607**	.028**
Yhteenlasku 1. lk	.788***			.788***			-			-		
Vähennyslasku 1. lk	-			-			.700***			.700***		
Prosessoinninnopeus	.047			.047			.076			.076		
Fonologinen tietoisuus	.052			.052			.131**			.131**		
Sukupuoli	.082			.082			.102*			.102*		
Askel 3:		.705	.017		.708*	.020*		.633*	.026*		.633*	.026*
Yhteenlasku 1. lk	.705***			.704***			-			-		
Vähennyslasku 1. lk	-			-			.596***			.596***		
Prosessoinninnopeus	.041			.021			.057			.050		
Fonologinen tietoisuus	.053			.040			.108*			.101*		
Sukupuoli	.074			.094*			.097*			.105*		
Lukujonotaidot	.074			-.010			.100			.069		
Lukujen vertailu	.102*			.087			.116*			.110*		
Numerosarjat taaksepäin	.081			.074			.096			.093		
Sanasarjat taaksepäin	-.050			-.050			-.053			-.054		
RAN kirjaimet	.061			-			.032			-		
RAN numerot	-			-.102			-			-.031		
Lopullinen malli F(df)	(9, 177) = 47.10***			(9, 177) = 47.73***			(9, 177) = 33.92***			(9, 177) = 33.89***		

Huom.*** $p < .001$, ** $p < .01$, * $p < .05$. β = standardoitu regressiokerroin; R^2 = estimoidun mallin selitysaste, ΔR^2 = Selitysasteen (R^2) muutos, kun kaikki askeleen muuttujat ovat mukana.

^aRAN kirjaimet mallissa selittäjänä

^bRAN numerot mallissa selittäjänä

4 POHDINTA

4.1 Tulosten tarkastelua

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää, missä määrin lukujonotaidot, lukujen vertailu, työmuisti ja nopea nimeäminen selittävät laskutaidon sujuvuutta ensimmäisellä luokalla, ja missä määrin nämä taustataidot selittävät laskutaidon sujuvuuden kehitystä ensimmäiseltä luokalta toiselle. Tutkimuksessa tarkasteltiin taustataitojen yhteyttä erikseen yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuuteen. Tulokset osoittivat, että ensimmäisellä luokalla lukujonotaidot, lukujen vertailu ja työmuisti selittivät laskutaidon sujuvuutta. Sen sijaan laskutaidon sujuvuuden kehityksen osalta huomattiin, että ensimmäisen luokan taitotaso selitti lähes kokonaan toisen luokan yhteen- ja vähennyslaskutaitojen sujuvuuden. Näin ollen tutkimuksen kohteena olleet taustataidot eivät juuri selittäneet laskutaidon sujuvuuden kehitystä.

Lukujonotaidot, lukujen vertailu, työmuisti ja nopea nimeäminen selittivät yhteensä 30.3 % yhteenlaskutaidon sujuvuudesta ja 24.1 % vähennyslaskutaidon sujuvuudesta ensimmäisellä luokalla, kun prosessoinnin nopeuden, fonologisen tietoisuuden ja sukupuolen vaikutus vakioitiin. Lukujonotaidot olivat vahvin selittäjä sekä yhteen- että vähennyslaskun osalta. Tämä tulos on samansuuntainen Koposen ym. (2007, 2013, 2016) tutkimusten kanssa, joissa on havaittu lukujonotaitojen ennustavan voimakkaasti laskutaidon sujuvuutta. Myös yleisesti on osoitettu lukujonotaitojen olevan vahvasti yhteydessä matematiikan taitojen kehitykseen (Passolunghi, Vercelloni, & Schadee, 2007; Desoete & Grégoire, 2006; Aunola, Leskinen, Lerkkanen, & Nurmi, 2004; Mazzocco & Thompson, 2005).

Lukujonotaidot olivat selvästi vahvemmin yhteydessä yhteenlaskutaidon sujuvuuteen kuin vähennyslaskutaidon sujuvuuteen ensimmäisellä luokalla. Tämä saattaa johtua siitä, että lukujonon luetteleminen eteenpäin on useimmille lapsille helpompaa kuin sen taaksepäin luetteleminen. Näin ollen voidaan olet-

taa, että yhteenlaskujen ratkaiseminen sujuvoituu aikaisemmin kuin vähennyslaskujen ratkaiseminen ja lukujonotaitojen yhteys yhteenlaskutaidon sujuvuuteen näyttäytyi sen vuoksi tässä tutkimuksessa voimakkaampana kuin sen yhteys vähennyslaskutaidon sujuvuuteen.

Kuten aiemmissa tutkimuksissa (Toll ym., 2015; Lyons ym., 2014; Desoete ym., 2010; Holloway & Ansari, 2009; Durand ym., 2005), myös tässä tutkimuksessa lukujen vertailu selitti laskutaidon sujuvuutta. Myös työmuisti näyttäytyi laskutaidon sujuvuutta selittävänä tekijänä. Tulos on linjassa Gearyn ym. (2004) tutkimuksen kanssa, jossa havaittiin, että oppilaat, joilla oli hyvä työmuisti, käyttivät kehittyneempiä laskustrategioita kuin oppilaat, joilla työmuisti oli heikko. Tässä tutkimuksessa käytetyistä kahdesta työmuistimuuttujasta tosin vain taaksepäin luetellut numerosarjat selittivät laskutaidon sujuvuutta. Taaksepäin luetellut sanasarjat eivät selittäneet yhteen- tai vähennyslaskutaitoa, mikä saattoi johtua siitä, ettei tehtävä erotellut tutkittavia riittävästi. On myös mahdollista, että vain numerosarjojen taaksepäin luettelu on yhteydessä laskutaidon sujuvuuteen tehtävän numeerisen luonteen vuoksi. Raghubar, Barnes ja Hecht (2010) toteavat katsauksessaan, että juuri numeeriset työmuistitehtävät ovat aiemmissa tutkimuksissa olleet johdonmukaisemmin yhteydessä matematiikan haasteisiin kuin ei-numeeriset. Friso-van den Bos ym. (2013) sen sijaan esittävät meta-analyysissään, että työmuistin ja matematiikan taitojen yhteys olisi yleinen, eikä tehtävätyypillä olisi merkitystä. Tässä tutkimuksessa on otettava huomioon sanasarja-mittarin huono erottelukyky eikä tulosten perusteella näin ollen voida tehdä luotettavia päätelmiä tehtävätyypin mahdollisesta vaikutuksesta.

Tässä tutkimuksessa nopea nimeäminen ei selittänyt laskutaidon sujuvuutta ensimmäisellä luokalla. Tulos on yhdenmukainen Georgioun ym. (2013) tutkimuksen kanssa, jossa ei havaittu erityistä yhteyttä nopean nimeämisen ja ensimmäisen luokan laskutaidon sujuvuuden välillä. Nopea nimeäminen ei tässä tutkimuksessa myöskään selittänyt laskutaidon sujuvuuden kehitystä, toisin kuin useissa aiemmissa tutkimuksissa (ks. meta-analyysi Koponen, Georgiou ym., 2016). Se, että nopea nimeäminen ei selittänyt tässä tutkimuksessa laskutai-

don sujuvuutta saattaa johtua siitä, että laskutaidon sujuvuutta mitattiin ensimmäisen luokan keväällä ja toisen luokan syksyllä. Koposen ym. (2007, 2013 & 2016) tutkimuksissa, joissa nopea nimeäminen ennusti laskutaidon sujuvuutta, sujuvuutta mitattiin toisen ja kolmannen luokan lopulla ja neljännellä luokalla. On todennäköistä, että peruslaskutaito on tällöin sujuvampaa kuin koulutien alussa. Ensimmäisellä luokalla ja toisen luokan alussa oppilaat eivät välttämättä vielä juurikaan ratkaise yhteen- ja vähennyslaskuja hakemalla vastauksia muistista, minkä vuoksi nopea nimeäminen ei mahdollisesti vielä silloin selitä laskutaidon sujuvuutta. Toinen mahdollinen selitys on, että nopea nimeäminen olisi yhteydessä laskutaidon sujuvuuteen jonkin toisen mitatun taustataidon kautta. Esimerkiksi Koposen ym. (2013) tutkimuksessa nopea nimeäminen oli yhteydessä laskutaidon sujuvuuteen välillisesti lukujonotaitojen kautta.

Tutkimuksen tuloksista käy ilmi, että laskutaidon sujuvuus on erittäin pysyvä ensimmäisen luokan keväästä toisen luokan syksyyn. Ensimmäisen luokan taitotaso selitti 67.9 % yhteenlaskutaidon sujuvuudesta ja 57.9 % vähennyslaskutaidon sujuvuudesta toisella luokalla. Yhteenlaskutaidon pysyvyys oli selvästi vahvempi kuin vähennyslaskutaidon pysyvyys. Tämä saattaa johtua siitä, että yhteenlaskutaito kehittyy yleensä aikaisemmin kuin vähennyslaskutaito, jolloin yhteenlaskutaito on todennäköisesti ensimmäisellä luokalla vakiintuneempi kuin vähennyslaskutaito.

Lukujonotaidot, lukujen vertailu, työmuisti ja numeroiden nopea nimeäminen selittivät ainoastaan 2 % toisen luokan yhteenlaskutaidon sujuvuuden vaihtelusta, kun ensimmäisen luokan yhteenlaskutaito, sukupuoli, prosessoinnin nopeus ja fonologinen tietoisuus vakioitiin. Toisen luokan vähennyslaskutaidon sujuvuuden vaihtelusta lukujonotaidot, lukujen vertailu, työmuisti ja numeroiden tai kirjaimien nopea nimeäminen selittivät 2.6 %, kun ensimmäisen luokan vähennyslaskutaito, sukupuoli, prosessoinnin nopeus ja fonologinen tietoisuus vakioitiin. Tutkimuksen kohteena olleiden kognitiivisten taustataitojen selitysoisuus toisen luokan laskutaidon sujuvuuden osalta jäi siis hyvin pieneksi. Kuitenkin ensimmäisen luokan taitotasoon tutkituilla taustaidoilla oli nopeaa ni-

meämistä lukuun ottamatta selkeä yhteys. Näin ollen voidaan todeta, että lukujonotaidot, lukujen vertailu ja työmuisti selittävät toisen luokan peruslaskutaidon sujuvuutta ensimmäisen luokan taitotason kautta.

4.2 Tutkimuksen rajoitukset ja vahvuudet

Niin kuin kaikissa tutkimuksissa, myös tässä tutkimuksessa on rajoituksia, jotka on syytä ottaa huomioon. Tutkimuksessa tarkasteltiin useita laskutaidon sujuvuuden taustalla olevia kognitiivisia taitoja, mutta siinä ei huomioitu esimerkiksi tutkittavien yleistä älykkyyttä, tarkkaavaisuutta ja metakognitiivista osaamista. Myöskään emotionaalisia tekijöitä tai osallistujien sosioekonomista asemaa ei otettu huomioon tässä tutkimuksessa. Useampien tekijöiden huomioiminen olisi tuonut laajemman kuvan laskutaidon sujuvuuden kehityksestä ja siihen vaikuttavista tekijöistä.

Useimmat tutkimuksessa käytetyt mittarit ovat paljon käytettyjä ja luotettavia, mutta osaan niistä liittyi rajoituksia. Fonologisen tietoisuuden tehtävä osoittautui helpoksi useimmille tutkittaville, eikä näin ollen juuri erotellut tutkittavia. Työmuistia mittaava sanasarjatehtävä ei myöskään erotellut tutkittavia riittävästi. Jos mittarit olisivat erotelleet tutkittavia tarkemmin, olisi voitu saada erilaisia ja täsmällisemmin yhteyksiä kuvaavia tuloksia. Lisäksi on hyvä huomioida, että tutkimuksessa tarkasteltuja kognitiivisia taitoja mitattiin (lukujonotaidot lukuun ottamatta) kutakin vain yhdenlaisella tehtävällä. Näin ollen tehtävät tavoittavat vain osan tutkittavien taidosta. Tutkimuksen perusteella ei siis voida tehdä kattavia johtopäätöksiä kognitiivisten taustataitojen ja laskutaidon sujuvuuden yhteyden luonteesta, vaan lisätutkimusta tarvitaan.

Tutkimustilanteisiin liittyy omat rajoituksensa. Testit tehtiin koulupäivien aikana, jolloin tutkittavien vireystila ja osallistumismotivaatio saattoivat vaihdella sen mukaan, missä vaiheessa päivää ja minkä oppituntien aikana testit tehtiin. Lisäksi kaikki tutkimustilanteet eivät olleet häiriöttömiä, vaan tutkimustilanne saattoi keskeytyä esimerkiksi ulkopuolisen henkilön tai taustahälyn takia.

Ryhmätilanteissa tehtyjen testien heikkoutena oli se, että tehtävätilanteeseen palaaminen ei ollut mahdollista, vaikka tutkittavalla olisi ollut keskittymisvaikeuksia tai muita haasteita tehtävän suorittamisessa. Sen sijaan yksilötilanteissa tutkittavan suoriutumista pystyttiin tarkemmin seuraamaan ja arvioimaan. Yksilötilanteessa tehdyt tutkimukset myös äänitettiin, jolloin esimerkiksi epäselvät vastaukset kyettiin tarkistamaan jälkikäteen ja tarvittaessa yksittäisiä suorituksia oli myös mahdollista uusia.

Tutkimuksen rajoituksena on lisäksi sen yleistettävyys. Tutkimusjoukkoa ei voida pitää koko Suomea edustavana, sillä tutkittavat olivat vain Keski-Suomen alueelta. Tutkimuksen vahvuutena voidaan sen sijaan pitää sen suurta otoskoko (N = 200), joka lisää tutkimustulosten luotettavuutta. Lisäksi luotettavuutta lisää tutkimuksessa käytetty pitkittäisasetelma, joka mahdollistaa peruslaskutaidon sujuvuuden kehityksen sekä sitä ennustavien tekijöiden tarkastelun.

4.3 Jatkotutkimushaasteet

Tämän tutkimuksen tulokset vahvistavat aiempaa tutkimustietoa peruslaskutaidon sujuvuutta selittävistä kognitiivisista taustataidoista. Tutkimuksessa lukujonotaidot, lukujen vertailu ja työmuisti näyttäytyivät ensimmäisen luokan laskutaidon sujuvuutta selittävinä tekijöinä. Näihin tekijöihin on tärkeää kiinnittää huomiota, sillä niiden kautta laskutaidon sujuvuuden haasteita voidaan tunnistaa varhaisessa vaiheessa. Laskutaidon sujuvuuden haasteiden on osoitettu olevan varsin pysyviä (Chong & Siegel, 2008; Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003a; Jordan, Hanich, & Kaplan, 2003b), joten niihin puuttuminen mahdollisimman varhain on erittäin tärkeää.

Tämän ja aiempien tutkimusten tarjoaman tiedon perusteella on mahdollista tunnistaa niitä taitoja, jotka ennustavat laskutaidon sujuvuuden kehitystä. Jatkossa olisi hyvä tutkia lisää sitä, missä määrin näitä taitoja harjaannuttamalla voidaan vaikuttaa laskutaidon sujuvuuden kehitykseen. Erityisesti lukujonotaitojen ja lukujen vertailutaidon harjoittaminen on helposti toteutettavissa koulun arjessa, joten tutkimustieto niiden vaikutuksista on tarpeen.

Tämä tutkimus osoitti, että peruslaskutaidon sujuvuus on hyvin pysyvä ilmiö ensimmäiseltä luokalta toiselle. Olisi mielenkiintoista tarkastella alkuopetuksen peruslaskutaidon opettamiseen liittyviä käytänteitä ja sitä, millaiset opetuskäytännöt ja -menetelmät parhaiten edistävät peruslaskutaidon sujuvuuden kehitystä. Ylipäätään olisi kiinnostavaa tarkastella myös sitä, miten paljon peruslaskutaidon sujuvuuden kehitystä painotetaan alkuopetuksessa. Saattaa olla, että alkuopetuksessa painottuu pikemminkin pelkästään oikein vastaaminen eikä vastaamisen nopeuteen kiinnitetä niin paljon huomiota.

Sujuva peruslaskutaito on ensiarvoisen tärkeä askel matemaattisten taitojen kehityksessä. Tämä tutkimus täydentää osaltaan aikaisempaa tutkimustietoa laskutaidon sujuvuuden kehitykseen vaikuttavista taustataidoista. Vielä on kuitenkin epäselvää, mitkä kaikki tekijät laskutaidon sujuvuuden taustalla vaikuttavat ja miten sen kehitys etenee. Lisätutkimusta yhteen- ja vähennyslaskutaidon sujuvuuden taustalla vaikuttavista taidoista siis tarvitaan.

LÄHTEET

- Ahonen, T., Tuovinen, S. & Leppäsaari, T. (2003). *Nopean sarjallisen nimeämisen testi*. Jyväskylä: NMI ja Haukkarannan koulu.
- Alarcón, M., Knopik, V. S., & DeFries, J. C. (2000). Covariation of mathematics achievement and general cognitive ability in twins. *Journal of School Psychology, 38*(1), 63-77. doi: 10.1016/S0022-4405(99)00037-0
- Aubrey, C., Godfrey, R., & Dahl, S. (2006). Early mathematics development and later achievement: Further evidence. *Mathematics Education Research Journal, 18*(1), 27-46. doi: 10.1007/BF03217428
- Aunio, P. (2008). Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI-bulletin, 18*(4), 63-74.
- Aunio, P., Hannula, M. M., & Räsänen, P. (2004). Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. *Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.) Matematiikka-näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: Kirjapaino-Oma, 198-221.
- Aunio, P., & Niemivirta, M. (2010). Predicting children's mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and individual differences, 20*(5), 427-435. doi: 10.1016/j.lindif.2010.06.003
- Aunio, P., & Räsänen, P. (2016). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years—A working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal, 24*(5), 684-704. doi: 10.1080/1350293X.2014.996424
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M., & Nurmi, J. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96*(4), 699-713. doi: 10.1037/0022-0663.96.4.699
- Baddeley, A. D., & Hitch, G. (1974). Working memory. *Psychology of learning and motivation, 8*, 47-89.
- Barrouillet, P., & Fayol, M. (1998). From algorithmic computing to direct retrieval: Evidence from number and alphabetic arithmetic in children and adults. *Memory & Cognition, 26*(2), 355-368. doi: 10.3758/BF03201146
- Bartelet, D., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). What basic number processing measures in kindergarten explain unique variability in first-grade arithmetic proficiency?. *Journal of experimental child psychology, 117*, 12-28. doi: 10.1016/j.jecp.2013.08.010

- Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of learning disabilities, 38*(4), 333-339. doi: 10.1177/00222194050380040901
- Berg, D. H. (2008). Working memory and arithmetic calculation in children: The contributory roles of processing speed, short-term memory, and reading. *Journal of experimental child psychology, 99*(4), 288-308. doi: 10.1016/j.jecp.2007.12.002
- Bull, R., & Johnston, R. S. (1997). Children's arithmetical difficulties: Contributions from processing speed, item identification, and short-term memory. *Journal of experimental child psychology, 65*(1), 1-24. doi: 10.1006/jecp.1996.2358
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 46*(1), 3-18. doi: 10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x
- Calderón-Tena, C. O. (2016). Mathematical development: the role of broad cognitive processes. *Educational Psychology in Practice, 32*(2), 107-121. doi: 10.1080/02667363.2015.1114468
- Chong, S. L., & Siegel, L. S. (2008). Stability of computational deficits in math learning disability from second through fifth grades. *Developmental Neuropsychology, 33*(3), 300-317. doi: 10.1080/87565640801982387
- Cowan, R., & Powell, D. (2014). The contributions of domain-general and numerical factors to third-grade arithmetic skills and mathematical learning disability. *Journal of Educational Psychology, 106*(1), 214. doi: 10.1037/a0034097
- Cowan, R., Donlan, C., Shepherd, D. L., Cole-Fletcher, R., Saxton, M., & Hurry, J. (2011). Basic calculation proficiency and mathematics achievement in elementary school children. *Journal of Educational Psychology, 103*(4), 786. doi: 10.1037/a0024556
- Cui, J., Georgiou, G. K., Zhang, Y., Li, Y., Shu, H., & Zhou, X. (2017). Examining the relationship between rapid automatized naming and arithmetic fluency in Chinese kindergarten children. *Journal of Experimental Child Psychology, 154*, 146-163. doi: 10.1016/j.jecp.2016.10.008
- De Smedt, B., Noël, M. P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education, 2*(2), 48-55. doi: 10.1016/j.tine.2013.06.001

- De Smedt, B., Taylor, J., Archibald, L., & Ansari, D. (2010). How is phonological processing related to individual differences in children's arithmetic skills?. *Developmental Science*, *13*(3), 508-520. doi: 10.1111/j.1467-7687.2009.00897.x
- Desoete, A., Ceulemans, A., De Weerdt, F., & Pieters, S. (2010). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study. *British Journal of Educational Psychology*, *82*(1), 64-81. doi: 10.1348/2044-8279.002002
- Desoete, A., & Grégoire, J. (2006). Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities. *Learning and Individual Differences*, *16*(4), 351-367. doi: 10.1016/j.lindif.2006.12.006
- Desoete, A., Roeyers, H., & Buysse, A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disabilities*, *34*(5), 435-447. doi: 10.1177/002221940103400505
- DeStefano, D., & LeFevre, J. A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, *16*(3), 353-386. doi: 10.1080/09541440244000328
- Donker, M., Kroesbergen, E., Slot, E., Van Viersen, S., & De Bree, E. (2016). Alphanumeric and non-alphanumeric Rapid Automated Naming in children with reading and/or spelling difficulties and mathematical difficulties. *Learning and Individual Differences*, *47*, 80-87. doi: 10.1016/j.lindif.2015.12.011
- Dowker, A. (2009). Use of Derived Fact Strategies by Children with Mathematical Difficulties. *Cognitive Development*, *24*(4), pp. 401-410. doi: 10.1016/j.cogdev.2009.09.005
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., ... & Sexton, H. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental psychology*, *43*(6), 1428-1446. doi: 10.1037/0012-1649.43.6.1428
- Durand, M., Hulme, C., Larkin, R., & Snowling, M. (2005). The cognitive foundations of reading and arithmetic skills in 7-to 10-year-olds. *Journal of Experimental Child Psychology*, *91*(2), 113-136. doi: 10.1016/j.jecp.2005.0
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in cognitive sciences*, *8*(7), 307-314. doi: 10.1016/j.tics.2004.05.002
- Friso-van den Bos, I., van der Ven, S. H., Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational research review*, *10*, 29-44. doi: 10.1016/j.edurev.2013.05.003

- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Compton, D. L., Powell, S. R., Seethaler, P. M., Capizzi, A. M., ... & Fletcher, J. M. (2006). The cognitive correlates of third-grade skill in arithmetic, algorithmic computation, and arithmetic word problems. *Journal of Educational Psychology, 98*(1), 29. doi: 10.1037/0022-0663.98.1.29
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Stuebing, K., Fletcher, J. M., Hamlett, C. L., & Lambert, W. (2008). Problem solving and computational skill: Are they shared or distinct aspects of mathematical cognition?. *Journal of educational psychology, 100*(1), 30. doi: 10.1037/0022-0663.100.1.30
- Fuchs, L. S., Geary, D. C., Compton, D. L., Fuchs, D., Hamlett, C. L., Seethaler, P. M., ... & Schatschneider, C. (2010). Do different types of school mathematics development depend on different constellations of numerical versus general cognitive abilities?. *Developmental psychology, 46*(6), 1731. doi: 10.1037/a0020662
- Geary, D. C. (2011a). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: a 5-year longitudinal study. *Developmental psychology, 47*(6), 1539. doi: 10.1037/a0025510
- Geary, D. C. (2011b). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of developmental and behavioral pediatrics: JDBP, 32*(3), 250. doi: 10.1097/DBP.0b013e318209edef
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of learning disabilities, 37*(1), 4-15. doi: 10.1177/00222194040370010201
- Geary, D. C., Widaman, K. F., Little, T. D., & Cormier, P. (1987). Cognitive addition: Comparison of learning disabled and academically normal elementary school children. *Cognitive Development, 2*(3), 249-269. doi: 10.1016/S0885-2014(87)90075-X
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., & DeSoto, M. C. (2004). Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of experimental child psychology, 88*(2), 121-151. doi: 10.1016/j.jecp.2004.03.002
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.

- Georgiou, G. K., Tziraki, N., Manolitsis, G., & Fella, A. (2013). Is rapid automatized naming related to reading and mathematics for the same reason (s)? A follow-up study from kindergarten to Grade 1. *Journal of experimental child psychology*, *115*(3), 481-496. doi: 10.1016/j.jecp.2013.01.004
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, *38*(4), 293-304. doi: 10.1177/00222194050380040301
- Gersten, R., & Chard, D. (1999). Number sense rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of special education*, *33*(1), 18-28. doi: 10.1177/002246699903300102
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "Number Sense": The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental psychology*, *44*(5), 1457. doi: 10.1037/a0012682
- Hanich, L. B., Jordan, N. C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, *93*(3), 615.
- Hart, S. A., Petrill, S. A., Thompson, L. A., & Plomin, R. (2009). The ABCs of math: A genetic analysis of mathematics and its links with reading ability and general cognitive ability. *Journal of educational psychology*, *101*(2), 388. doi: 10.1037/a0015115
- Hecht, S. A., Torgesen, J. K., Wagner, R. K., & Rashotte, C. A. (2001). The relations between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical computation skills: A longitudinal study from second to fifth grades. *Journal of Experimental Child Psychology*, *79*(2), 192-227. doi: 10.1006/jecp.2000.2586
- Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). Mapping numerical magnitudes onto symbols: The numerical distance effect and individual differences in children's mathematics achievement. *Journal of experimental child psychology*, *103*(1), 17-29. doi: 10.1016/j.jecp.2008.04.001
- Johansson, B. S. (2005). Number-word sequence skill and arithmetic performance. *Scandinavian Journal of Psychology*, *46*(2), 157-167. doi: 10.1111/j.1467-9450.2005.00445.x
- Jordan, N. C., & Hanich, L. B. (2003). Characteristics of children with moderate mathematics deficiencies: A longitudinal perspective. *Learning Disabilities Research & Practice*, *18*(4), 213-221. doi: 10.1111/1540-5826.00076

- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003a). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child development, 74*(3), 834-850.
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003b). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal of experimental child psychology, 85*(2), 103-119.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental psychology, 45*(3), 850. doi: 10.1037/a0014939
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., & Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice, 22*(1), 36-46. doi: 10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x
- Kail, R., & Salthouse, T. A. (1994). Processing speed as a mental capacity. *Acta psychologica, 86*(2), 199-225. 10.1016/0001-6918(94)90003-5
- Koponen, T., & Mononen, R. (2010a). (Julkaisematon). The 2-minute addition fluency test.
- Koponen, T., & Mononen, R. (2010b). (Julkaisematon). The 2-minute subtraction fluency test.
- Koponen, T., Salmi, P., Torppa, M., Eklund, K., Aro, T., Aro, M., Poikkeus, A-M., Lerkkanen, M-K., & Nurmi, J. E. (2016). Counting and rapid naming predict the fluency of arithmetic and reading skills. *Contemporary Educational Psychology, 44*, 83-94. doi: 10.1016/j.cedpsych.2016.02.004
- Koponen, T., Salmi, P., Eklund, K., & Aro, T. (2013). Counting and RAN: Predictors of arithmetic calculation and reading fluency. *Journal of Educational Psychology, 105*(1), 162. doi: 10.1037/a0029285
- Koponen, T., Aunola, K., Ahonen, T., & Nurmi, J. E. (2007). Cognitive predictors of single-digit and procedural calculation skills and their covariation with reading skill. *Journal of experimental child psychology, 97*(3), 220-241. doi: 10.1016/j.jecp.2007.03.001
- Koponen, T., Georgiou, G., Salmi, P., Leskinen, M., & Aro, M. (painossa). A Meta-Analysis of the Relation Between RAN and Mathematics. *Journal of Educational Psychology*. doi: 10.1037/edu0000182

- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009a). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction, 19*(6), 513-526. doi: 10.1016/j.learninstruc.2008.10.002
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009b). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of experimental child psychology, 103*(4), 516-531. doi: 10.1016/j.jecp.2009.03.009
- Leather, C. V., & Henry, L. A. (1994). Working memory span and phonological awareness tasks as predictors of early reading ability. *Journal of Experimental Child Psychology, 58*(1), 88-111. doi: 10.1006/jecp.1994.1027
- LeFevre, J. A., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D., & Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child development, 81*(6), 1753-1767.
- LeFevre, J. A., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Sargla, E., Arnup, J. S., ... & Kamawar, D. (2006). What counts as knowing? The development of conceptual and procedural knowledge of counting from kindergarten through Grade 2. *Journal of Experimental Child Psychology, 93*(4), 285-303. doi: 10.1016/j.jecp.2005.11.002
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental science, 14*(6), 1292-1300. doi: 10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x
- Locuniak, M. N., & Jordan, N. C. (2008). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities, 41*(5), 451-459. doi: 10.1177/0022219408321126
- Logie, R. H., & Baddeley, A. D. (1987). Cognitive processes in counting. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 13*(2), 310.
- Long, I., Malone, S. A., Tolan, A., Burgoyne, K., Heron-Delaney, M., Witteveen, K., & Hulme, C. (2016). The cognitive foundations of early arithmetic skills: It is counting and number judgment, but not finger gnosis, that count. *Journal of Experimental Child Psychology, 152*, 327-334. doi: 10.1016/j.jecp.2016.08.005
- Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Developmental science, 17*(5), 714-726. doi: 10.1111/desc.12152

- Mazzocco, M. M., & Thompson, R. E. (2005). Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research & Practice, 20*(3), 142-155. doi: 10.1111/j.1540-5826.2005.00129.x
- Menon, V. (2010). Developmental cognitive neuroscience of arithmetic: implications for learning and education. *ZDM, 42*(6), 515-525. doi: 10.1007/s11858-010-0242-0
- Miyake, A., & Shah, P. (1999). Toward unified theories of working memory: Emerging general consensus, unresolved theoretical issues, and future research directions. *Models of working memory: Mechanisms of active maintenance and executive control, 442-481*. doi: 10.1017/CBO9781139174909.016
- Morgan, P. L., Farkas, G., & Wu, Q. (2009). Five-year growth trajectories of kindergarten children with learning difficulties in mathematics. *Journal of Learning Disabilities, 42*(4), 306-321. doi: 10.1177/0022219408331037
- Nummenmaa, L. (2009). tilastolliset menetelmät. 1. painos. *Keuruu: Tammi*.
- Ostad, S. A. (1999). Developmental progression of subtraction strategies: A comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education, 14*(1), 21-36. doi: 10.1080/0885625990140103
- Ostad, S. A. (1997). Developmental differences in addition strategies: A comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *British Journal of Educational Psychology, 67*(3), 345-357. doi: 10.1111/j.2044-8279.1997.tb01249.x
- Passolunghi, M. C., Vercelloni, B., & Schadee, H. (2007). The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cognitive Development, 22*(2), 165-184. doi: 10.1016/j.cogdev.2006.09.001
- Petrill, S., Logan, J., Hart, S., Vincent, P., Thompson, L., Kovas, Y., & Plomin, R. (2012). Math fluency is etiologically distinct from untimed math performance, decoding fluency, and untimed reading performance: Evidence from a twin study. *Journal of learning disabilities, 45*(4) doi: 10.1177/0022219411407926
- Puolakanaho, A., & Ketonen, R. (2011). Fonologinen tietoisuus ja lukutaito. *Psykologia 46* (2011): 2-3.
- Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and individual differences, 20*(2), 110-122. doi: 10.1016/j.lindif.2009.10.005

- Sasanguie, D., Göbel, S. M., Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B. (2013). Approximate number sense, symbolic number processing, or number-space mappings: What underlies mathematics achievement?. *Journal of experimental child psychology*, 114(3), 418-431. doi: 10.1016/j.jecp.2012.10.012
- Siegler, R. S., & Shrager, J. (1984). Strategy choices in addition and subtraction: How do children know what to do. *Origins of cognitive skills*, 229-293.
- Simmons, F. R., & Singleton, C. (2008). Do weak phonological representations impact on arithmetic development? A review of research into arithmetic and dyslexia. *Dyslexia*, 14(2), 77-94. doi: 10.1002/dys.341
- Simmons, F., Singleton, C., & Horne, J. (2008). Brief report – Phonological awareness and visual-spatial sketchpad functioning predict early arithmetic attainment: evidence from a longitudinal study. *European Journal of Cognitive Psychology*, 20(4), 711-722. doi: 10.1080/09541440701614922
- Swanson, L., & Kim, K. (2007). Working memory, short-term memory, and naming speed as predictors of children's mathematical performance. *Intelligence*, 35(2), 151-168. doi: 10.1016/j.intell.2006.07.001
- Swanson, H. L., & Jerman, O. (2006). Math disabilities: A selective meta-analysis of the literature. *Review of Educational Research*, 76(2), 249-274. doi: 10.3102/00346543076002249
- Toll, S. W., Van Viersen, S., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. (2015). The development of (non-) symbolic comparison skills throughout kindergarten and their relations with basic mathematical skills. *Learning and Individual Differences*, 38, 10-17. doi: 10.1016/j.lindif.2014.12.006
- Vanbinst, K., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2012). Numerical magnitude representations and individual differences in children's arithmetic strategy use. *Mind, Brain, and Education*, 6(3), 129-136. doi: 10.1111/j.1751-228X.2012.01148.x
- Vanbinst, K., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2015). Does numerical processing uniquely predict first graders' future development of single-digit arithmetic?. *Learning and Individual Differences*, 37, 153-160. doi: 10.1016/j.lindif.2014.12.004
- Vanbinst, K., Ansari, D., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2016). Symbolic numerical magnitude processing is as important to arithmetic as phonological awareness is to reading. *PloS one*, 11(3), e0151045. doi: 10.1371/journal.pone.0151045

- van der Sluis, S., de Jong, P. F., & van der Leij, A. (2004). Inhibition and shifting in children with learning deficits in arithmetic and reading. *Journal of experimental child psychology*, 87(3), 239-266. doi: 10.1016/j.jecp.2003.12.002
- van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of learning disabilities*, 39(6), 496-506. doi: 10.1177/00222194060390060201
- Vettenranta, J., Välijärvi J., Ahonen A., Hautamäki J., Hiltunen, J., Leino, K., - Suvi Lähtinen S., Nissinen K., Nissinen V., Puhakka E., Rautopuro., J., Mari-Pauliina Vainikainen, M-P. (2016). PISA 2015 ensituloksia: Huipulla pudotuksesta huolimatta. *Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja*, 41.
- Vukovic, R. K., & Lesaux, N. K. (2013). The relationship between linguistic skills and arithmetic knowledge. *Learning and Individual Differences*, 23, 87-91. doi: 10.1016/j.lindif.2012.10.007
- Wagner, R. K., & Torgesen, J. K. (1987). The nature of phonological processing and its causal role in the acquisition of reading skills. *Psychological bulletin*, 101(2), 192. doi: 10.1037/0033-2909.101.2.192
- Wechsler, D. (2010). Weschler Intelligence Scale for Children – IV. Psykologien kustannus Oy, Helsinki.
- Willburger, E., Fussenegger, B., Moll, K., Wood, G., & Landerl, K. (2008). Naming speed in dyslexia and dyscalculia. *Learning and individual differences*, 18(2), 224-236. doi:10.1016/j.lindif.2008.01.003
- Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive psychology*, 24(2), 220-251. doi: 10.1016/0010-0285(92)90008-P
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1-B11. doi: 10.1016/S0010-0277(99)00066-9
- Xu, F., Spelke, E. S., & Goddard, S. (2004). Number sense in human infants. *Developmental science*, 8(1), 88-101. doi: 10.1111/j.1467-7687.2005.00395.x
- Zhang, X., Koponen, T., Räsänen, P., Aunola, K., Lerkkanen, M. K., & Nurmi, J. E. (2013). Linguistic and spatial skills predict early arithmetic development via counting sequence knowledge. *Child Development*, 85(3), 1091-1107. doi: 10.1111/cdev.12173