

**Minäpystyvyyden ja intervention yhteys oppilaan käyttämiin
yhteenlaskustrategioihin 2.– 5. -luokkalaisilla**

Ulla Lehtinen

Satu Paukkunen

Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma

Kevätlukukausi 2015

Erityispedagogiikan laitos

Opettajankoulutuslaitos

Jyväskylän yliopisto

Lehtinen, Ulla ja Paukkunen, Satu. 2015. Minäpystyvyyden ja intervention yhteys oppilaan käyttämiin yhteenlaskustrategioihin 2. – 5. -luokkalaisilla. Kasvatustieteen pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Erityispedagogiikan laitos ja opettajankoulutuslaitos. 58 sivua.

Tässä määrällisessä tutkimuksessa selvitettiin 2.– 5. -luokkalaisten minäpystyvyyden ja intervention yhteyttä oppilaan käyttämiin yhteenlaskustrategioihin. Tutkimuksessa tarkasteltiin oppilaan minäpystyvyyden lähtötason yhteyttä yhteenlaskustrategioiden käyttöön sekä oppilaan nopeiden yhteenlaskustrategioiden käyttöä aikarajoitetussa ja -rajattomassa tilanteessa. Tutkimuksessa tarkasteltiin myös onko oppilaan nopeiden yhteenlaskustrategioiden käyttö lisääntynyt interventioiden myötä sekä onko interventioryhmällä ja minäpystyvyyden lähtötasolla ollut vaikutusta yhteenlaskustrategioiden kehittymiseen. Tutkimusaineisto on osa Jyväskylän yliopiston ja Niilo Mäki -Instituutin Minäpystyvyys ja oppimisvaikeusinterventiot -hankkeessa vuosina 2013 – 2014 Keski- ja Itä-Suomen kouluissa 2.– 5. – luokilta kerättyä aineistoa ($n = 1400$).

Tutkimukseen osallistui 75 oppilasta, joilla oli pulmia peruslaskutaidon sujuvuudessa. Oppilaat olivat osallistuneet kouluissansa hankkeen suunnittelemiin 12 viikon mittaisiin matematiikkainterventioihin. Interventoriyhmässä, jossa tuettiin matematiikan yhteenlaskustrategioiden kehittymistä, oli 40 oppilasta. Toisessa interventioryhmässä, jossa matematiikan yhteenlaskustrategioiden kehittymisen lisäksi kiinnitettiin erityistä huomiota minäpystyvyyttä tukevan palautteen antamiseen, oli 35 oppilasta. Tyttöjä tutkimuksessa oli 42 ja poikia 33. Oppilaat suorittivat matematiikan yhteenlaskustrategioiden taitoja arvioivat testit yksilömittauksina ja oman minäpystyvyytensä arvioinnit koko luokalle tehtävissä ryhmämittauksissa. Tutkimuksessa käytetyn aineiston mittaukset suoritettiin kolmena ajankohtana. Alkumittaukset tehtiin marraskuun 2013 ja tammikuun 2014 välisenä aikana, loppumittaukset intervention jälkeen toukokuussa 2014 sekä seurantamittaukset syyskuussa 2014.

Oppilaan minäpystyvyyden lähtötasolla oli yhteys hänen käyttämiinsä yhteenlaskustrategioihin ja yhteys oli tilannesidonnainen. Tarkasteltaessa nopeiden yhteenlaskustrategioiden valintaa, havaittiin, että osa lapsista käytti enemmän nopeita strategioita aikarajoitetussa tilanteessa (46,7%), osa aikarajattomassa tilanteessa (21,3%) ja osalle tilanteella ei ollut vaikutusta (32,0%). Kuitenkaan minäpystyvyyden yhteyttä nopeiden yhteenlaskustrategioiden valintaan eri tilanteissa ei löytynyt. Oppilaiden yhteenlaskustrategiat kehittyivät intervention myötä, mutta interventioryhmällä ei ollut vaikutusta yhteenlaskustrategioissa kehittymiseen. Myöskään oppilaiden minäpystyvyyden lähtötaso ei selittänyt interventiosta hyötymistä.

Matematiikan oppimisen kannalta on tärkeää, että yhteenlaskustrategioiden oppimista tuetaan interventioilla. Koska interventiot kohdistuvat taidoiltaan heikkoihin laskijoihin, olisi tärkeä kiinnittää erityistä huomiota heikkojen oppilaiden erilaisiin pystyvyysskokemuksiin. Matematiikan oppimiseen vaikuttaa vahvasti kognitiivisten seikkojen lisäksi oppilaan motivaatio, asenne ja pystyvyyden kokemukset matematiikassa.

Hakusanat: yhteenlaskustrategiat, nopeat yhteenlaskustrategiat, minäpystyvyys, matematiikkainterventio, minäpystyvyysinterventio, matematiikan oppimisvaikeudet

SISÄLLYS

1. JOHDANTO.....	5
2. YHTEENLASKUSTRATEGIAT	7
2.1. Yhteenlaskustrategioiden kehitys.....	7
2.2. Matematiikan taitotasoltaan heikkojen lasten yhteenlaskustrategiat.....	10
2.3. Matematiikan strategian valintaan liittyvät syyt	12
3. MINÄPYSTYVYYS	14
3.1. Pystyvyy- ja tulosodotukset.....	15
3.2. Minäpystyvyyteen vaikuttavat tekijät	16
3.3. Minäpystyvyys matematiikassa ja sen yhteys oppimisvaikeuksiin.....	18
4. INTERVENTIO.....	21
4.1. Matematiikkainterventio	21
4.2. Minäpystyvyyshinterventio	22
5. TUTKIMUSONGELMAT	24
6. TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN	25
6.1. Tutkimusasetelma.....	25
6.2. Tutkittavat	27
6.3. Mittarit.....	28
6.3.1. Matematiikan yhteenlaskustrategiat -mittari.....	28
6.3.2. Minäpystyvyys -mittari	29
6.4. Tutkimuksen reliabiliteetti ja validiteetti	30
6.5. Aineiston analyysi	31
7. TULOKSET.....	34
7.1. Minäpystyvyyden yhteys lapsen käyttämiin yhteenlaskustrategioihin	34
7.2. Nopeiden yhteenlaskustrategioiden valinta aikarajoitetussa ja –rajattomassa tilanteessa ..	34
7.3. Minäpystyvyyden yhteys nopeiden yhteenlaskustrategioiden valintaan.....	35
7.4. Intervention vaikutus yhteenlaskustrategioiden kehitykseen	36
7.5. Interventioryhmän vaikutus yhteenlaskustrategioiden kehitykseen.....	38
7.6. Minäpystyvyyden lähtötason vaikutus interventiosta hyötymiseen.....	38
8. POHDINTA.....	40
8.1. Tulosten tarkastelu	41

8.2. Tutkimuksen luotettavuus ja eettisyys	45
8.3. Jatkotutkimusaiheita.....	48
LÄHTEET.....	51

1. JOHDANTO

Matemaattisen osaamisen ja ymmärtämisen ajatellaan olevan yksi keskeisimmistä ja tärkeimmistä osaamisalueista ihmisten jokapäiväisessä elämässä. Matematiikkaa pidetään tärkeänä sekä kouluissa että työelämässä. Matemaattinen osaaminen on myös merkittävä tekijä oppilaiden tulevaisuuden suuntautumisessa niin koulutusuran valinnassa kuin työhön sijoittumisessa. (Jain & Dowson 2009). Suomalaisnuoret ovat olleet Pisa –tutkimuksissa OECD-maiden parhaimmista matematiikan osaamisessa. Vuoden 2003 tutkimuksessa suomalaisnuoret sijoituivat kaikkien tutkimukseen osallistuneiden maiden vertailussa toiseksi. Sen sijaan viimeisimmässä Pisa 2012 –tutkimuksessa Suomen sijoitus oli kahdestoista matematiikan osaamisessa. Kärkimaiden joukossa Suomen keskiarvon lasku oli kaikkein suurin ja kehityksen suunta huolestuttava. Suomessa nuorten matematiikan osaamiseen liittyy vahvasti motivaatio ja asenne matematiikan opiskelua kohtaan. (Opetus- ja kulttuuriministeriö 2015). Myös Aunolan (2002) pitkittäistutkimuksessa esi- ja alkuopetusikäisille saatiin vahvoja viitteitä, että motivaatio saattaa olla keskeinen vaikuttaja matemaattisten taitojen kehityksessä jo alkuopetuksesta alkaen. Tutkimuksessa havaittiin selkeä yhteys oppilaan mieltymysten ja taitojen kehityksen välillä laskutehtäviä suoritettaessa. Myös Pisa 2012 –tutkimustulokset osoittivat, että nuorten kiinnostus matematiikkaan, usko omiin oppimismahdollisuuksiin ja luottamus tehtävistä suoriutumiseen vaikuttavat matematiikassa pärjäämiseen (Opetus- ja kulttuuriministeriö 2015).

Lasten varhaisilla matematiikan taidoilla on todettu yhteys myöhempään matematiikan oppimiseen, minkä vuoksi lasten matemaattista kehitystä on tärkeä tukea jo varhaisessa vaiheessa (LukiMat –sivusto 2015a). Matematiikan oppimisen kannalta on tärkeää, että lapsi omaksuu sujuvan peruslaskutaidon jo ensimmäisten kouluvuosien aikana. Sujuva laskutaito muodostuu luku- ja numerojärjestelmän ymmärtämisestä ja peruslaskutoimitusten periaatteiden omaksumisesta sekä laskutaitojen automatisoitumisesta (Räsänen & Ahonen 2002, 191; ks. myös Geary, Saults, Liu & Hoard 2000). Matematiikan oppiminen ei kuitenkaan kaikilla oppilailla suju odotusten mukaisesti (Räsänen & Ahonen 2002). Matematiikan oppimisvaikeudet erityisopetuksen ensisijaisena syynä ovat lisääntyneet vuosien 2002-2009 välisenä aikana (Räsänen, Närhi & Aunio 2010). Myös Pisa 2012 –tutkimuksen mukaan matematiikan suoritustasoltaan heikkojen määrä on kasvanut 7 prosentista 12 prosenttiin verrattuna Pisa 2003 -tutkimukseen, kun samanaikaisesti suoritustasoltaan erittäin taitavien määrä on vähentynyt 20 prosentista 15 prosenttiin. (Opetus- ja kulttuuriministeriö 2015).

Oppimiseen vaikuttaa kognitiivisten tekijöiden lisäksi vahvasti myös oppilaan ja oppimistilanteen sosioemotionaaliset seikat, kuten tehtävän tekemiseen liittyvät ahdistuneisuus (Räsänen & Ahonen 2002, 193). Muun muassa Kupari (1993, 87) on tuonut tutkimuksessaan esille kognitiivisten saavutusten ja sosioemotionaalisten tekijöiden välillä vaikuttavan yhteyden. Oppimisvaikeusinterventiot kohdentuvat pääasiassa kognitiivisiin oppimisvaikeuksien piirteisiin, vaikka esimerkiksi minäpystyvyyteen liittyvien käsitysten on osoitettu olevan keskeisiä työskentelyyn kiinnittymisen, ponnistelun ja motivaation kannalta.

Tutkimuksemme on osa Jyväskylän yliopiston ja Niilo Mäki Instituutin yhteistä Minäpystyvyys ja oppimisvaikeusinterventiot –hanketta. Hankkeen tavoitteena on tutkia, miten minäpystyvyyttä tukevalla palautteella voidaan vaikuttaa lasten oppimisen pulmiin interventioissa. Tässä tutkimuksessa tutkimme minäpystyvyyden ja interventioiden yhteyttä yhteenlaskustrategioiden kehittymiseen ja valintaan lapsilla, joilla on heikot matemaattiset taidot. Tutkimukseen osallistuneet lapset olivat 2.–5. – luokkalaista. Interventioyhmät olivat matematiikan taitoryhmä, jossa tuettiin matematiikan yhteenlaskustrategioiden kehittymistä sekä taito- ja minäpystyvyydsryhmä, jossa näiden taitojen lisäksi kiinnitettiin erityistä huomiota minäpystyvyyttä tukevan palautteen antamiseen.

Matematiikan ja minäpystyvyyden yhteydestä on useita tutkimuksia, joiden mukaan minäpystyvyydellä on vaikutusta oppilaiden matematiikan saavutuksiin. Matematiikan minäpystyvyydetutkimukset ovat keskittyneet oppilaan arviointiin omista kyvyistään suoriutua matematiikan tehtävistä ja ongelmanratkaisusta sekä oppilaan kyvyistä säädellä oppimistaan matematiikassa. Lisäksi on tutkittu oppilaiden asenteiden ja minäpystyvyyden vaikutusta matematiikan saavutuksiin. (mm. Hampton & Mason 2003; Jungert & Anderson 2013; Klassen 2002; Lee 2009; Liu & Koirala 2009; Throndsen 2011; Usher & Pajares 2009; Zimmerman 1995). Sen sijaan minäpystyvyyden ja matematiikan yhteenlaskustrategioiden välisestä yhteydestä ei ole tehty juurikaan tutkimuksia (Throndsen 2011).

Matematiikan interventiot kohdentuvat yleensä muun muassa matemaattisiin suhteisiin, käsitteisiin, yhteen- ja vähennyslaskutaitoon ja ongelmaratkaisutaitoon (mm. Bryant ym. 2014; Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca & Chavez 2008; Fuchs, Fuchs & Hollenbeck 2007; Väisänen & Aunio 2014). Interventioista on yleensä saatu hyviä tuloksia. Tässä tutkimuksessa tarkastelemaamme suoranaista yhteenlaskustrategioihin liittyvää interventiotutkimusta on myös tehty verrattain vähän. Myös alakouluikäisille suunnattuja minäpystyvyydsinterventioita sekä niihin liittyvää tutkimusta ei juurikaan ole tehty. Toivommekin tutkimuksemme tuovan uutta tietoa niin minäpystyvyyden kuin interventionkin yhteydestä yhteenlaskustrategioiden kehittymiseen.

2. YHTEENLASKUSTRATEGIAT

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) sanotaan, että matematiikan opetus luo perustan myöhemmälle käsitteiden ja rakenteiden ymmärtämiselle. Ensimmäisten kouluvuosien matematiikan opetuksen tavoitteena on luoda vahva pohja lukukäsitteen ja kymmenjärjestelmän ymmärtämiselle sekä laskutaidolle konkreettisten välineiden avulla. Konkreettisuus ja toiminnallisuus tulee olla keskeisessä roolissa matematiikan opetuksessa. Opetus ohjaa oppilaita ymmärtämään matematiikan hyödyllisyys omassa elämässä ja tukee oppilaan myönteistä asennetta matematiikan oppimista kohtaan (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014). Lasten varhaiset matemaattiset taidot ennustavat myöhempää matemaattista suoriutumista, minkä vuoksi on tärkeä tukea lapsen matemaattisia taitoja jo esi- ja alkuopetuksen aikana (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004; Lerkkanen, Rasku-Puttonen, Aunola & Nurmi 2005; ks. myös Hannula, Lepola ja Lehtinen 2010).

Yhteenlaskutaito on erityisen tärkeä, sillä se muodostaa kivijalan, jonka päälle myöhemmin opittavat matemaattiset taidot rakentuvat (Koponen, Mononen, Kumpulainen & Puura 2011), kuten yhteen- ja vähennyslaskut suuremmilla luvuilla sekä kertolaskut. Yhteenlaskua käytetään apuna vähennyslaskujen ratkaisemiseen erilaisten laskustrategioiden avulla (LukiMat 2015b). Baroody (1999) tutki päiväkotikäisten lasten sekä 1. luokan oppilaiden ymmärrystä yhteen- ja vähennyslaskun yhteenkuuluvuudesta. Aiemmin on esitetty, että lapset assosioivat hyvin varhain yhteen- ja vähennyslaskun toisiinsa. Baroodyn tutkimuksen mukaan yhteen- ja vähennyslaskun yhteys ei kuitenkaan ole selvä lapsille. Tämän ymmärtämisessä käännteisyyden periaate on tärkeää. (Baroody 1999.) Yhteenlaskutaidoista opetussuunnitelma sanoo, että 1.-2. -luokilla kehitetään oppilaan yhteenlaskutaitoja aluksi lukualueella 0-20 ja myöhemmin lukualueella 0-100. Lisäksi tavoitteena on oppia hyödyntämään vaihdannaisuutta ja liitännäisyyttä yhteenlaskussa. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014).

2.1. Yhteenlaskustrategioiden kehitys

Yhteenlaskutaidon kehitys on yhteydessä lukumäärien ja niiden välisten suhteiden ymmärtämisen kehittymiseen. Kehitystä tapahtuu kolmella tasolla, joita ovat aritmeettisen faktatiedon hallinta (”mikä?”), luvun rakenteen ja laskemisen ymmärtäminen (”miksi?”) sekä erilaisten ratkaisustrategioiden hallinta (”miten?”). Sujuva laskutaito perustuu vahvasti

faktatietoon eli laskun tekijöiden ja vastauksen yhteyden ymmärtämiseen. (Koponen ym. 2011; Sherin & Fuson 2005). Laskutaitojen kehitystä kuvataan usein strategioiden avulla (mm. Baroody 1984; Geary, Bow-Thomas, Liu & Siegler 1996). Sujuvakaan laskija ei aina hae vastauksia suoraan muistista, vaan käyttää erilaisia strategioita laskun ratkaisemiseen. Tehokkaiden laskustrategioiden oppimiseen ja soveltamiseen liittyy vahvasti luvun rakenteen ja laskemisen ymmärtäminen, eli ymmärrys siitä, miksi voidaan laskea niin kuin lasketaan. Lapsen tulee ymmärtää, miksi yhteenlaskussa lukujen järjestystä voidaan vaihtaa tai miksi laskun $5+6$ vastaus on yksi enemmän kuin laskun $5+5$. (Koponen ym. 2011). Tutkijat ovat kuvanneet laskutaitojen kehitystä tasoilla tai kehitysaskelmilla (mm. Butterworth 2005; Carpenter & Moser 1984).

Carpenter ja Moser (1984) jakavat lasten laskutaidot viiteen tasoon (Kuvio 1). Tasolla 0 lapsi ei osaa ratkaista yhteenlaskuja. Seuraavalla tasolla (tasolla 1) lapsi käyttää suoran mallintamisen strategiaa, eli hyödyntää konkreettisia apuvälineitä laskemisessa. Sormet tai muut konkreettiset esineet edustavat lisättäviä lukuja ja lopuksi lasketaan kaksi joukkoa yhteen aloittaen luvusta 1 (counting-all) (ks. myös Butterworth 2005). Baroody (1987) puhuu vaiheesta nimellä konkreettinen luetteleminen ja Siegler (Siegler & Shrager 1984) käyttää nimitystä sormistrategia. Aluksi lapsella ei ole vielä kykyä prosessoida lukuja pelkästään mielessä, joten hän tarvitsee konkreettisia apuvälineitä esimerkiksi sormia tai esineitä (Aunio, Hannula & Räsänen 2004).

Carpenterin ja Moserin (1984) mukaan taso 2 merkitsee strategian kehityksessä siirtymäaika. Lapsi ratkaisee vielä osan tehtävistä mallintamalla, mutta on siirtynyt jo osittain luettelemiseen. Tasolla 3 lapsi on siirtynyt pääasiallisesti luettelemiseen perustuviin strategioihin. Lapsi ei enää laske kumpaakin yhteenlaskettavaa erikseen, vaan hän aloittaa laskemisen ensimmäisestä yhteenlaskettavasta. Luetteleminen eteenpäin ensimmäisestä luvusta alkaen (counting-on from first, max-strategia) korvautuu hyvin nopeasti luettelemisella eteenpäin suuremmasta luvusta (counting-on from large, min-strategia). Lapsi on ymmärtänyt yhteenlaskun vaihdannaisuuden, eli sen, että lukujen järjestyksellä ei ole merkitystä (ks. myös Butterworth 2005; Clements 2004). Baroodyn (1987) tutkimuksessa suurin osa tutkittavista käytti min-strategiaa, mutta ei kuitenkaan selvinnyt vaihdannaisuuteen liittyvistä tehtävistä. Tämän vuoksi Baroody (1987) on sitä mieltä, että lapsen ei tarvitse ymmärtää vaihdannaisuutta osatakseen hyödyntää min-strategiaa. (Baroody 1987; ks. myös Baroody & Gannon 1984). Gearyn, Hoardin, Byrd-Craven ja DeSoton (2004, 142) tutkimuksen mukaan oppilaat, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia käyttävät useammin strategiaa, jossa laskeminen aloitetaan ensimmäisenä esitetystä luvusta.

Baroody (1984; 1987) erottaa luettelemiseen perustuvassa strategiassa konkreettisuuden ja mielessä tapahtuvan laskemisen, jossa on monta vaihetta. Lapsen tulee kyetä moniin samanaikaisiin toimiin ja asioiden muistissa pitämiseen. Luettelemispohjaista laskustrategiaa pidetäänkin hitaana ja virhealttiina (Räsänen & Ahonen 2002, 216). On tärkeää, että lapsi oppii luettelemaan sujuvasti lukujonoja eteen- ja taaksepäin ja aloittaa luetteleminen annetusta luvusta. Suuremmasta luvusta eteenpäin luetteleminen (minstrategia) on tehokkain mielessä luettelemiseen perustuvista strategioista. (Baroody 1984).

Korkeimmalla tasolla (tasolla 4) lapsi ratkaisee tehtävät muistamalla vastauksen ilman selvää luettelemista tai lukuyhdistelmien avulla (Carpenter & Moser 1984; Steinberg 1985). Lukuyhdistelmiä ovat esimerkiksi kymppiparit eli luvut, joiden summa on kymmenen ($3+7$, $8+2$) sekä tuplat eli kahden saman luvun yhteenlaskut ($6+6$, $8+8$) (Carpenter & Moser 1984). Lukujen pilkkominen ja koonti auttaa erilaisten laskutehtävien suorittamisessa ja se on tärkeää esimerkiksi kymmenylityksissä ($9+7= 9+1+6= 10+6= 16$) ja moninumeroisia lukuja laskettaessa (Clements 2004). Vastauksen muistaminen on nopein laskustrategia. Peruslaskutaidot ovat automatisoituneet, kun lapsi pääasiallisesti pystyy hakemaan laskujen vastauksia suoraan muistista luettelemalla laskemisen sijaan. (Baroody 1987; Carpenter & Moser 1984). Yhteenlaskustrategioiden kehityksessä on todettu muutosta muutaman kouluvuoden jälkeen (noin 7-8 -vuotiaana), jolloin suurin osa oppilaista on siirtynyt käyttämään muististahakua tärkeimpänä strategiana (Clarke, Clarke & Horne 2006; Räsänen & Koponen 2010). Tässä tutkimuksessa käytämme termiä ”nopea yhteenlaskustrategia” tarkoittaessamme aritmeettisten yhdistelmien muistamista.

YHTEENLASKUSTRATEGIAT	
Taso 0	Lapsi ei osaa ratkaista yhteenlaskuja
Taso 1	Suoran mallintamisen strategia <ul style="list-style-type: none"> • konkreettisuus • counting-all
(Taso 2)	Siirtymävaihe
Taso 3	Luettelemiseen perustuva laskeminen <ul style="list-style-type: none"> • Max- ja min strategiat
Taso 4	Aritmeettiset yhdistelmien muistaminen <ul style="list-style-type: none"> • lukuyhdistelmät

KUVIO 1. Yhteenlaskustrategioiden kehitys (Carpenter ja Moser 1984).

Eräs tapa arvioida lapsen matematiikan taitoja on Räsänen ja Ahosen (2002, 216-217) mukaan arvioida, kuinka pitkällä lapsi on laskustrategioiden kehityksessä. Usein oletetaan, että esimerkiksi sormien avulla laskeminen hidastaisi mielessä laskemista. Molemmat prosessit tapahtuvat kuitenkin samanaikaisesti ja lapsi luopuu konkreettisista apuvälineistä, kun ei enää koe niitä tarvitsevana. Toisaalta, jos alkeellisimmissä laskustrategioissa tapahtuu paljon virheitä, lapsen on vaikeampi omaksua kehittyneempiä strategioita. Erityisen merkittävässä asemassa virheiden määrä on mieleenpalauttamisstrategian oppimisessa eli suoraan muistista hakemisessa. Steinbergin (1985) tutkimuksessa uusien strategioiden oppimista saattoi hidastaa se, että lapsi ei kokenut tarvitsevana uusia tapoja ratkaista tehtäviä. Hän piti käyttämäänsä laskustrategiaa riittävän tehokkaana ja uuden tavan oppimista työläänä. Vähitellen kuitenkin taito automatisoitui ja muuttui tiedostamattomaksi.

2.2. Matematiikan taitotasoltaan heikkojen lasten yhteenlaskustrategiat

Matematiikan heikkoon taitotasoon voidaan usein pitää syynä matematiikan oppimisvaikeuksia. Matematiikan oppimisvaikeuksien yleisyydestä on esitetty erisuuruisia arvioita. Joidenkin arvioiden mukaan n. 3-7% populaatiosta olisi oppimisvaikeuksia, jotka ulottuvat peruslaskutaitoihin. Toisaalta on arvioitu, että Suomessa olisi jopa 10-15%

oppilaista vaikeuksia koulumatematiikan opiskelussa. (Räsänen & Ahonen 2002, 192). Tilastokeskuksen mukaan vuosina 2009-2010 n. 20 % alakouluikäisistä sai osa-aikaista matematiikan erityisopetusta. Matematiikan erityisopetukseen osallistujien määrä oli noussut edellisestä vuodesta, kun taas esimerkiksi luki- ja vieraan kielen vaikeuksien erityisopetukseen osallistujien määrä oli laskusuuntainen. Pojat ovat kaikissa muissa oppimisen vaikeuksissa enemmistö erityisopetuksen piirissä, mutta matematiikan oppimisen vaikeuksien vuoksi erityisopetuksessa käy enemmän tyttöjä (Suomen virallinen tilasto, SVT 2015). Oppimisvaikeuksien piirteenä pidetään yleensä laskemisen hitautta, työläyttä ja virhealttiutta. Syynä voi olla ainakin suoran muististahaun vähäisyys tai kehittymättömät laskustrategiat. (Butterworth & Yeo 2004; Geary 2004; Ostad 1999; Räsänen & Ahonen 2002).

Matematiikan taidoiltaan heikkojen ja hyvien laskijoiden on havaittu eroavan strategioiden käytössä ja niiden hallinnassa. Suuremmalla lukualueella oikeiden ja nopeiden vastausten tuottamisessa tarvitaan sekä aritmeettisen faktatiedon suoraan muistista hakua että yleistä matemaattista ajattelua, kuten kymmenjärjestelmän ymmärtämistä ja hahmottamista sekä kykyä jakaa lukuja erilaisiksi osiksi ja koota niitä uudelleen. Tehokkailla strategioilla on sitä suurempi rooli mitä vaativimmista aritmeettisistä taidoista on kysymys. (Kinnunen, Lehtinen & Vauras 1994, 60–61). Lapsista, joilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia, voidaan erottaa kaksi ryhmää. Toisessa ryhmässä lasten kehitys on hidasta ja he käyttävät laskustrategioita, jotka ovat ominaisia nuoremmille lapsille (ks. myös Calhoon, Emerson, Flores & Houchins 2007). Harjoituksen ja erityisopetuksen avulla he voivat kuitenkin saavuttaa samat perustaidot kuin ikätoverinsa. Toisessa ryhmässä lapset käyttävät kehittymättömiä laskustrategioita ja tekevät paljon virheitä, eivätkä kehity merkittävästi harjoituksesta huolimatta. (Räsänen & Ahonen 2002, 218), mikä taas aiheuttaa oppilaalle haasteita pysyä mukana opetuksessa (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004). Tutkimusten mukaan normaalisti kehittyvillä lapsilla lisääntyi muistamisstrategiat ja he turvautuivat vähemmän konkretiaan ja luettelemalla laskemiseen. Toisaalta lapset, joilla oli matemaattisia oppimisvaikeuksia, tukeutuivat lähes poikkeuksetta varmistusstrategioihin koko alaluokkien ajan ja heidän strategiansa olivat hyvin rajoittuneita. (Butterworth & Yeo 2004; Ostad 1997; 1999; Räsänen 1999, Steinberg 1985).

Gearyn, Hoardin, Nugentin ja Baileyn (2012) tutkimuksessa matemaattisia oppimisvaikeuksia omaavat lapset eivät käyttäneet ongelmanratkaisutehtävissä harjoitelmia apunaan niin kuin keskimääräisesti suoriutuvat lapset. Matematiikan oppimisvaikeudet tulevatkin usein ilmi vasta soveltavissa tehtävissä, vaikka jo peruslaskutaidoissa on haasteita

(Räsänen & Ahonen 2002). Matematiikan oppimisvaikeudet havaitaankin suhteellisen myöhään, vasta toisen luokan lopussa, mikä saattaa aiheuttaa vaikeuksien kasaantumista (Aunola, Leskinen & Nurmi 2006). Vaikeasta tunnistettavuudesta kertoo myös se, että vuosina 2009-2010 erityisopetukseen tulevilla lapsilla oli noin kaksi kertaa useammin lukemiseen tai kirjoittamiseen liittyviä vaikeuksia kuin matematiikan pulmia (Suomen virallinen tilasto, SVT 2015).

Fazion (1999) havaitsi, että lapset, jotka olivat heikkoja työmuistia ja kielellisiä taitoja mittaavissa tehtävissä, kokivat haasteita aikarajoitetuissa tehtävissä. Lapsilla oli vaikeuksia matemaattisten tietojen mieleenpalauttamisessa ja heillä kului enemmän aikaa sanallisten tehtävien ratkaisemiseen. Matemaattisten taitojen ja kielellisen kehityksen onkin todettu olevan yhteydessä toisiinsa (Aunio ym. 2004; Dowker 2009; Räsänen 1999; Vainionpää, Mononen ja Räsänen 2003). Useat tutkijat ovat todenneet Fazionin (1999) lisäksi työmuistin yhteyden matemaattisiin oppimisvaikeuksiin (mm. Ackerman, Anhalt & Dykman 1986; Butterworth 1986; Geary ym. 2004; Geary ym. 2012; Räsänen & Ahonen 2004). Jordan, Hanich ja Kaplan (2003) vertailivat lapsia, joilla oli vaikeuksia palauttaa muistista aritmeettisiä yhdistelmiä sekä lapsia, joilla ei ollut matemaattisia oppimisvaikeuksia. Lapset, jotka muistivat heikosti aritmeettisiä yhdistelmiä, suoriutuivat huonosti myös ajaltaan rajoitetuissa aritmeettisten yhdistelmien muistamista mittaavissa tehtävissä sekä yhteen- ja vähennyslaskutehtävissä. Lisäksi he käyttivät useammin sormia apunaan tehtäviä ratkaistessaan. Matemaattisen yleistason mittarissa ryhmien välillä ei ollut eroa, mutta lapset, joilla oli vaikeuksia palauttaa muistista aritmeettisiä yhdistelmiä, kehittyivät alemmalla osaamisen tasolla. Muistamisen vaikeudet ovat melko pysyviä. Ajaltaan rajoitetuissa aritmetiikan tehtävissä näiden lasten suoritus parani vain hiukan eri mittauskertojen välillä, vaikka muissa taidoissa kehitys olikin hyvä.

2.3. Matematiikan strategian valintaan liittyvät syyt

Yhteenlaskustrategian valinta voi vaihdella hyvinkin paljon eri oppilaille ja eri tilanteissa. Strategian valintaan vaikuttavat henkilökohtaiset, sosiaaliset ja kognitiiviset syyt (Steinberg 1985). Torbeyns, Verschaffel & Ghesquière (2001) tutkivat toisen luokan oppilaiden strategian valintaa yksinkertaisissa yhteenlaskutilanteissa lukualueella 0-20. Tutkimustilanteissa lapsi sai joko vapaasti valita yhteenlaskustrategiansa tai häntä ohjattiin käyttämään strategiaa 'lisää kymppi täyteen'. Tutkimuksen mukaan lasten käyttämät strategiat vaihtelivat suuresti, kun he saivat itse valita strategiansa. Vapaasti valittavissa

tilanteissa lapset valitsivat strategioita, jotka auttoivat heitä saamaan tuloksen selville nopeasti ja oikein. Sen sijaan 'lisää kymppi täyteen' -strategia osoittautui hitaaksi laskustrategiaksi.

Myös Carpenter ja Moser (1984) ovat todenneet, että lapset vaihtelevat eri strategioiden käyttöä. Jos käytössä oli palikoita, osa lapsista käytti niitä, vaikka olisi kyennyt käyttämään tehokkaampaa strategiaa. Lapset käyttivät palikoita sekä pienempien että isompien lukujen yhteenlaskuissa. Sen sijaan, kun palikoita ei ollut saatavilla, mielessä luettelemiseen perustuvien strategioiden käyttö kasvoi. (Carpenter & Moser 1984). Lapset saattavat käyttää apustrategioita, kun he yrittävät välttää väärän vastauksen antamista tai tehtävä on lapselle haastava. Lapset, jotka laskevat sormilla eivät välttämättä ole tiedollisesti muista heikompia, vaan he varmistavat sormien avulla vastauksensa. (Kerkman & Siegler 1997; Räsänen & Ahonen 2002; Siegler 1988; Siegler & Jenkins 1989). He ovat suoritukseltaan yhtä hitaita, kuin lapset, joilla on vaikeuksia oppia nopeampia strategioita, mutta edellä mainitut tekevät vähemmän virheitä. (Siegler 1988).

Lapset saattavat käyttää useampaa strategiaa samanaikaisesti laskujen ratkaisemiseen ja kehityskään ei välttämättä aina etene lineaarisesti. Kun lapsi oppii laskustrategioiden joustavan käytön, auttaa se myöhempää oppimista.

3. MINÄPYSTYVYYS

Minäpystyvyys (self-efficacy) tarkoittaa uskoa omaan valmiuteensa toimia tietyissä tilanteissa, luottamusta omiin kykyihin. Minäpystyvyys on osa Albert Banduran (1986, 1997, 1999) kehittämää sosiokognitiivista teoriaa, jonka mukaan yksilö on itseään ohjaava ja toimintaansa arvioiva aktiivinen toimija. Keskeinen väite Banduran teoriassa on, että yksilön kognitiiviset, affektiiviset ja biologiset tekijät ovat vuorovaikutuksessa yksilön ulkoisen ympäristön kanssa. (Bandura 1986, 1997, 1999; Pajares 1996).

Minäpystyvyys eroaa käsitteenä sekä minäkäsityksestä että itsetunnosta (Bandura 1997; Linnenbrink & Pintrich 2003). Sekä minäkäsitys että minäpystyvyys ennustavat merkittävästi akateemista suoriutumista (Parker, Marsh, Ciarrochi, Marshall & Abduljabbar 2013). Minäkäsitys ja minäpystyvyys vaikuttavat usein toisiinsa. Niitä ei voi täysin erottaa toisistaan, kun arvioidaan tiettyä toimintaa, kuten matematiikan osaamista. (Lee 2009). Matemaattisen minäkäsityksen on todettu olevan pysyvämpi ja vakaampi samoilla henkilöillä peräkkäisillä mittauskerroilla, kun taas minäpystyvyys voi muuttua (Bong ja Skaalvik 2003). Minäpystyvyydestä puhutaan silloin, kun arvioidaan omaa suoriutumista ennakkoon tietyssä tehtävässä (Bandura 1997; Stankov, Morony & Lee 2014). Minäpystyvyyksiasityksiä kuvaavat kysymykset ”osaanko?” ja ”pystynkö?”, kun taas minäkäsitystä kuvaavat ”olenko?” ja ”millainen olen verrattuna muihin oppilaisiin?”. (Aro ym. 2014; ks. myös Linnenbrink & Pintrich 2003; Parker ym. 2013; Stankov ym. 2014). Matematiikkaan liittyvää minäkäsitystä voitaisiin mitata esimerkiksi väittämällä ”*Matematiikka on minulle helppoa*” tai ”*Olen hyvä matematiikassa*” Sen sijaan minäpystyvyyttä mittaavissa tehtävissä pyydetäisiin arvioimaan luottamusta omiin kykyihin. Omia kykyjä ei verrata muiden taitoihin ja tehtävät eivät ole niin tunnepitoisia: ”*Kuinka varma olet, että osaat ratkaista tämän tehtävän*” tai ”*Luulen, että osaan ratkaista hyvin kaikki matematiikan tehtävät*”. Erityisesti matematiikassa oppilaiden minäpystyvyys ennustaa parempaa suoriutumista kuin oppilaan minäkäsitys (Lee 2009; Stankov ym. 2014).

Minäkäsitys ja itsetunto kuvaavat yleisellä tasolla lapsen käsitystä itsestään, kun taas minäpystyvyys viittaa toimintaan tietyssä tilanteessa tai asiassa. Myös itsetunto liittyy läheisesti minäkäsitykseen. Se on ihmisen kokonaisarvio itsestä tai omasta arvosta (Keltinkangas-Järvinen 2000). Itsetunto on osa ihmisen minäkuvaa ja persoonallisuutta. Yksilön minäpystyvyys voi olla heikko tietyissä tilanteissa, vaikka yksilön itsetunto ei olisikaan heikentynyt. Tällöin yksilö kokee, että tilanteen tai tehtävän hallitsemisella ei ole

merkitystä hänen itsetuntoonsa. Tietyn taidon puuttumisella ei välttämättä ole vaikutusta yksilön itsetuntoon. (Bandura 1997).

Yksilö arvioi käyttäytymisensä ja toimintansa johtavan tietynlaiseen lopputulokseen (Bandura 1977, 1997; Pajares 2002). Yksilön pystyvyyskäsitteet vaikuttavat päätöksentekoon, motivaatioon, ajatusmalleihin, toimintaan ja tunteisiin (Bandura 1992). Minäpystyvyyskäsitteet vaikuttavat yksilön itselleen asettamiin tavoitteisiin ja tehtävään sitoutumiseen, eli kuinka paljon hän on valmis tekemään töitä tehtävän eteen ja millaisia tehtäviä hän valitsee (Bandura 1997; 2006; Pajares 1997; 2002, 2006). Pystyvyyden uskomukset vaikuttavat siihen, miten pessimistinen tai optimistinen yksilö on, miten hän motivoituu toimintaan ja selviää vaikeuksista, kokeeko hän helposti stressiä tai masentuuko ja millaisia valintoja hän ylipäätään elämässään tekee. Yksilön toiminta perustuu siis siihen, mitä hän uskoo, eikä siihen, mitä hän on. Tämän vuoksi yksilön käyttäytyminen saattaa vaihdella suuresti tilanteesta riippuen. (Pajares 2002; ks. myös Bandura 2006; Pajares 1997). Minäpystyvyysuskomukset vaikuttavat yksilön tunnereagointiin. Yksilö saattaa esimerkiksi uskoa, että asiat ovat vaikeampia kuin ne todellisuudessa ovat. Hän saattaa olla ahdistunut, masentunut ja stressaantunut ja hänellä on kapea näkemys tehtävän ratkaisemisessa. Yksilö saattaa yli- tai aliarvioida kykyjään. (Pajares 2002). Minäpystyvyyskäsitteet ennustavatkin paremmin yksilön toimintaa kuin hänen aiemmat saavutuksensa (Aro ym. 2014).

Eräiden tutkimusten mukaan minäpystyvyys ennustaa suoraan oppilaiden menestymistä ja saavutuksia (Wigfield & Eccles 2000; Zimmerman 1995). Mitä enemmän yksilö luottaa omiin kykyihinsä, sitä vahvemmin hän sitoutuu ja ponnistelee tehtävien parissa (Schweinle & Mims 2009). Minäpystyvyysmittauksilla voidaan ennustaa pärjäämistä eri kouluaineissa. Oppilaat, jotka arvioivat minäpystyvyytensä korkeaksi, menestyvät opinnoissaan paremmin kuin alhaisen minäpystyvyyden omaavat (Wigfield & Eccles 2000; Zimmerman 1995)

3.1. Pystyvyys- ja tulosodotukset

Banduran (1977) teorian mukaan minäpystyvyys ilmenee sekä pystyvyys- että tulosodotuksina. Pystyvyysodotukset ovat yksilön arvio taidoistaan toteuttaa tietty suoritustaso. Sen sijaan tulosodotukset ovat arviointeja seurauksista, joita yksilön toiminta tuottaa. Jos pystyvyysodotukset ja luottamus onnistumiseen ovat korkealla, ovat usein myös saavutukset hyviä (Bandura 2006; Pajares 1997; Usher & Pajares 2009).

Pystyvyysodotuksissa voidaan erottaa kolme ulottuvuutta (Bandura 1977; Pajares 1997; Stajkovic & Luthans 1998; Zimmerman 1995). Ensimmäinen ulottuvuus liittyy tehtävän vaativuuteen. Yksilön pystyvyysodotukset voivat rajoittua joko yksinkertaisiin tehtäviin tai ne voivat ulottua vaikeisiin, jopa kaikkein haastavimpiin tilanteisiin. Toisen ulottuvuuden mukaan pystyvyysodotukset eroavat yleisyytensä ja laajuutensa perusteella. Tällöin pystyvyysodotukset voivat rajoittua, yksittäisen tilanteen hallintaan tai ne voivat ulottua laajempiin kokonaisuuksiin. Kolmas ulottuvuus liittyy pystyvyysodotusten voimakkuuteen. Jos yksilö ei koe hallitsevansa tilannetta, odotukset sammuvat. Vahvat pystyvyysodotukset taas kestävät pidempään vastoinkäymisistä huolimatta (Bandura 1977; Pajares 1997; Stajkovic & Luthans 1998; Zimmerman 1995). Pystyvyyskokemus voi siis vaihdella suorituksen aikana. Käsitys omasta pystyvyydestä heikkenee riippumatta tehtävän haasteellisyydestä, jos yksilö huomaa jotain uhkaavaa tai saa vihjeen, ettei hän kykene selviytymään tehtävästä. (Bandura 1982).

Tulosodotukset ovat yhteydessä yksilön arvioon omista kyvyistään (Pajares 1997). Yksilön arvio siitä, miten hän tulisi toiminnosta suoriutumaan, vaikuttaa hänen tulosodotukseensa. Jos yksilö pitää itseään hyvin pystyvänä, hän odottaa itseltään hyvää suoritusta ja positiivista tulosta. Sen sijaan itseään epäilevät odottavat itseltään keskinkertaista tai huonoa suoritusta ja siten he odottavat saavansa negatiivisia tuloksia (Bandura 2006).

3.2. Minäpystyvyyteen vaikuttavat tekijät

Minäpystyvyyteen vaikuttaa neljä informaatiolähdettä (Aro ym. 2014; Bandura 1997; Bong & Skaalvik 2003; Pajares 1997; Stajkovic & Luthans 1998; Usher&Pajares 2009). Näistä ensimmäinen perustuu yksilön aikaisempiin onnistumis- ja hallinnankokemuksiin, joiden avulla yksilö saa tietoa omasta pystyvyydestään. Onnistumiset rakentavat vahvan pystyvyyden tunteen ja luottamuksen omiin kykyihin, kun taas epäonnistumiset heikentävät sitä, etenkin yksilön kohdatessa epäonnistumisia ennen kuin hänen pystyvyydentunteensa on kehittynyt riittävän vahvaksi (Bandura 1997; Stajkovic & Luthans 1998; Usher & Pajares 2009). Aron ym. (2014) mukaan on tärkeä tarjota lapselle onnistumisen kokemuksia. Kokemus syntyy kuitenkin aina tulkinnan avulla. Lapsi saattaa vähätellä onnistumistaan ja selittää sen johtuneen liian helpon tehtävän vuoksi, jolloin pystyvyyden tunne tuskin vahvistuu. (Aro ym. 2014). Jos onnistumisen kokemuksia saavutetaan paljon ainoastaan helpoissa tehtävissä, yksilö alkaa odottamaan nopeita tuloksia ja sen seurauksena

epäonnistumiset koetaan helposti lannistavina. Jotta minäpystyvyys kehittyisi vahvaksi, on onnistumisen eteen nähtävä vaivaa sekä tehtävä sinnikkäästi töitä. Yksilön kohtaamat haasteet ja vaikeudet voivat opettaa, että yksilö voi omaa toimintaa kehittämällä voittaa epäonnistumiset ja kääntää ne onnistumisiksi. Yksilön aikaisemmat kokemukset ovat merkittävimpiä minäpystyvyyden lähteitä ja muiden informaatiolähteiden vaikutukset ovat heikompia, etenkin, jos ne ovat ristiriidassa yksilön kokemusten kanssa (Bandura 1977; 1997).

Toisena informaationlähteenä on mallioppiminen, eli toisten tekemisestä ja kokemuksista tehdyt havainnot. Yksilö muodostaa käsityksensä sijaiskokemuksista tarkkailemalla toisten suoriutumisia sekä vertaillen ja arvioidessaan omia kykyjään suhteessa toisiin. Toisten onnistumiset ja epäonnistumiset vaikuttavat yksilön minäpystyvyyden uskomuksiin. Onnistumiset kasvattavat yksilön pystyvyysodotuksia kun taas epäonnistumiset vähentävät niitä. Yksilö voi toisen onnistunutta suoritusta seuratessaan vakuuttua myös itse selviytyvänsä tehtävästä. (Bandura 1977; 1997, kpl 3; Usher & Pajares, 2009). Pystyvyys voi lisääntyä ja yksilö voi oppia mallista, jos hän kokee toisten olevan samantasoisia tai hieman kyvykkäämpiä, mitä yksilö itse on. Toisaalta mallioppimista ei tapahdu, jos lapsi ei koe muita vertaisekseen. (Aro ym. 2014; ks. myös Bandura 1977; 1997; Usher & Pajares 2009).

Kolmantena yksilön pystyvyysuskomuksiin vaikuttavat ympäristön antama palaute ja tuki. Toisilta saadut sosiaaliset viestit voivat joko vahvistaa tai heikentää yksilön minäpystyvyyttä (Aro ym. 2014; Bandura 1997; Stajkovic & Luthans 1998; Usher & Pajares 2009). Yksilön saamat positiiviset sosiaaliset viestit ja kannustukset voivat rohkaista suoriutumisiin sekä auttaa ponnistelemaan tehokkaammin haluttujen saavutusten eteen. Negatiiviset ulkopuolisten arviot yksilön kyvykkyydestä voivat sen sijaan vaikuttaa heikentävästi minäpystyvyyteen. (Bandura 1977; 1997). Erityisen merkittävää on lapsen kokemus palautteen aitoudesta. Jos lapsi kokee, ettei palaute liity hänen suoritukseensa aidosti, palaute ei vahvista pystyvyyttä. (Aro ym. 2014). Mitä merkittävämpi henkilö suostuttelee tai antaa kannustusta, sitä vakuuttuneemmaksi yksilö voidaan saada hänen omasta kyvykkyydestään. Erityisesti henkilö, johon yksilö luottaa, kuten esimerkiksi vanhemmat tai opettaja, voivat rohkaistessaan ja kannustaessaan kohottaa yksilön luottamusta omiin kykyihin ja suoriutumiseen. Yksilön minäpystyvyys onkin helpompi lannistaa sosiaalisella ja verbaalisella vaikuttamisella kuin vahvistaa sitä (Usher & Pajares 2009).

Neljäntenä pystyvyysuskomuksiin vaikuttavat tunteet ja tuntemukset sekä niiden tulkinnat, esimerkiksi stressi, ahdistus, levottomuus, uupumus tai vireys, jotka voivat

vaikuttaa yksilön suoriutumiseen positiivisesti tai negatiivisesti (Bandura 1977; 1997; Stajkovic & Luthans 1998; Usher & Pajares 2009). Lapsi saa palautetta omasta kehostaan tunteita herättävässä tai vaativassa tehtävässä. Jos lapsi tulkitsee kehon fyysiset merkit niin, että hän on liian hermostunut tai jännittää enemmän kuin muuta, saattaa huomio kiinnittyä liiaksi kehon muutoksiin. Jos hän taas tulkitsee muutosten olevan merkki siitä, että hän on valmis ponnistelemaan, ne tukevat pystyvyyden tunnetta. (Aro ym. 2014, 16-17, Bandura 1977; 1997; Usher & Pajares 2009).

Pystyvyyssodotukset muodostuvat ja kehittyvät näistä neljästä eri lähteestä, joko yhden tai useamman lähteen keskinäisestä vaikutuksesta (Bandura 1977; 1997). Minäpystyvyys on altis muutokselle. Pystyvyydenkokemus lisääntyy, jos uudet kokemukset kumoavat väärää olettamuksia ja pelkoja tai kun yksilö oppii uusia taitoja, jotka auttavat häntä selviytymään haastavista tilanteista. Pystyvyydenkokemus on erityisen altis muutokselle silloin, kun se on juuri muotoutumassa eli ensimmäisten kouluvuosien aikana. Jos lapsi saa riittävästi myönteisiä oppimiskokemuksia ja näkee yhteyden harjoittelun ja oppimisen välillä, hänen minäpystyvyytensä todennäköisesti vahvistuu. Jos hän taas kohtaa paljon liian haastavia tehtäviä ja kokee osaamattomuutta, käsitys omasta pystyvyydestä saattaa muodostua kielteiseksi. Kun puhutaan oppimisvaikeuksista, on otettava huomioon millainen on lapsen käsitys itsestä ja sen vaikutus oppimiseen. (Aro ym. 2014).

3.3. Minäpystyvyys matematiikassa ja sen yhteys oppimisvaikeuksiin

Oppilaan minäpystyvyys vaikuttaa voimakkaasti matematiikassa suoriutumiseen (Lee 2009; Liu & Koirala 2009; Väisänen & Ylönen 2004; Zimmerman 2000). Jos oppilaalla on myönteinen käsitys itsestään matematiikan oppijana ja hän luottaa kykyihinsä suoriutua matematiikan tehtävistä, ovat hänen tuloksensakin yleensä hyviä (Väisänen & Ylönen 2004). Matematiikan minäpystyvyyttä arvioidaan matematiikan eri osa-alueilla. Taitoja tarkastellaan mm. perusaritmetiikassa, ongelmanratkaisutaidoissa sekä jokapäiväisten matemaattisten asioiden kanssa selviytymisessä, kuten rahan käytössä kaupassa käynnin yhteydessä ja laskemiseen liittyvien pelien pelaamisessa (Liu & Koirala 2009). Oppilas itse arvioi kykyjään ratkaista matemaattisia tehtäviä ja ongelmia sekä onnistumistaan ylipäätään matematiikan opinnoissa. (Pajares & Miller 1995). Minäpystyvyyttä arvioidaan myös oppilaan kyvyillä säädellä itse oppimistaan matematiikassa (Thronsen 2011; Usher & Pajares 2009).

Oppilaan arviot itsestä oppijana sekä omasta selviytymisestä vaikuttavat kiinnostukseen koulua kohtaan, tavoitteiden asettamiseen sekä saavutuksiin (Bandura 1994).

Banduran (1997) mukaan matematiikkaan liittyvä vahva minäpystyvyys vaikuttaa työhön ryhtymiseen, työskentelyyn ja ylipäättään yrittämiseen. Vahvan matemaattisen minäpystyvyyden omaavilla oli vähemmän epäsuotuisia tunnereaktioita vaikeuksia kohdatessa, kuin niillä, jotka epäilivät kykyjään. Vahvan minäpystyvyyden omaava valitsi tutkimuksen mukaan rohkeammin vaikeampia matematiikan tehtäviä. (Bandura 1997; ks. myös Koponen ym. 2011; Schunk 1990).

Heikoilla ja oppimisvaikeuksia omaavilla oppilailta on usein alhaisemmat kouluun liittyvät minäpystyvyyssodotukset kuin hyvillä oppilailta. (Hampton & Mason 2003; Klassen 2002). Tutkimusten mukaan oppimisvaikeuksisten oppilaiden heikko minäpystyvyys johtuu mm. aiemmista heikoista saavutuksista ja arvosanoista sekä saamastaan negatiivisesta palautteesta (Hampton & Mason 2003; Jungert & Andersson 2013). Klassenin (2002) mukaan oppilaan heikkoihin taitoihin ja varsinkin oppimisvaikeuksiin liittyy usein myös vääränlainen tai epätarkka arvio omasta minäpystyvyydestä. Klassen (2002) vertasi meta-analyysissään oppilaita, joilla oli oppimisvaikeuksia mm. lukemisessa, kirjoittamisessa ja matematiikassa ja oppilaita, joilla ei ollut havaittu oppimisvaikeuksia. Tutkimuksen mukaan oppimisvaikeuksiset oppilaat usein joko yli- tai aliarvioivat minäpystyvyytensä tai arvioivat sen epätarkasti. Oppilaat, joilla on oppimisvaikeuksia eivät usein tiedosta omia puutteellisia taitojaan. Usein heillä onkin ylioptimistinen arvio omista taidoistaan ja suorituksistaan. (Klassen 2002; ks. myös Jungert, Hesser & Träff 2014; Throndsen 2011).

Throndsen (2011) tutki norjalaisten 2. – 3. –luokkalaisten oppilaiden laskustrategioiden käyttöä ja valintaa sekä motivaatiota, jonka yhteydessä hän tarkasteli minäpystyvyyden yhteyttä yhteenlaskustrategioihin. Tutkimuksen mukaan vielä toisen kouluvuoden aikana mitattaessa peruslaskustrategioita, kuten luettelemiseen perustuvia strategioita, hyvien ja heikkojen oppilaiden välillä ei ollut eroa minäpystyvyydessä. Kolmannella luokalla, jolloin oppilaita pyydettiin käyttämään kehittyneempiä laskustrategioita, kuten suoraan muistista hakemista, optimistinen käsitys omasta minäpystyvyydestä muuttui. Heikot oppilaat, jotka eivät omaksuneet kehittyneempiä laskustrategioita, arvioivat minäpystyvyytensä selvästi hyviä oppilaita alhaisemmaksi. Kehittyneempiä laskustrategioita käytävillä havaittiin selkeä yhteys hyvän minäpystyvyyden ja laskustrategioiden käytön välillä. Jungert ja Andersson (2013) havaitsivat vertailevassa tutkimuksessaan, että 5. luokan oppilailta, joilla oli oppimisvaikeuksia vain matematiikassa, minäpystyvyyden alhainen taso näkyi vain matematiikassa. Sen sijaan, jos oppilailta oli oppimisvaikeuksia sekä matematiikassa että lukemisessa ja kirjoittamisessa, alhainen minäpystyvyys ilmeni useassa eri oppiaineessa.

Minäpystyvyydellä on vaikutusta myös matematiikka-ahdistukseen. Matematiikka-ahdistus aiheuttaa jännitystä ja ahdistusta kohdatessa matemaattisia tehtäviä ja ongelmia. (Jain & Dowson 2009; Lee 2009). Matematiikka-ahdistukseen liittyy heikko minäpystyvyys ja luottamus omiin matemaattisiin kykyihin. Matematiikka-ahdistusta on todettu enemmän tytöillä kuin pojilla, mikä tutkijoiden mukaan saattaa johtua tyttöjen suuremmasta itsekriittisyydestä omia matematiikan taitoja kohtaan. (Jain & Dowson 2009). Myös Suomessa matematiikka-ahdistus on todettu tytöillä voimakkaammaksi kuin pojilla ja sukupuolten välinen ero oli selvästi OECD:n keskiarvoa suurempi. PISA 2012 -tutkimuksen mukaan suomalaisopiskelijoiden kokema matematiikka-ahdistus on kuitenkin vähäistä muihin osallistujamaihin verrattuna (Kupari ym. 2013).

Minäpystyvyyden tunteella on vahva vaikutus lapsen oppimiseen sekä motivaatioon oppimista ja koulunkäyntiä kohtaan. Oppilaan aikaisemmat saavutukset vaikuttavat positiivisesti hänen minäpystyvyyteensä ja lisäävät hänen luottamustaan omiin kykyihinsä suoriutua tehtävistä jatkossakin. Lapselle tulisi taata minäpystyvyyttä tukevia onnistumisen kokemuksia sekä kannustaa häntä ponnistelemaan suoriutumisen eteen. Etenkin oppimisvaikeuksisille lapsille, joilla aikaisemmat kokemukset ja heidän saamansa palaute suoriutumisesta on saattanut olla negatiivista, onnistumisen kokemukset ja kannustus ovat tärkeitä minäpystyvyyden vahvistamiseksi. Hyvä minäpystyvyys vaikuttaa kokonaisvaltaisesti oppilaan hyvinvointiin. Hyvä minäpystyvyys voi ehkäistä mm. koulun suoriutumispaineista aiheutuvaa stressiä, ahdistusta ja masennusta.

4. INTERVENTIO

4.1. Matematiikkainterventio

Koulun alimmilla luokilla interventiot liittyvät yleensä matemaattisiin suhteisiin, käsitteisiin, lukuihin sekä yhteen- ja vähennyslaskutaitoihin (mm. Bryant ym. 2014; Bryant, Bryant, Gersten, Scammacca & Chavez 2008; Fuchs ym., 2007; Väisänen & Aunio 2014). Myöhemmin interventiot liittyvät esimerkiksi yhteen- ja vähennyslaskun sujuvuuteen (mm. Koponen 2008; Mentula 2004; Väisänen 2011), kertolaskujen oppimiseen strategioita vahvistamalla (mm. Kroesbergen, Van Luit & Naglieri 2003; Woodward 2006), tai ongelmanratkaisutaitoon ja sanallisiin tehtäviin (mm. Fuchs ym. 2007).

Käytännössä interventiot on toteutettu tietokoneita apuna käyttäen (mm. Fuchs, Fuchs, Hamlett & Appleton, 2002), sekä tietokoneavusteisena että opettajajohtoisesti pienryhmässä (mm. Bryant ym. 2014; Fuchs ym. 2007) tai pelkästään yksilö- (mm. Koponen 2008; Mentula 2004) tai pienryhmäopetuksena (Bryant ym. 2008; Kroesbergen & Van Luit 2003; Väisänen & Aunio 2014). Etenkin Yhdysvalloissa tehdyissä tutkimuksissa on korostettu pienryhmäopetuksen etuja matematiikan oppimisen tukemisessa (mm. Bryant & Bryant 2008). Interventioissa suositaan usein pelimäisiä harjoituksia tai pelinomaisia toiminnallisia tehtäviä (mm. Baroody 1999), kuten myös tämän tutkimuksen matematiikkainterventiossa laskustrategioita harjoitellaan pääsääntöisesti pelien avulla. Pelit innostavat lapsia enemmän kuin pelkkä paperi-kynä-harjoittelu (Koponen ym. 2011).

Aikaisempien interventiotutkimusten (mm. Bryant ym. 2008; Dowker 2005; Gersten, Jordan & Flojo 2005) tulokset ovat olleet positiivisia, eli interventioiden aikana on tapahtunut kehitystä. Tehoikkaimpia ovat olleet matemaattisiin taitoihin kohdentuvat interventiot, joiden toteuttamisessa on käytetty opettajan ohjausta tietokoneopetuksen sijaan. Kroesbergen ja Van Luit (2003) tutkivat meta-analyyssissä vuosina 1985-2002 tehtyjä interventioita, jotka kohdentuivat matematiikan oppimisvaikeuksiin. Tutkimuksessa jaetaan interventiot matemaattisiin valmiuksiin, peruslaskutaitoihin sekä ongelmanratkaisutaitoihin. Meta-analyysin mukaan tietokoneavusteinen interventio ei ollut yhtä tehokas kuin opettajan ohjaama interventio. Tietokone voi kuitenkin olla motivoiva tekijä ja hyvä lisäharjoittelun väline. (Kroesbergen & Van Luit 2003). Bryantin ym. (2014) tutkimuksessa yhdistettiin sekä tietokoneavusteinen että opettajan ohjaama alakoululaisille toteutettu intensiivinen interventio. Intervention yhtenä osa-alueena oli laskustrategioiden harjoittaminen.

Tutkimuksen mukaan heikoimmat oppilaat hyötyivät systemaattisesta ja intensiivisestä pienryhmä interventtiosta.

Tässä tutkimuksessa matematiikan interventiossa korostetaan yhteenlaskutaidon harjoittelua kokonaisvaltaisesti. Harjoitusohjelmassa korostetaan käsitteellisen tiedon ymmärtämistä ja yhdistämistä sääntöpohjaiseen laskustrategiaharjoitteluun sekä aritmeettisten yhdistelmien muistamiseen. (Koponen ym. 2011).

4.2. Minäpystyvyydenterventio

Oppilaan asenteisiin, uskomuksiin ja kokemuksiin vaikuttaminen voi olla vähintään yhtä merkityksellistä oppimisen tukemisessa kuin kognitiivisten taustatietojen ja taidon perusteiden harjoittelu. Oppimisvaikeuksiin liittyvissä tutkimuksissa on pitkään jäänyt vähemmälle esim. motivaation vaikutus oppimiseen. Lapset tulisi saada näkemään taitojen harjoittelu mielekkäänä ja merkityksellisenä, jolloin heidät saadaan uskomaan taidon kehittymiseen, he huomaavat oman edistymisensä sekä innostuvat käyttämään taitoaan myös omaehtoisesti arjessa. (Koponen ym. 2011). Minäpystyvyyden interventiotutkimuksia on tehty verrattain vähän etenkin pienemmille koululaisille. Seuraavissa tutkimuksissa on osoitettu tuen ja palautteen merkitys vanhemman oppilaan minäpystyvyyteen.

9-12 –vuotiaille tehdyn minäpystyvyydentutkimuksen mukaan lapset, jotka saivat tukea ja kannustusta kotonaan, tunsivat itsensä osaavammiksi, saivat matematiikan kokeesta selvästi parempia tuloksia ja myös heidän koulukäyttäytymisensä parani verrattuna verrokkiryhmän lapsiin. Interventio toteutettiin tietokoneavusteisesti parityönä. (Fantuzon, Davisin ja Ginsburgin 1995).

Man ja Kishorin (1997) meta-analyysin tulosten mukaan vanhemmilta saatu tuki matematiikan opiskelulle väheni lapsen iän myötä, mikä tutkijoiden mukaan saattaa johtua siitä, että lasten tottuessa koulunkäyntiin vanhemmat kiinnittävät lastensa opiskeluun vähemmän huomiota. Cooper ja Robinson (1991) ovat kuitenkin osoittaneet, että jopa ensimmäisen vuoden teknisen alan yliopisto-opiskelijoilla vanhemmilta saatavalla tuella oli selvä yhteys minäpystyvyyteen. Minäpystyvyys ja se, että opiskelijat kokivat saavansa tukea opiskeluunsa vanhemmilta ja opettajalta vaikuttivat myös positiivisesti suorituksiin matematiikan kursseilla.

Tämän tutkimuksen minäpystyvyydenterventio tavoitteena on kehittää yhteenlaskutaidon sujuvuutta taitoharjoittelulla ja lisätä oppilaan minäpystyvyyden kokemuksia. Minäpystyvyydenterventiossa oppilaalle annetaan tarkkaa palautetta taidon

kehittymisestä. Oppilaan suoritusta verrataan hänen omaan edelliseen suoritukseen. Onnistumisista pidetään kirjaa ja oppilaan kehittymistä seurataan säännöllisesti. Näin oppilaalle voidaan osoittaa, että omalla käyttäytymisellään kuten harjoittelulla, voidaan saada näkyviin omat taidot ja luottamus omiin taitoihin alkaa jälleen vahvistua. (Koponen ym. 2011).

Interventiossa lapsella on mahdollisuus saada tarvitsemaansa tukea pienessä ryhmässä, usein yksilöllisesti ohjattuna, jolloin oppimisesta ja oppimistilanteesta voidaan tehdä mahdollisimman tehokas ja tarkoituksenmukainen. Interventioilla on saavutettu hyviä tuloksia. Matematiikan taidot ja oppimistulokset kehittyvät, kuten myös minäpystyvyyttä voidaan vahvistaa kohdistettujen interventioiden avulla.

5. TUTKIMUSONGELMAT

Tämän tutkimuksen tavoitteena oli selvittää minäpystyvyyden lähtötason yhteyttä noin 8 – 11 –vuotiaiden lasten käyttämiin yhteenlaskustrategioihin sekä nopeiden yhteenlaskustrategioiden käytön eroihin aikarajoitetussa ja aikarajattomassa tilanteessa. Tavoitteena oli myös tarkastella ovatko interventiot vaikuttaneet yhteenlaskustrategioiden kehittymiseen ja onko minäpystyvyyden lähtötasolla ollut merkitystä intervention vasteeseen.

1. Onko minäpystyvyys yhteydessä lapsen käyttämiin yhteenlaskustrategioihin alkumittaustilanteessa?
2. Eroaako lasten nopeiden yhteenlaskustrategioiden käyttö aikarajoitetussa (strategia A) ja aikarajattomassa (strategia B) tilanteessa?
3. Onko minäpystyvyys yhteydessä nopeiden yhteenlaskustrategioiden valintaan aikarajoitetussa ja aikarajattomassa tilanteessa?
4. Ovatko oppilaiden yhteenlaskustrategiat kehittyneet interventioiden myötä?
5. Onko oppilaiden interventioryhmällä ollut vaikutusta yhteenlaskustrategioiden kehittymiseen?
6. Onko oppilaiden minäpystyvyyden lähtötaso vaikuttanut interventiosta hyötymiseen?

6. TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

6.1. Tutkimusasetelma

Tutkimus on osa kolmevuotista, syksyllä 2013 käynnistynyttä Minäpystyvyys ja oppimisvaikeusinterventiot -hanketta. Hanke on Jyväskylän yliopiston ja Niilo Mäki Instituutin yhteinen, Suomen Akatemian rahoittama tutkimushanke. Hankkeessa kehitetään menetelmiä tukea lapsen käsityksiä kyvystään oppia, ratkoa ongelmia sekä selvittää oppimistilanteista erityisesti silloin, kun hänellä on oppimisessa vaikeuksia. Oppimisen pulmiin liittyy toisinaan heikko minäpystyvyys, joka ilmenee heikkona uskona omiin kykyihin ja omaan osaamiseen. Hankkeen päätavoite on tutkia minäpystyvyyteen kohdentuvien interventioiden vaikutusta lapsilla, joilla on oppimisvaikeuksia. Minäpystyvyyteen kohdentuvan lisätuen vaikutusta verrataan pelkästään taidon harjoittelua sisältäviin interventioihin. Hankkeessa tarkastellaan myös minäpystyvyyteen liittyvien käsitysten, intervention vaikutusten ja lasten omien kokemusten välisiä yhteyksiä.

Koko hankkeen tutkimusaineisto on kerätty Keski- ja Itä-Suomen alueen alakouluissa 2.–5. luokkalaisilta. Tutkimukseen osallistuminen on ollut kouluille, luokille ja oppilaille vapaaehtoista. Kutsu tutkimukseen on lähetetty kaupunkien ja kuntien koulutoimelle, joka on välittänyt tutkimuskutsun alueensa erityisopettajille. Erityisopettajat ovat toimineet kouluissa tutkimushankkeen yhteyshenkilöinä sekä koordinoineet toimintaa kouluissa. Kaikkien tutkimukseen osallistuvien oppilaiden vanhemmilta on pyydetty lupa tutkimukseen osallistumisesta.

Tutkimusaineisto on kerätty kouluissa koko luokalle yhteisesti toteutetulla kyselylomakkeella sekä interventioihin osallistuneiden oppilaiden yksilömittauksilla. Kyselylomakkeilla on mitattu mm. oppilaiden minäpystyvyyttä ja matematiikan taitoja. Yksilömittauksissa on keskitytty matematiikan taitojen kartoittamiseen. Ryhmä- ja yksilömittaukset on suoritettu kolmena eri ajankohtana. (Taulukko 1).

TAULUKKO 1. Aineistonkeruun aikataulu.

Alkumittaus A/B	Loppumittaus C	Seurantamittaus D
(marraskuu 2013 – tammikuu 2014)	(toukokuu 2014)	(syyskuu 2014)
Ryhmätestit:		
minäpystyvyys		
Yksilötestit:	Yksilötestit:	Yksilötestit:
yhteenlaskustrategiat	yhteenlaskustrategiat	yhteenlaskustrategiat

Kysely on tehty yhdelle luokalle kerrallaan. Testaaja on ollut itse luokassa tekemässä kyselyä. Testaaja on antanut oppilaille kyselyä koskevat yleiset ohjeet kyselyn alussa sekä ohjeet ja vastausvaihtoehdot tehtäväkohtaisesti uuden tehtävän alussa. Vastausvaihtoehdot ovat olleet myös taululla visuaalisesti esitettyinä. Testaaja on lukenut ääneen kaikki kyselyssä olleet kysymykset, jotta heikoimmatkin lukijat pystyisivät lukemisen sijaan keskittymään kysymyksiin vastaamiseen. Näin myös varmistettiin kysymysten ymmärtäminen. Ryhmämittauksessa on ollut tarkoitus tehdä kysely siten, että kaikki vastaavat kysymyksiin yhtäaikaaisesti. Nopeimmille annettiin mahdollisuus tehdä kyselyä omaan tahtiinsa, kuitenkin siten, että he pysähtyivät aina jokaisen tehtävän lopussa odottamaan, että kaikki saavat kyseisen tehtävän valmiiksi ja että testaaja voi antaa ohjeet uuteen tehtävään. Luokan yhteinen kysely kesti n. 45–60 minuuttia, vaihdellen hieman kyselylomakkeen sisällön mukaan.

Tutkimuksessa oli 12 viikon interventiojakso, joka sijoittui alkuvuoteen 2014. Interventoryhmiin valittiin alkumittauksen mukaan matematiikan taidoiltaan heikkoja ja hitaita laskijoita. Hankkeessa mukana oleviin kouluihin muodostettiin kahdenlaisia matematiikan interventoryhmiä. Toisessa ryhmässä intervention tavoitteena oli tukea matematiikan laskutaidon harjaantumisessa. Toisessa ryhmässä tuettiin laskutaidon lisäksi oppilaiden minäpystyvyyttä. Interventoryhmät muodostettiin arpomalla siten, että yhdessä koulussa toimi vain yhdenlainen interventoryhmä. Interventoryhmissä oli viikoittain kaksi 45 minuutin mittaista opetuskertaa, jotka sisälsivät matematiikan harjoittelua tai minäpystyvyyttä tukevaa matematiikan harjoittelua ja kaksi 10 minuutin mittaista

harjoituskertaa, jotka sisälsivät pelinomaisia harjoituksia ryhmässä. Interventiot toteutettiin käyttämällä Selkis-materiaalin harjoituksia (Koponen ym. 2011).

Kyselyn lisäksi interventioihin osallistuneille oppilaille tehtiin yksilömittauksia. Yksilömittauksissa mitattiin mm. matematiikan yhteenlaskustrategioita, erilaisia matematiikan osa-alueita kuten lukujonotaitoja, oppilaan minäpystyvyyttä ja matematiikka-ahdistusta. Yksilömittaukset suoritettiin ryhmämittausten kanssa samoina ajankohtina. Yksilömittaukset toteutettiin kahdenkeskisissä tilanteissa testaajan kanssa. Yksilömittausten osalta testejä oli tekemässä useampi eri testaaja. Yksilömittauksiin meni aikaa n. 10-60 min. riippuen oppilaan interventioyhmästä. Interventioyhmä vaikutti myös yksilömittausten tehtävätyyppiin.

6.2. Tutkittavat

Tutkimusjoukko valikoitui kaikkiaan n. 1400 osallistujasta. Tässä tutkimuksessa on mukana 75 matematiikan interventioihin osallistunutta oppilasta luokilta 2–5. Oppilaat ovat iältään 8,0 – 11,4 –vuotiaita ($ka = 9,41$, $kh = 0,897$). Tutkittavista 40 osallistui matematiikan taitoryhmään. Heistä tyttöjä oli 22 (55 %) ja poikia 18 (45 %). Matematiikan taito- ja minäpystyvyyttä tukevaan ryhmään osallistui 35 oppilasta, joista tyttöjä oli 20 (57,1 %) ja poikia 15 (42,9 %).

Matematiikan interventioyhmisiin oppilaat valikoituivat alkumittauksissa saamiensa matematiikan laskutulosten perusteella. Interventioyhmisiin valittiin alkumittauksissa heikoimmin menestyneet oppilaat. Yhdessä ryhmässä oli 3-5 oppilasta ja ryhmä saattoi koostua useamman luokan tai luokka-asteen oppilaista. Yleensä interventiotutkimuksissa tuettavat lapset on valittu joko matematiikan vaikeuksien (mm. Kroesbergen & Van Luit, 2003), tai niiden riskin perusteella (mm. Fuchs ym. 2007). Tutkimuksissa riskioppilaaksi on valikoitunut matematiikan testin perusteella usein heikoimpaan 20 - 25 persentiiliin kuuluva, mutta käytänteissä on vaihtelua (Mazzocco 2005). Joskus interventioihin on valikoitunut myös matematiikan oppimiseen vaikuttavan oppimisvaikeuden, kuten kielellisen vaikeuden perusteella (Koponen 2008).

6.3. Mittarit

Tämän tutkimuksen mittareina käytettiin matematiikan laskustrategioiden hallintaa mittaavia yhteenlaskutehtäviä sekä minäpystyvyyksmittaria, joissa oppilaan tuli itse arvioida omaa minäpystyvyyttään matematiikkaan liittyvillä väittämillä.

6.3.1. Matematiikan yhteenlaskustrategiat -mittari

Matematiikan laskustrategioiden hallintaa mitattiin kahdella tehtävällä. Ensimmäisessä matematiikan yhteenlaskustrategioiden hallintaa mittaavassa tehtävässä mitattiin oppilaan yhteenlaskustrategian valintaa ns. aikarajoitetussa tilanteessa (strategia A). Oppilaan piti ratkaista kaksikymmentä yhteenlaskua lukualueelta 0–20 kolmessa sekunnissa tai nopeammin. Tehtävän yhteenlaskut olivat $9+6$, $9+9$, $4+9$, $7+9$, $2+8$, $7+8$, $8+5$, $8+3$, $4+7$, $6+7$, $7+3$, $7+5$, $4+6$, $6+6$, $6+8$, $6+5$, $3+5$, $5+4$, $4+4$ ja $2+9$. Yhteenlaskut näytettiin oppilaalle yksi lasku kerrallaan. Tutkija antoi “äänimerkin” kolmen sekunnin kohdalla. Jos lapsi onnistui ratkaisemaan laskun ennen äänimerkkiä tai samaan aikaan äänimerkin kanssa, hän sai tehtävästä yhden pisteen. Jos ratkaisuaika ylitti kolme sekuntia, lapsi sai tehtävästä 0 pistettä.

Toisessa tehtävässä mitattiin, millaisen yhteenlaskustrategian oppilas valitsee ns. aikarajattomassa tilanteessa, jossa hänelle ei ole asetettu aikapainetta yhteenlaskun ratkaisemiseen (strategia B). Oppilaalle näytettiin 12 yhteenlaskutehtävää lukualueelta 0–20 yksi lasku kerrallaan. Oppilaalle annettiin ohje ratkaista tehtävä mahdollisimman nopeasti ja tarkasti parhaalla katsomallaan tavalla, antamatta kuitenkaan mitään aikarajaa ratkaisulle. Tehtävän yhteenlaskut olivat $9+6$, $4+9$, $7+9$, $2+8$, $7+8$, $8+5$, $6+7$, $7+5$, $4+6$, $6+8$, $6+5$ ja $2+9$. Oppilaan suoritus pisteytettiin sen mukaan, miten nopeasti hän suoritti yksittäisen laskun ja millaista laskustrategiaa hän suorituksessaan käytti. Jokainen laskutehtävä pisteytettiin erikseen heti suorituksen jälkeen. Tehtävän pisteytys oli seuraava: 0 p = lapsi ratkaisee tehtävän väärin tai ei anna tehtävään vastausta, 1 p = lapsi pystyy hakemaan muististaan vastauksen laskuun välittömästi ja ratkaisee laskun alle kolmessa sekunnissa, 2 p = lapsi ratkaisee laskun mielessään, mutta aikaa kuluu enemmän kuin kolme sekuntia, 3 p = lapsi ratkaisee laskun mielessään luettelemalla ja 4 p = lapsi ratkaisee laskun luettelemalla ääneen. Tehtävässä mitattiin myös sitä, käyttäkö lapsi sormia laskemisen apuna sekä kummasta yhteenlaskettavasta luvusta lapsi aloittaa yhteenlaskun ratkaisemisen. Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin tämän tehtävän osalta vain lapsen valitsemaa yhteenlaskustrategiaa pisteytyksen

0–4 mukaan, eikä siis huomioitu sitä, käyttääkö lapsi sormia laskemisen apuna tai minkä luvun lapsi valitsee yhteenlaskuissa aloitusluvuksi.

6.3.2. Minäpystyvyys -mittari

Tutkimuksen minäpystyvyysmittari on rakennettu Banduran (2006) ajatusten pohjalta. Minäpystyvyys ja oppimisvaikeusinterventiot -hankkeen tutkijat ovat tehneet ja muokanneet minäpystyvyyttä mittaavat kysymykset ja väittämät vastaamaan tässä kyseisessä hankkeessa tehtäviin tutkimuksiin. Minäpystyvyys ilmenee hyvin spesifisti sekä tehtävä- että tilannekohtaisesti. Tämän vuoksi on tärkeää, että myös minäpystyvyyttä arvioivat mittarit on rakennettu arvioimaan juuri sitä yksittäistä osa- aluetta, jossa minäpystyvyyttä halutaan arvioida. (Pajares & Miller 1995). Tutkimuksen minäpystyvyytä väittämällä arvioitiin lasten minäpystyvyyttä ja itsesääätelyä matematiikassa, akateemiseen suoriutumiseen liittyvää minäpystyvyyttä, tilannesidonnaista minäpystyvyyttä sekä laskutehtäväkohtaista minäpystyvyyttä. Tässä tutkimuksessa oppilaiden piti itse arvioida, minkä tasoisesti he suoriutuisivat kysytyistä, erilaisista matematiikkaan liittyvistä ja erilaisia matematiikan taitoja vaativista tehtävistä.

Itsesäätelyn ja matematiikan minäpystyvyyteen liittyvät kysymykset olivat seuraavanlaisia: Kuinka varma olet, että pystyt tekemään kaikki matematiikan kotitehtävät, vaikka ne olisivat sinulle vaikeita?, Kuinka varma olet, että pystyt keskittymään laskemiseen silloinkin, kun se tuntuu tylsältä? ja Kuinka varma olet, että pystyt keskittymään hyvin matematiikan tehtäviin luokassa? Akateemiseen suoriutumiseen liittyvissä minäpystyvyyuskysymyksissä kysyttiin mm. Kuinka varma olet, että pystyt oppimaan laskemaan yhteenlaskuja nopeammin? ja Kuinka varma olet, että pystyt oppimaan laskemaan niin, että teet vähemmän virheitä? Tilannesidonnaista minäpystyvyyttä mittaavissa kysyttiin mm. Kuinka varma olet, että pystyt laskemaan yhteenlaskuja nopeasti mielessä? Kuinka varma olet, että pystyt laskemaan kaupassa, kuinka paljon sinulla on rahaa? Kuinka varma olet, että pystyt laskemaan kaupassa, riittävätkö rahasi ostoksiin tai kuinka paljon saat rahaa takaisin? Kuinka varma olet, että pystyt pelaamaan lautapelejä, joissa pitää laskea päässä nopeasti? Laskutehtäväkohtaista minäpystyvyyttä mitattiin kysymyksellä, joka oli sama kaikkien kahdeksan tehtävätyypin kohdalla: Kuinka varma olet, että pystyt laskemaan tällaisia laskuja nopeasti? Näissä tehtävissä oppilaalle näytettiin taululla yhdeksän yhteenlaskua kerrallaan viiden sekunnin ajan ja oppilaan tehtävä oli arvioida, pystyisikö hän laskemaan taululla näkemänsä laskut nopeasti

eli tietäisikö hän oikean vastauksen laskuihin heti. Laskut alkoivat helpoista yksinnumeroisten lukujen yhteenlaskuista (esim. 2+4 ja 6+8) vaikeutuen aina asteittain siten, että seuraavaksi toinen yhteenlaskettava oli kaksinumeroinen luku (esim. 39+5). Tämän jälkeen kaksinumeroiseen lukuun lisättiin kaksinumeroinen luku (esim. 68+42), kaksinumeroiseen lukuun lisättiin kolmenumeroinen luku (esim. 387+66) ja viimeiset yhteenlaskettavat olivat jo kolme- ja neljännumeroisia lukuja (esim. 2765+654 ja 543+9167). Kaikki kysymykset arvioitiin 7-portaisella Likert-asteikolla, jossa väittämät olivat seuraavat: 1= Olen täysin varma, että en pysty. 2= Olen melko varma, että en pysty. 3= Ehkä en pysty. 4= En osaa sanoa. 5= Ehkä pystyn. 6= Olen melko varma, että pystyn. 7= Olen täysin varma, että pystyn.

Tämän tutkimuksen aineistossa oli mukana 17 matematiikan minäpystyvyyden eri osa-alueita mittaavaa minäpystyvyyksikysymystä. Minäpystyvyyttä mitattiin ainoastaan alkumittauspisteessä A tai B. Tutkimuskysymysten kannalta oli tarkoituksenmukaista muodostaa vain yksi matematiikan minäpystyvyyttä yleisesti mittaava keskiarvosumma, eikä lähteä muodostamaan useita eri matematiikan minäpystyvyyden osa-alueita mittaavia summamuuttujia. Kaikista seitsemästätoista minäpystyvyytä väittämästä muodostetun minäpystyvyyssumman Cronbachin alfa oli .85.

6.4. Tutkimuksen reliabiliteetti ja validiteetti

Tutkimuksen minäpystyvyyttä mittaavan mittarin reliabiliteetti laskettiin Chronbachin alfa - kertoimen avulla. Cronbachin alfa -kertoimella mitataan osioiden keskinäistä yhdenmukaisuutta eli sitä, kuinka hyvin yksittäiset kyselylomakkeen kysymykset mittaavat samaa asiaa (Jokivuori & Hietala 2007; 135; Metsämuuronen 2005, 102; Nummenmaa 2009, 356-357). Alfa-kerroin voi vaihdella välillä 0–1. Mitä suurempi alfa-kerroin on, sitä suurempi on reliabiliteetti. Hyvän reliabiliteetin alfa-kerroin tulisi olla yli .70 (Heikkilä 2004, 187; Nummenmaa 2009, 378). Erätuulen, Leinon ja Yli-Luoman (1994, 104; Nummenmaa 2009, 378-379) mukaan kyselytutkimuksissa hyvä reliabiliteetti on .80 ja huolestuttavan heikko alle .50.

Tutkimuksen validiteetilla tarkoitetaan tutkimuksen pätevyyttä eli mittaako testi sitä, mitä sen on ajateltu mittaavan (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2004, 216; Holopainen & Pulkkinen 2006, 14; Metsämuuronen 2006, 66; Nummenmaa 2009, 361). Kyselytutkimuksissa tutkimuksen validiteetin vaikuttaa se, pystytäänkö tutkimuskysymyksillä vastaamaan tutkimusongelmaan (Heikkilä 2004, 186). Usein

validiteetti jaetaan ulkoiseen ja sisäiseen validiteettiin. Ulkoisella validiteetilla tarkoitetaan sitä, miten hyvin tutkimus on yleistettävissä (Heikkilä 2004, 186; Metsämuuronen 2006, 57; Metsämuuronen 2009, 65). Sisäisellä validiteetilla taas tarkoitetaan mittarin omaa luotettavuutta. (Metsämuuronen 2006, 57; Metsämuuronen 2009, 65).

6.5. Aineiston analyysi

Aineisto analysoitiin SPSS 20.0-ohjelmalla. Analyysissä päädyttiin käyttämään parametrisiä testejä, koska Metsämuuronen (2004) mukaan parametrisiä testejä voidaan käyttää, kun otoksen koko on minimissään 30 ja mikäli ryhmien välillä tehdään vertailuja, tulisi vertailtavissa ryhmissä olla mielellään yli 30 vastaajaa. Tässä tutkimuksessa otoksen koko on $n = 75$ ja interventoryhmissä vastaajia on $n = 40$ ja $n = 35$. Parametriset testit edellyttävät normaalijakaumaa ja vähintään välimatkatasoisia muuttujia. Muuttujien jakaumat testattiin Kolmogorov-Smirnovin testillä. Testi ei suosittelen kovin helposti sen oletuksen hylkäämistä, että jakauma on normaalisti jakautunut, minkä vuoksi tarkastelimme jakaumia myös histogrammeista. Muuttujan strategia A (aikarajoitettu tilanne) jakaumissa havaittiin lievää ei-normaalijakautuneisuutta, joten ennen analyysijä jakaumille tehtiin käännökset ja neliöjuurimuunnokset.

Oppilaiden matematiikan yhteenlaskustrategioiden ja minäpystyvyyden välistä yhteyttä alkumittaustilanteessa (mittauspisteet A ja B) analysoitiin Pearsonin korrelaatiokertoimella, mutta tulokset varmennettiin laskemalla myös Spearmanin korrelaatiokertoimet, jotta varmistuttaisiin siitä, että muuttujien mahdollinen lievä ei-normaalijakautuneisuus ei vääristä tuloksia. Strategia A:n (aikarajoitettu tilanne) 20 yksittäisestä laskusta laskettiin keskiarvosumma, kuten myös strategia B:n (aikarajaton tilanne) 12 yksittäisestä laskusta laskettiin keskiarvosumma. Korrelaatiota tarkasteltiin näiden keskiarvosummien ja minäpystyvyyden välillä. (Taulukko 2)

TAULUKKO 2. Muunnettujen summamuuttujien keskiarvot ja -hajonnat eri mittauspisteissä interventioryhmittäin.

	Matematiikan taitoryhmä			Matematiikan taito- ja minäpystyvyyssryhmä			
	<i>n</i>	<i>ka</i>	<i>kh</i>	<i>n</i>	<i>ka</i>	<i>kh</i>	<i>α</i>
Minäpystyvyyys	38	4,80	0,92	35	4,91	0,87	.85
Aikarajoitettu tilanne							
Mittauspiste A	37	1,52	0,55	31	1,62	0,61	
Mittauspiste C	37	2,76	0,62	31	2,70	0,65	
Mittauspiste D	37	2,54	0,73	31	2,64	0,62	
Aikarajaton tilanne							
Mittauspiste B	33	2,67	0,67	31	2,65	0,61	
Mittauspiste C	33	3,28	0,41	31	3,26	0,44	
Mittauspiste D	33	3,16	0,42	31	3,21	0,47	

Huom. *ka* = keskiarvo, *kh* = keskihajonta, *α* = Cronbachin alfa

Tarkasteltaessa eroaako lasten nopeiden yhteenlaskustrategioiden (lapsi ratkaisee laskun mielessään 3 sekunnissa tai sen alle) käyttö aikarajoitetussa (strategia A) ja aikarajattomassa (strategia B) tilanteessa, analyysissä käytettiin sekä aikarajoitetun että -rajattoman tehtävän vastinlaskuja. Aikarajoitetun tehtävän 20 laskusta valittiin samat 12 laskua, jotka olivat aikarajattomassa tehtävässä. Näistä laskuista laskettiin keskiarvosummat, joiden erotuksesta laskettiin suhteellisuusluvut. Suhteellisuusluvut kertoivat, kuinka monta prosenttia tehtävän laskuista lapsi laskee käyttäen nopeita yhteenlaskustrategioita, eli kuinka monta prosenttia laskuista hän ratkaisee suoriutumalla laskutehtävästä kolmessa sekunnissa tai sen alle.

Suhteellisuuslukujen jakauman mukaan muodostettiin kolme ryhmää. Ensimmäinen ryhmä (16 oppilasta) muodostettiin tutkittavista, jotka saivat suhteellisuuslukujen erotuksena arvon, joka oli pienempi kuin -10 . Tähän ryhmään kuuluivat oppilaat, jotka yhteenlaskutehtäviä ratkaistessaan valitsivat useammin nopeita yhteenlaskustrategioita aikarajattomassa tilanteessa, eli matematiikan strategiat B:ssä. Aikarajattomassa tilanteessa oppilas sai ilman aikarajoitusta valita käyttämänsä strategian ja ratkaista tehtävän. Toinen ryhmä (21 oppilasta) muodostettiin tutkittavista, jotka asettuivat suhteellisuuslukujen erotuksessa arvon 0 läheisyyteen, eli saivat erotuksen, joka oli välillä $-09 - .09$. Tämän ryhmän oppilailla ei ollut eroa siinä, kummassa tilanteessa he valitsivat nopeita

yhteenlaskustrategioita tehtäviä ratkaistessaan. Kolmas ryhmä (35 oppilasta) muodostettiin tutkittavista, jotka saivat suhteellisuuslukujen erotuksesta suuremman arvon kuin .10. Kolmannen ryhmän oppilaat valitsivat useammin nopeita yhteenlaskustrategioita aikarajoitetussa tilanteessa, eli matematiikan strategiat A:ssa. Aikarajoitetussa tilanteessa oppilaan tuli ratkaista tehtävä kolmessa sekunnissa tai sen alle. Ryhmien jakaumia tarkasteltiin frekvenssianalyysin avulla.

Minäpystyvyyden yhteyttä nopeiden yhteenlaskustrategioiden valintaan aikarajoitetussa (strategia A) ja aikarajattomassa (strategia B) tilanteessa analysoitiin niin ikään Pearsonin korrelaatiokertoimen avulla. Korrelaatiota tarkasteltiin suhteellisuuslukujen jakauman mukaan muodostettujen ryhmien ja minäpystyvyyden lähtötason välillä. Myös tässä tulos varmistettiin laskemalla Spearmanin korrelaatiokertoimet. Lisäksi yksisuuntaisen varianssianalyysin (Oneway, ANOVA) avulla haluttiin vielä tarkastella ryhmien minäpystyvyyden keskiarvoja ja selvittää onko ryhmien välisissä minäpystyvyyden keskiarvoissa eroja.

Oppilaiden matematiikan yhteenlaskustrategioiden kehittymistä interventioiden myötä sekä interventioryhmän vaikutusta matematiikan yhteenlaskustrategioiden kehittymiseen kolmessa eri mittauspisteessä A(B), C ja D (Taulukko 1) tarkasteltiin toistomittausten monimuuttujaisen varianssianalyysin MANOVA :n avulla sekä aikarajoitetun (strategia A) että aikarajattoman (strategia B) tilanteen osalta. Jakaumien normaalisuustarkastelussa huomioitiin joidenkin jakaumien lievä ei-normaalisuus ja jakaumille tehtiin neliöjuurimuunnokset. Analyyseissä käytettiin riippuvien muuttujien (aikarajoitetun ja -rajattoman tilanteen) muunnettuja keskiarvosummaa

Pearsonin korrelaatiokertoimilla ja hierarkkisella lineaarisella regressioanalyysillä selvitettiin, onko oppilaiden minäpystyvyyden lähtötasolla ollut yhteyttä interventiosta hyötymiseen. Menetelmä valittiin, koska intervention vastetta ja minäpystyvyyden välistä yhteyttä tarkastellessa haluttiin aluksi poistaa mahdollinen iän ja sukupuolen vaikutus intervention vasteeseen. Ensimmäisellä askeleella katsottiin kontrollimuuttujien eli iän ja sukupuolen yhteydet interventiosta saatuun mahdolliseen hyötyyn. Toisella askeleella katsottiin varsinaisen minäpystyvyyden –summamuuttujan yhteys interventiosta saatuun mahdolliseen hyötyyn. Selitettävänä muuttujana oli intervention hyöty, joka saatiin laskemalla erotusmuuttuja vähentämällä loppumittauksen (C) summasta alkumittauksen (A) summa.

7. TULOKSET

7.1. Minäpystyvyyden yhteys lapsen käyttämiin yhteenlaskustrategioihin

Minäpystyvyyden ja yhteenlaskustrategioiden väliset korrelaatiot on esitetty taulukossa 3. Korrelaatiotarkastelussa havaittiin vahvempaa yhteyttä minäpystyvyyden ja aikarajoitetun tilanteen kuin minäpystyvyyden ja aikarajattoman tilanteen välillä. Minäpystyvyyden ja aikarajoitetun tilanteen välillä oli positiivinen korrelaatio: mitä pystyvimmiksi lapset tunsivat itsensä, sitä tehokkaammin he toimivat aikarajoitetussa tilanteessa, eli strategia A:ssa. Sen sijaan minäpystyvyys ei ollut yhteydessä siihen, missä määrin lapset käyttivät nopeita strategioita aikarajattomassa eli strategia B:n tilanteessa.

TAULUKKO 3. Minäpystyvyyden yhteys lapsen käyttämiin strategioihin.

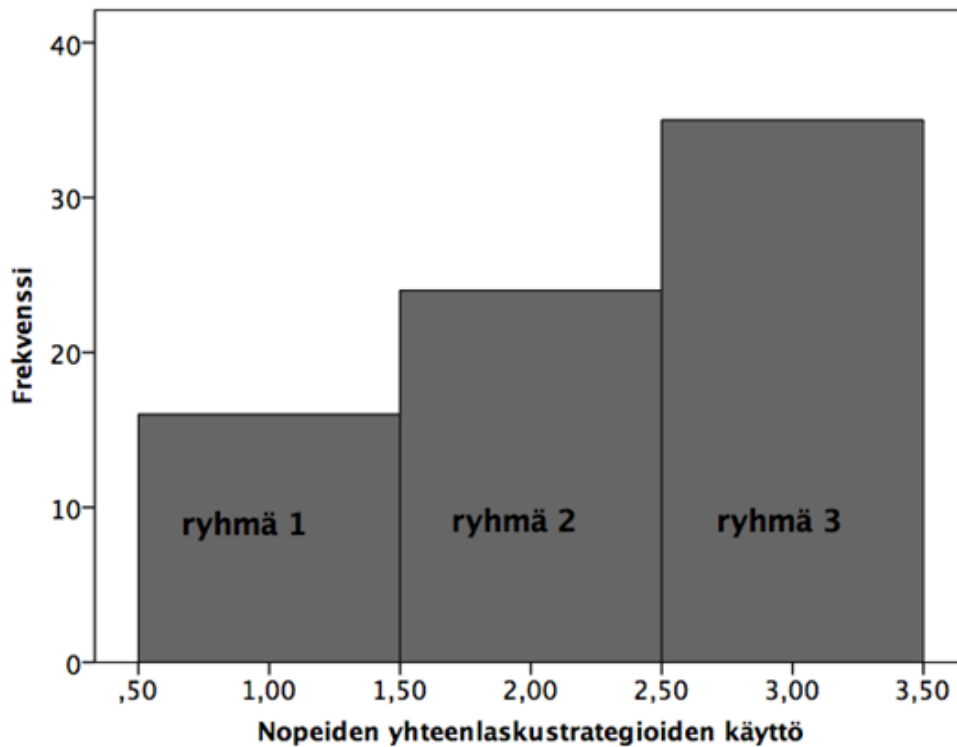
	1	2	3
1 Minäpystyvyys	1		
2 Strategia A	0.26*	1	
3 Strategia B	0.12	0.38**	1

Huom. * $p < .05$, ** $p < .01$.

7.2. Nopeiden yhteenlaskustrategioiden valinta aikarajoitetussa ja – rajattomassa tilanteessa

Tarkasteltaessa eroaako lasten nopeiden yhteenlaskustrategioiden käyttö aikarajoitetussa (strategia A) ja aikarajattomassa (strategia B) tilanteessa oppilaista muodostettiin kolme ryhmää sen mukaan, kuinka usein lapsi ratkaisi laskutehtävän käyttäen nopeita yhteenlaskustrategioita eli ratkaisi tehtävän kolmessa sekunnissa tai sen alle. (Kuvio 2). Suurin osa (ryhmä 3, 46,7%) lapsista toimi tehokkaammin eli käytti nopeita yhteenlaskustrategioita useammin aikarajoitetussa tilanteessa eli strategia A:ssa. Sen sijaan 32,0% (ryhmä 2) lapsista ei ollut havaittavissa selkeää eroa nopeiden yhteenlaskustrategioiden käytössä sen suhteen oliko tilanne aikarajoitettu vai -rajaton, eli

heidän nopeiden strategioiden käyttö oli tilanteesta riippumatonta. Vain noin viidesosa (ryhmä 1, 21,3%) lapsista toimi tehokkaammin, eli käytti nopeita yhteenlaskustrategioita useammin aikarajattomassa tilanteessa eli strategia B:ssä.



KUVIO 2. Nopeiden yhteenlaskustrategioiden käyttö aikarajoitetussa ja -rajattomassa tilanteessa ($n = 75$; $ka = 2,25$; $kh = 0,79$).

7.3. Minäpystyvyyden yhteys nopeiden yhteenlaskustrategioiden valintaan

Minäpystyvyydellä ei ollut yhteyttä nopeiden yhteenlaskustrategioiden valintaan aikarajoitetussa ja -rajattomassa tilanteessa ($r = 0.126$; $p = .289$). Yksisuuntainen varianssianalyysi osoitti, että ryhmällä ei ollut vaikutusta oppilaiden minäpystyvyyden tunteeseen: $F(2,72) = 0.56$, $p = .572$. (Taulukko 4).

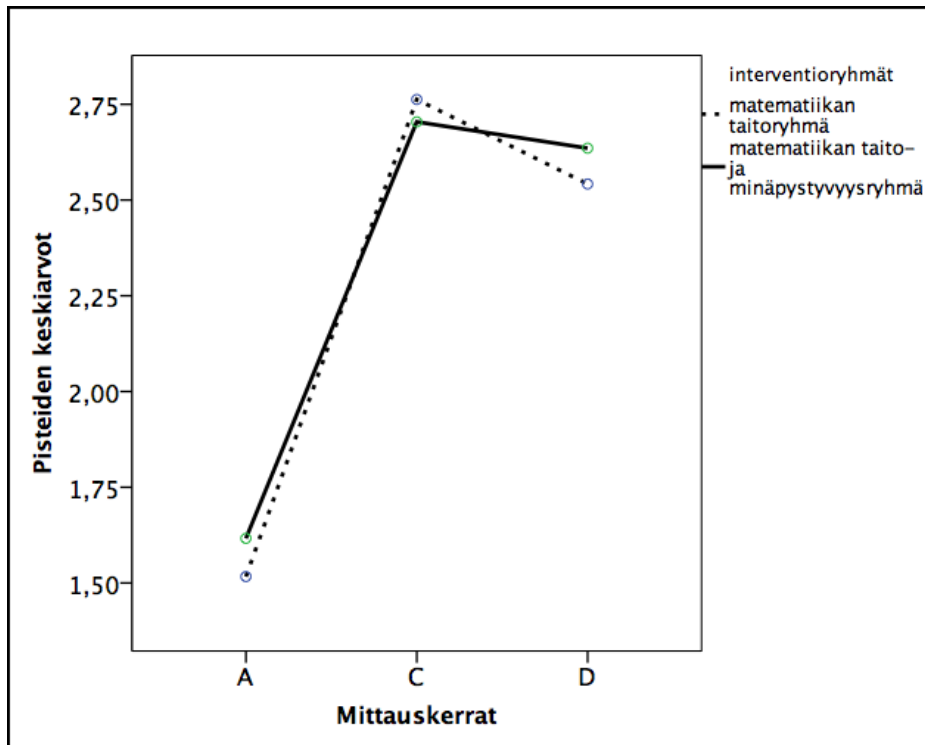
TAULLUKKO 4. Ryhmien keskiarvot minäpystyvyydessä.

Ryhmä	<i>N</i>	Keskiarvo	Keskihajonta	Keskiarvon 95% luottamusväli	<i>F</i>	<i>p</i>
1	16	4.67	0.90	4.19, 5.15	0.56	.572
2	23	4.82	0.91	4.43, 5.22		
3	34	4.96	0.89	4.65, 5.27		

7.4. Intervention vaikutus yhteenlaskustrategioiden kehitykseen

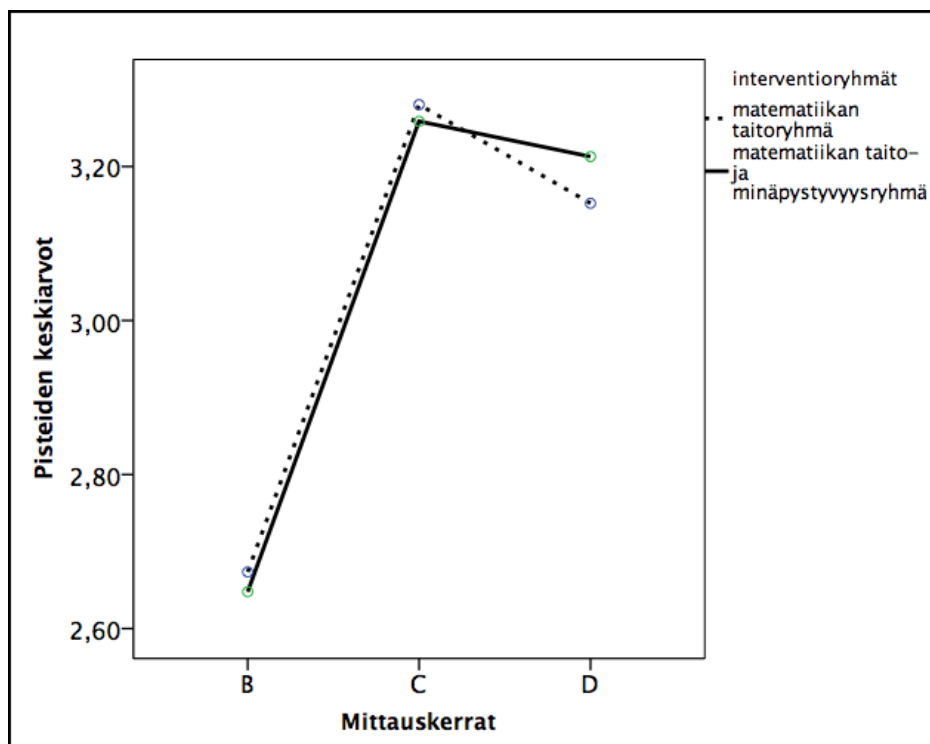
Oppilaiden yhteenlaskustrategioiden ja interventioiden välillä ei ollut yhdysvaikutusta, ts. yhteenlaskustrategioiden mahdollinen keskiarvotason muutos eri mittauspisteissä oli samanlaista interventioryhmissä sekä aikarajoitetussa ($F(2, 65) = 0.59, p = .56$) että aikarajattomassa ($F(2, 61) = 0.34, p = .71$) tilanteessa. Oppilaiden yhteenlaskustrategiat kehittyivät kuitenkin tilastollisesti erittäin merkitsevästi intervention myötä eri mittauspisteiden välillä sekä aikarajoitetun ($F(2, 65) = 116.59, p < .001, \text{osittais-}\eta^2 = 0.78$) että aikarajattoman ($F(2, 61) = 31.514, p < .001, \text{osittais-}\eta^2 = 0.51$) tilanteen kohdalla (Taulukko 2).

Oppilaiden yhteenlaskustrategiat kehittyivät tehokkaammin aikarajoitetussa tilanteessa alkumittauksen (A) ja loppumittauksen (C) välillä ($F(1, 66) = 209.22, p < .001, \text{osittais-}\eta^2 = 0.76$). Aikarajattomassa tilanteessa kehitystä tapahtui alkumittauksen (B) ja loppumittauksen (C) välillä ($F(1, 62) = 62.09, p < .001, \text{osittais-}\eta^2 = 0.50$). Sen sijaan loppumittauksen (C) ja seurantamittauksen (D) välillä ei ollut tapahtunut muutosta aikarajoitetussa ($F(1, 66) = 2.73, p = .103, \text{osittais-}\eta^2 = 0.04$) eikä myöskään aikarajattomassa ($F(1, 62) = 2.60, p = .113, \text{osittais-}\eta^2 = 0.40$) tilanteessa. Näiden mittauspisteiden välillä taso oli pysynyt jokseenkin samana molempien strategioiden kohdalla. (Kuviot 3 ja 4.)



Huom. A = alkumittauspiste, C = loppumittauspiste, D = seurantamittauspiste

KUVIO 3. Yhteenlaskustrategioiden kehittymisen muutos mittauskertojen A, C ja D välillä aikarajoitettu tilanteessa (strategiassa A).



Huom. B = alkumittauspiste, C = loppumittauspiste, D = seurantamittauspiste

KUVIO 4. Yhteenlaskustrategioiden kehittymisen muutos mittauskertojen A, B ja D välillä aikarajattomassa tilanteessa (strategiassa B).

7.5. Interventoryhmän vaikutus yhteenlaskustrategioiden kehitykseen

Interventoryhmien välillä ei ollut keskiarvoeroja yhteenlaskustrategioiden kehittymisessä eri mittauspisteiden välillä (Taulukko 2). Tutkimuksen mukaan interventoryhmällä ei ollut vaikutusta aikarajoitetussa ($F(1, 66) = 0.14, p = .705, \text{osittais-eta}^2 = 0.002$) eikä myöskään aikarajattomassa ($F(1, 62) = 0.002, p = .965, \text{osittais-eta}^2 = 0.00$) tilanteessa. Interventoryhmät kehittyivät samassa tasossa eri mittauspisteiden välillä. Taulukossa 5 on esitetty yhteenveto yhteenlaskustrategioiden kehittymisestä interventoryhmien välillä.

TAULUKKO 5. Yhteenveto yhteenlaskustrategioiden kehittymisestä interventoryhmien välillä.

	Yhdysvaikutus			Ajan päävaikutus			Ryhmätekijän päävaikutus		
	F-arvo	(df ₁ , df ₂)	eta ²	F-arvo	(df ₁ , df ₂)	eta ²	F-arvo	(df ₁ , df ₂)	Eta ²
Aikarajoitettu tilanne	0.59	(2, 65)	0.018	116.59*	(2, 65)	0.78	0.14	(1, 66)	0.002
Aikarajaton tilanne	0.34	(2, 61)	0.011	31.514*	(2, 61)	0.51	0.002	(1, 62)	0.000

Huom. * = $p < .001$

7.6. Minäpystyvyyden lähtötason vaikutus interventioista hyötymiseen

Taulukossa 6 on esitetty muuttujien Pearsonin korrelaatiokertoimet. Kuten taulukosta käy ilmi, intervention hyöty, ikä, sukupuoli ja minäpystyvyyden lähtötaso eivät korreloineet keskenään eli niiden välillä ei ollut multikollineaarisuutta.

TAULUKKO 6. Muuttujien Pearsonin korrelaatiokertoimet.

	1	2	3	4
1 Intervention hyöty	1			
2 Ikä	.021	1		
3 Sukupuoli	.080	-.032	1	
4 Minäpystyvyyden lähtötaso	0.005	.042	-.148	1

Minäpystyvyyden lähtötaso ei selittänyt interventiosta mahdollisesti saatua hyötyä $F(3, 66) = 1.628, p = .192$. Oppilaiden minäpystyvyyden lähtötaso selitti vain 1% intervention hyödystä. Myöskään ikä ei selittänyt intervention hyötyä (0,1%). Sen sijaan sukupuoli oli yhteydessä interventiosta hyötymiseen. Sukupuoli selitti 6,1% intervention hyödystä. Tytöt hyöttyivät interventiosta poikia enemmän. Regressiomallin kokonaisselitysaste oli vain 7.2%, eli ikä, sukupuoli ja minäpystyvyys selittivät yhdessä vain n. 7% intervention hyödystä, josta jää selittymättä n. 93%. Taulukossa 7 on esitetty hierarkkisen lineaarisen regressioanalyysin tulokset.

TAULUKKO 7. Iän, sukupuolen ja minäpystyvyyden yhteys intervention hyötyyn hierarkkisella lineaarisella regressioanalyysillä tarkasteltuna.

<i>Selittävät muuttujat</i>	Intervention hyöty aikapaineistetussa tilanteessa			
	β	p-arvo	ΔR^2	R^2
Askel 1:				
Ikä	- 0.032	.794	0.001	0.001
Sukupuoli	- 0.262	.037	0.061	0.062
Askel 2:				
Minäpystyvyys	- 0.101	.413	0.010	0.072

Huom. β = standardoitu regressiokerroin mallin viimeiseltä askeleelta, kun kaikki mallin muuttujat ovat mukana, ΔR^2 = selitysasteen muutos, kun askeleen kaikki muuttujat ovat mukana, R^2 = mallin kokonaisselitysaste.

8. POHDINTA

Tutkimuksemme tarkoituksena oli selvittää 2.—5. -luokkalaisten minäpystyvyyden ja interventioiden yhteyttä oppilaan käyttämiin yhteenlaskustrategioihin. Tutkimuksemme oppilailla oli pulmia peruslaskutaidon sujuvuudessa. Selvitimme, eroaako lasten yhteenlaskustrategioiden käyttö aikarajoitetussa ja aikarajattomassa tilanteessa. Tarkastelimme myös eroaako lasten nopeiden yhteenlaskustrategioiden käyttö aikarajoitetussa ja -rajattomassa tilanteessa ja onko minäpystyvyys yhteydessä nopeiden yhteenlaskustrategioiden valintaan eri tilanteissa. Lisäksi selvitimme ovatko oppilaiden yhteenlaskustrategiat kehittyneet interventioiden myötä ja onko interventioryhmällä ollut merkitystä mahdolliseen yhteenlaskustrategioiden kehittymiseen. Tarkastelimme myös sitä, onko oppilaan minäpystyvyyden lähtötasolla ollut yhteyttä interventiosta hyötymiseen.

Tutkimuksemme tarttuu tärkeään aiheeseen lasten heikkojen laskutaitojen kehittämistä ja minäpystyvyyden merkityksestä matematiikan oppimisessa. Ensisijainen erityisopetuksen syy vuosina 2009-2010 alakoulussa oli noin kaksi kertaa useammin lukemiseen ja kirjoittamiseen liittyvät vaikeudet kuin matematiikan pulmat (Suomen virallinen tilasto, SVT 2015). Näyttää siltä, että matematiikan oppimisvaikeudet havaitaan suhteellisen myöhään, mikä saattaa aiheuttaa vaikeuksien kasaantumista ja erityisopetus sekä sen tarve eivät kohtaa (Aunola ym. 2006, Fuchs ym. 2007). Kuitenkin olisi mahdollista jo päiväkotiiässä tai ensimmäisellä luokalla löytää lapset, joilla on riski oppimisen pulmiin matematiikassa. Oppimisvaikeuksia voitaisiin ennaltaehkäistä varhaisilla interventioilla. Matematiikan interventiot ovat harvinaisempia pienillä lapsilla kuin lukemaan oppimisen interventiot. (Gersten 2009; Jordan 2007). Erityisopetuksessa ja interventiossa yhteenlaskustrategioiden opettaminen on tärkeää, jotta myöhempi matematiikan oppiminen olisi helpompaa. Strategioiden opettamisessa kannattaisi edetä konkreettisesta abstraktiin, mutta tarpeen mukaan hyödyntää myös lukuyhdistelmiä. (ks. mm. Carpenter & Moser 1984). Kehittyneitä laskustrategioita käytävillä oppilailla oli havaittu olevan yhteys hyvän minäpystyvyyden ja laskustrategioiden käytön välillä (Thronsen 2011).

Olisi tärkeää, että lapsi saisi onnistumisen kokemuksia matematiikassa, mikä vahvistaa hänen minäpystyvyyttään. Oppilaan minäpystyvyys ennustaa merkittävästi parempaa akateemista suoriutumista (Lee 2009; Parker ym. 2013; Stankov ym. 2014). Pystyvyydenkokemus muotoutuu ensimmäisten kouluvuosien aikana, jolloin se on erityisen herkkä muutoksille. Kun oppilas näkee yhteyden harjoittelun ja oppimisen välillä, hänen minäpystyvyytensä vahvistuu. Sen sijaan käsitys omasta pystyvyydestä saattaa muodostua

kielteiseksi, jos oppilas kohtaa liian haastavia tehtäviä. (Aro ym. 2014, 17). Matematiikan minäpystyvyyttä voidaan lisätä antamalla oppilaille positiivisia kokemuksia, vahvistamalla matematiikan perustaitoja sekä auttamalla oppimisen itsesäätelytaidoissa (Hall & Ponton 2002). Opettajalla on keskeinen rooli oppilaiden motivoimisessa ja positiivisten asenteiden luomisessa matematiikan oppimista kohtaan. Todennäköisesti opettajan innostuneisuus ja osaaminen matematiikassa vaikuttaa myös lapseen.

8.1. Tulosten tarkastelu

Tarkastellessamme minäpystyvyyden yhteyttä lapsen käyttämiin yhteenlaskustrategioihin, havaitsimme, että lapsen minäpystyvyyden ja aikarajoitetun tilanteen välillä löytyi merkitsevä yhteys. Sen sijaan minäpystyvyyden ja aikarajattoman tilanteen välistä yhteyttä ei löytynyt. Lapsen saamista tehtäväkohtaisista pisteistä voimme päätellä, millaisia yhteenlaskustrategioita hän käyttää. Mitä paremmat pisteet lapsi on saanut, sitä tehokkaammat laskustrategiat hänellä on käytössään. Banduran (1997) mukaan hyvän matematiikkaan liittyvän minäpystyvyyden omaavilla oppilailla on vähemmän negatiivisia tunnereaktioita vaikeissa tilanteissa ja he luottavat kykyihinsä myös vaikeissa matematiikan tehtävissä. Tunnetila saattaa joko lamaannuttaa oppilaan tai saada hänet tekemään töitä sinnikkäämmin suoriutuakseen (Aro ym. 2014; Bandura 1977; Usher & Pajares 2009). Tutkimuksessamme pystyvimmiksi kokevat lapset käyttivät enemmän nopeita ratkaisutapoja aikarajoitetussa tilanteessa kuin ne lapset, joiden minäpystyvyys ei ollut niin hyvä. Pystyvimmiksi kokevat lapset näyttivät luottavan enemmän omiin kykyihinsä aikapaineen alla, eli aikarajoitetussa tilanteessa, jossa tehtävän ratkaisulle oli asetettu aikaa vain 3 sekuntia tai sen alle.

Tarkasteltaessa eri tilanteiden vaikutusta nopeiden laskustrategioiden käyttöön havaitsimme, että suurin osa lapsista (46,7%) käytti enemmän nopeita yhteenlaskustrategioita aikarajoitetussa tilanteessa. Kun lapsi käyttää nopeita yhteenlaskustrategioita, hän käyttää tehokkainta yhteenlaskustrategiaa ja käytännössä muistaa vastauksen ulkoa. Hänen peruslaskutaitonsa ovat siis automatisoituneet. (Baroody 1987; Carpenter & Moser 1984). Tutkimuksessamme lapsista 32,0 % oli sellaisia, joille ei nopeiden yhteenlaskustrategioiden käytössä ollut merkitystä oliko laskutilanteessa aikarajoitusta vai ei. Loput lapsista (21,3%) käyttivät enemmän nopeita yhteenlaskustrategioita aikarajattomassa kuin -rajoitetussa tilanteessa. Yleisesti varotaan aikarajoitettuja laskutilanteita heikkojen laskijoiden kohdalla, vaikka tutkimuksemme mukaan suurin osa lapsista saa itsestään enemmän irti näissä

tilanteissa. Aikarajattomassa tilanteessa oppilaalla ei ole aikaa käyttää hitaampia varmistusstrategioita, vaan hän on ”pakotettu” antamaan vastauksensa heti. Moni lapsi on persoonallisuudeltaan sellainen, että hänellä on vain tarve varmistaa antamansa vastaus (Räsänen & Ahonen 2002, 217), jolloin laskemisesta tulee hitaampaa.

Tutkimusten mukaan oppilailla, jotka suoriutuvat paremmin aikarajattomassa tilanteessa on usein heikko työmuisti ja heikko laskutaidon sujuvuus, jotka voivat johtua muun muassa matemaattisista oppimisvaikeuksista. (Fazion 1999; Jordan ym. 2003). Torbeyn ym. (2001) strategian valintaa tarkastelevassa tutkimuksessa havaittiin, että lapsen mahdollisuus valita vapaasti millaista yhteenlaskustrategiaa hän käytti, auttoi häntä ratkaisemaan laskun nopeammin. Tilanteessa, jossa lasta ohjattiin käyttämään ”lisää kymppi täyteen” -strategiaa, laskeminen oli sen sijaan työlästä ja hidasta. Omassa tutkimuksessamme voimme rinnastaa tilanteen, jossa lapsi sai vapaasti valita käyttämänsä yhteenlaskustrategian, aikarajoitettuun tilanteeseen (strategia A). Aikarajattomassa tilanteessa (strategia B) tutkija on saattanut omalla toiminnallaan tiedostamattaan olla ohjaamassa strategian valintaa. Aikarajatonta yksilömittausta tehdessään tutkijan eräänä tehtävänä oli selvittää, millaista strategiaa oppilas käyttää. Tutkija on voinut johdatella oppilaan ajattelua ja toimintaa jonkin tietyn strategian valinnan suuntaan, kun tutkija on pyytänyt oppilasta kertomaan, miten hän on kysytyn yhteenlaskun ratkaissut. Tutkija on saattanut myös pyytää oppilasta kertomaan, kummasta numerosta oppilas on yhteenlaskun aloittanut. Tämän seurauksena oppilas on saattanut ajatella, että hänen tulisi ratkaista tehtävät käyttämällä tiettyä strategiaa, jolloin laskeminen on ollut hitaampaa. Oppilalle on saattanut tulla ajatus, että joku strategia on toista parempi. Oppilas ei ole välttämättä suorittanut strategian valintaa täysin itsenäisesti ajatellen.

Minäpystyvyydellä ei tässä tutkimuksessa todettu olevan yhteyttä siihen, kuuluiko lapsi niihin, jotka pystyivät käyttämään enemmän nopeita yhteenlaskustrategioita aikarajoitetussa kuin aikarajattomassa tilanteessa. Vaikka tutkimuksemme ryhmillä (1, 2 ja 3), jotka muodostettiin nopeiden laskustrategioiden tarkastelemista ja vertailua varten, olikin keskimääräistä paremmat minäpystyvyysepisteet (Taulukko 4), olivat kaikki tutkimuksemme lapset ikätasoonsa verrattuna heikkotasoisia matematiikassa. Matematiikan heikon taitotason vuoksi voidaan olettaa heillä olevan matematiikan oppimisvaikeuksia. Usein oppimisvaikeuksiin liittyy heikko minäpystyvyys. Oppilas, jolla on oppimisvaikeus saattaa myös arvioida minäpystyvyytensä väärin tai epätarkasti (Hampton & Mason 2003; Jungert & Andersson 2013; Klassen 2002). Näistä syistä voimme ajatella, että lasten arvioinnit omasta minäpystyvyydestään eivät välttämättä ole täysin totuudenmukaisia.

Matematiikan taidoiltaan heikolla lapsella saattaa olla heikko tietoisuus omia taitojaan kohtaan ja hän ei luota kykyihinsä ratkaista tehtäviä. Kun lapsella on aikaa ilman aikarajoitusta pohtia tehtävää, alkaa hän helposti epäillä osaamistaan ja kykyänsä ratkaista tehtävä. Epäröinti saattaa olla seurausta lapsen aiemmista matematiikkaan liittyvistä epäonnistumisen kokemuksista tai hänen matematiikan suorituksistaan saamastaan negatiivisesta palautteesta (Bandura 1977; 1997; Stajkovic & Luthans 1998; Usher & Pajares 2009). Sen sijaan aikarajoitetussa tilanteessa epäröinnille ei ole aikaa ja lapsi saa enemmän itsestään irti. Kun lapsen matemaattiset taidot ovat kehittyneet käyttämään nopeita laskustrategioita, varmuus vastauksesta ohjaa lasta käyttämään nopeita laskustrategioita myös aikarajattomassa tilanteessa eikä hänen tarvitse tukeutua varmistustrategioiden käyttöön (Räsänen & Ahonen 2002, 217).

Tutkimuksemme mukaan oppilaiden yhteenlaskustrategiat olivat kehittyneet molemmissa interventioryhmissä heti intervention jälkeen toteutetussa loppumittauksessa. Myös aiemmissa tutkimuksissa interventioista on todettu olevan hyötyä (mm. Bryant ym. 2008; Dowker 2005; Gersten ym. 2005). Tämä tarkoittanee sitä, että jatkuvalla harjoittelulla on merkitystä taidon kehittymiselle ja harjoittelun vaikutus oli suhteellisen pysyvää ainakin viiden kuukauden seurannan aikana. Interventiosta hyötyminen on vaikeampaa ja hitaampaa, jos lapsella on erityisiä vaikeuksia matematiikan oppimisessa (Gersten ym. 2005).

Tutkimuksemme oppilaat saivat pienryhmässä kahdentoista viikon ajan systemaattista ohjausta yhteenlaskustrategioiden harjoittamiseen opettajan ohjauksessa. Opettajan ohjaamasta interventiosta pienryhmässä ollaan saatu aiempienkin tutkimusten mukaan hyviä tuloksia (mm. Bryant & Bryant 2008; Bryant ym. 2014; Kroesbergen & Van Luit 2003). Bryant ym. (2014) ovat todenneet, että heikoimmatkin oppilaat hyötyivät systemaattisesta ja intensiivisestä yhdistetystä tietokone- ja opettajajohtoisesta pienryhmä interventiosta. Tutkimuksemme opettajajohtoisessa interventiossa laskustrategioita harjoiteltiin paljon pelien avulla, jota suositetaan yleisesti matematiikan interventioissa (mm. Baroody 1999). Pelit motivoivat lapsia toistamaan laskuja ja niiden avulla pyritään keskittämään lapsen huomio nimenomaan tietyn matematiikan sisällön oppimiseen (Koponen ym. 2011).

Tarkastellessamme interventioryhmien vaikutusta yhteenlaskustrategioiden kehittymiseen, totesimme, että yhteenlaskustrategioiden kehittyminen oli samanlaista molemmissa ryhmissä. Molemmat interventioryhmät saivat samanlaista tukea matematiikan taitoharjoitteluun, mikä saattaa osaltaan vaikuttaa siihen, että ryhmien välillä ei ollut eroa. Ryhmän vaikutusta yhteenlaskustrategioiden kehittymiseen tarkasteltiin sekä aikarajoitetussa että -rajattomassa tilanteessa. Minäpystyvyyttä tukevalla palautteella saatu kehittyminen ei

eronnut keskiarvollisesti pelkkää matematiikan taitoa harjaannutavan ryhmän kehittymisestä. Tarkasteltaessa interventioryhmien minäpystyvyyttä alkumittauksilanteessa, ryhmien minäpystyvyydjakaumat olivat yllättävän normaalisti jakautuneita (Taulukko 2), vaikka tutkimuksemme oppilaat olivat matematiikan taidoiltaan heikkoja. Oletettavaa olisi, että minäpystyvyydjakaumassa olisi painottunut alhaisemmat minäpystyvyyden pisteet. Minäpystyvyyden normaalijakautuneisuus voi johtua siitä, että oppilaiden arviot omasta minäpystyvyydestään eivät ole vielä realistisia (Jungert ym. 2014; Jungert & Andersson 2013). Lisäksi oppilailla voidaan olettaa olevan oppimisvaikeuksia, minkä vuoksi he saattavat yli- tai aliarvioida sekä arvioida epätarkasti minäpystyvyyttään (Hampton & Mason 2003; Klassen 2002; Pajares 2002; Throndsen 2011). Interventioryhmissä oppilaat olivat hyvin samantasoisia minäpystyvyyden arvioinneiltaan. Tutkimuksemme minäpystyvyyden aineisto on kerätty alkumittauksessa, jolloin eroa eri interventioryhmien välillä ei havaittu kenties johtuen oppilaiden samankaltaisesta matematiikan taitotasosta. Yleisesti tutkimuksissa on todettu oppilaan minäpystyvyyden vaikuttavan voimakkaasti matematiikassa suoriutumiseen (Lee 2009; Liu & Koirala 2009; Väisänen & Ylönen 2004; Zimmerman 2000). Ryhmien välille olisi saattanut muodostua eroa, jos tutkimuksessamme olisi tarkasteltu minäpystyvyyden muutosta loppu- ja seurantamittauksissa, kun oppilaat ovat saaneet minäpystyvyyttä tukevaa palautetta interventioissa.

Vaikka tutkimuksessamme on todettu, että interventioista oli hyötyä lasten yhteenlaskustrategioiden kehittymiselle, oppilaiden minäpystyvyyden lähtötaso ei selittänyt interventiosta mahdollisesti saatua hyötyä. Minäpystyvyyden mitattiin ainoastaan alkumittauksessa, joten emme voi sanoa, mikä olisi ollut minäpystyvyyden vaikutus intervention jälkeen. On mahdollista, että myös tämän kysymyksen kohdalla oppilaiden minäpystyvyyden arviointiin vaikuttaa heidän kykynsä arvioida omaa minäpystyvyyttään. Toisaalta kummankin interventioryhmän oppilaat olivat suhteellisen heikkotasoisia matematiikassa ja ryhmien välillä ei ollut eroa minäpystyvyyden lähtötason suhteen. Jos toinen ryhmä olisi ollut taitotasoltaan parempi, olisi se saattanut näkyä myös minäpystyvyyden lähtötason yhteydessä interventiosta hyötymiseen. Jos oppilaan heikon suoriutumisen taustalla ennen interventiota on ollut riittävä harjoituksen puute, lapsi voi edistyä nopeastikin intervention myötä (Bull & Johnston 1997). Tutkimustulostemme mukaan lasten yhteenlaskustrategiat edistyivät hyvin intervention aikana, josta voimme olettaa heillä olleen tarve saada ohjausta tehokkaampien laskustrategioiden käyttöön sekä harjoituksen puute eikä ongelmia minäpystyvyydessä. Molemmat interventioryhmät olivat

arvioineet oman minäpystyvyytensä suhteellisen hyväksi alkumittaustilanteessa. (Taulukko 2).

Minäpystyvyyden lähtötason lisäksi myöskään ikä ei selittänyt interventiosta saatua mahdollista hyötyä. Sen sijaan sukupuoli oli yhteydessä intervention hyötyyn ja tutkimuksessamme selvisi, että tytöt hyötyivät poikia enemmän interventiosta. Tyttöjen hyvä suoriutuminen matematiikassa voi johtua siitä, että tyttöjen oletetaan olevan poikia ahkerampia ja tunnollisempia koulutyöskentelyssä ja panostavan enemmän opiskeluun. Toisaalta tytöt luottavat heikommin omiin taitoihinsa matematiikassa ja Suomen virallisen tilaston (2015) mukaan tyttöjen osuus osa-aikaisessa matematiikan erityisopetuksessa onkin poikia suurempi, vaikka pojat ovat yliedustettuina kaikkien muiden aineiden erityisopetuksessa. Tytöille rohkaisun ja kannustuksen saaminen on tärkeämpää kuin pojille (mm. Usher & Pajares 2006), minkä vuoksi voidaan ajatella, että tytöille henkilökohtaisempi kannustus pienessä ryhmässä vaikuttaa positiivisesti suoriutumiseen ja tytöt oletettavasti hyötyvät poikia enemmän matematiikan pienryhmätyöskentelystä. Voi myös olla mahdollista, että interventio toimintatapana auttaa tytöillä useammin ilmenevään matematiikka-ahdistukseen ja siihen liittyvään heikkoon suoriutumiseen (ks. mm. Jain & Dawson 2009).

8.2. Tutkimuksen luotettavuus ja eettisyys

Tässä tutkimuksessa matematiikan yhteenlaskustrategioiden taitoja mittaavat tehtävät tehtiin yksilötehtävinä. Oppilas suoritti tehtävät kahdenkesken tutkijan kanssa. Tutkimuksen luotettavuutta saattoi heikentää se, että testaaajia oli useita. Jokainen testaaaja on saattanut tehdä omanlaisiaan tulkintoja oppilaan suorituksesta ja esimerkiksi ajanottotehtävissä on voinut olla heittoja riippuen testaaajasta. Testaaajille oli järjestetty koulutus, jossa ohjeistettiin testaustilanteen toteuttamista tehtävittäin, mutta jokainen testaaaja on toteuttanut testauksen omalla tavallaan. Tehtävä, joka mittasi strategian käyttöä aikarajattomassa tilanteessa (strategia B) oli haasteellinen toteuttaa, koska tutkijan oli otettava huomioon monta eri muuttujaa. Tutkijan oli seurattava, mitä yhteenlaskustrategiaa tutkittava käyttää eli käyttäkö oppilas sormia laskiessaan tai luetteleeko hän ääneen vai mielessään yhteenlaskettavia lukuja. Samanaikaisesti tutkijan oli muistettava ajanotto. Osa tutkijoista merkkasi ajan tarkemmin kuin toiset. Tehtävässä, jossa mitattiin strategian käyttöä aikarajoitetussa tilanteessa (strategia A) eroja testaaajien välillä saattoi syntyä esimerkiksi ajanoton tarkkuudessa. Tutkijoina meidän on täysin mahdoton varmistua aikarajojen tarkkuudesta. Testaustilanne ei välttämättä

ole aina ollut rauhallinen. Joku on saattanut tulla testaustilaan kesken testauksen tai taustalla on saattanut kuulua häiritsevää ääntä. Oppilaan väsymys, jännittäminen tai mielenkiinto sekä ajankohta, jolloin testi on toteutettu, on voinut vaikuttaa oppilaan suoritukseen. Tunteet ja tuntemukset vaikuttavat pystymyysuskomuksiin ja oppilaan suoriutumiseen (mm. Bandura 1977; 1997).

Myös yksilötehtävien koodauksesta voi löytää tutkimuksen luotettavuuteen liittyviä tekijöitä. Koodauksia oli myös tekemässä monta eri henkilöä, jolloin vastauslomakkeiden tulkinnoissa saattoi olla eroa, vaikka ohjeet koodaukseen oli annettu. Tutkimuksen luotettavuuteen vaikuttavia koodausvirheitä pyrittiin minimoimaan koodatulle aineistolle tehdyillä ”pistokokeilla”, eli koodatuista vastauslomakkeista valittiin satunnaisesti n. 20 % uudelleen tarkastukseen. Tarkastusta ei voinut suorittaa vastauslomakkeen alkuperäinen koodaaja.

Tutkimuksen minäpystyvyysselvitys tehtiin yhteisesti yhdelle luokalle kerrallaan. Kyselyn avulla on helppo kerätä laaja tutkimusaineisto. Laaja kysely säästää tutkijan aikaa, koska yhdellä kertaa tavoitetaan useita henkilöitä ja voidaan yhdellä kyselylomakkeella kysyä useita eri asioita. Aineisto voidaan helposti tallentaa ja analysoida tietokoneella (Hirsjärvi ym. 2004, 184). Tutkimuksemme pohjautuu Banduran (2006) käsityksiin minäpystyvyydestä, joiden pohjalta Minäpystyvyys ja oppimisvaikeusinterventiot -hankkeen tutkijaryhmä on laatinut kysymykset ja muokannut niitä tutkimushankkeeseen sopiviksi. Tutkimuksemme matematiikan minäpystyvyyttä mittaavat kysymykset valittiin koko kysymyslomakkeen minäpystyvyyttä mittaavista osioista. Kysymyksissä oli huomioitu minäpystyvyyden tehtäväspesifisyys ja tilannesidonnaisuus. Kysymykset oli laadittu mittaamaan matematiikan minäpystyvyyden eri osa-alueita.

Kyselytutkimuksessa voidaan löytää samankaltaisia testaustilanteeseen ja oppilaisiin liittyviä heikkouksia kuin yksilötutkimuksessa. Luotettavuutta on saattanut heikentää se, että kyselytutkimusta on ollut toteuttamassa useampi eri henkilö, jolloin ohjeistus ja tapa toimia on voinut vaikuttaa testaustilanteeseen. Myös oppilaiden vireys- tai tunnetila ja testausajankohta ovat voineet vaikuttaa oppilaiden vastauksiin. Oppilaiden kyky arvioida omaa minäpystyvyyttään on saattanut vaihdella. Tutkimuksemme oppilaat arvioivat itse omaa minäpystyvyyttään, emmekä voi olla varmoja oppilaiden kyvystä olla varmoja siitä, kuinka realistisia ja tarkkoja oppilaat ovat olleet arvioinneissaan. Tutkimuksemme osallistuneet oppilaat olivat 2–5 -luokkalaisia eli noin 8–11 -vuotiaita. Kuitenkin Schweinlen & Mimsin (2009) tutkimuksen mukaan viidesluokkalaiset ovat kykeneväisiä arvioimaan omaa minäpystyvyyttään.

Luotettavuutta saattoi heikentää myös oppilaiden asennoituminen testien tekemiseen. Joillain tutkimuksessa mukana olleilla kouluilla oli nähtävissä kyllästymistä tutkimukseen ja testien tekoon jopa opettajilla, mikä selvästi välittyi myös oppilaiden asenteisiin. Kysymysten asettelusta voi löytää myös epätarkkuuksia. Esimerkiksi kysymykset ”Kuinka varma olet, että pystyt oppimaan laskemaan yhteenlaskuja nopeammin?” ja ”Kuinka varma olet, että pystyt oppimaan laskemaan niin, että teet vähemmän virheitä?”, eivät huomioi sitä vaihtoehtoa, että oppilas olisi jo valmiiksi hyvä laskija.

Kuten myös yksilötehtävien koodauksessa, myös kyselylomakkeen koodauksesta voi löytää luotettavuuteen liittyviä tekijöitä. Oppilaiden minäpystyvyyttä arvioitiin seitsemänportaisella Likert-asteikolla, jossa asteikon keskikohta ”4 = En osaa sanoa” voi muodostua moniselitteiseksi (Metsämuuronen 2006, 103). Saadut arvot koodattiin sellaisinaan, joten tuloksiin saattoi vaikuttaa, jos oppilas vastasi usein ”4 = En osaa sanoa”. Tämän vuoksi oppilas saattoi saada paremman keskiarvon minäpystyvyydestä kuin esimerkiksi oppilas, joka arvioi minäpystyvyyttään keskikohdan molemmin puolin.

Minäpystyvyys ja oppimisvaikeusinterventiot –hankkeesta lähetettiin kouluille tutkimuspyynnöt, joihin vastaamalla opettajat ilmoittivat halukkuutensa osallistua tutkimukseen. Tutkimukseen osallistuneiden oppilaiden vanhemmilta pyydettiin tutkimuslupa. Kysely- ja yksilötestauslomakkeisiin kirjoitettiin oppilaan nimi, koulu ja luokka, mutta oppilaista koodattiin vain tutkimusnumero ja sukupuoli, jolloin yksittäiset oppilaat eivät olleet tunnistettavissa aineistosta. Tutkimuslomakkeet ja koodattu tutkimusaineisto ovat olleet vain tutkijoiden käytössä, joten oppilaat ovat sen puoleen voineet olla vastauksissaan rehellisiä. Yksilötilanteet ovat mahdollistaneet oppilaille tilanteen, jolloin heidän ei ole tarvinnut arastella muiden oppilaiden reagointia esimerkiksi väärän vastauksen antamisessa.

Koska tutkimuksessamme käsitellään intervention vaikuttavuutta, on perusteltua pohtia interventioiden toteuttamiseen liittyviä luotettavuus kysymyksiä. Interventioiden onnistumisen kannalta opettajan rooli on merkittävä. Bransfordin ym.(2004, 184-185) mukaan olisi tärkeää, että opettaja tiedostaa omat tietonsa ja uskomuksensa matematiikkaan liittyen. Opetuksen suunnitteluun ja tavoitteisiin vaikuttaa paljon se, mitä matematiikan asioita opettaja pitää tärkeänä ja miten hän uskoo oppilaiden oppivan kyseiset asiat. Huolimatta siitä, että tutkimuksemme interventio tuli toteuttaa selkeän käsikirjan mukaisesti, jokainen opettaja tekee työtä omalla persoonallaan ja näin ollen tekee samanlaisiksi suunnitellusta interventiotilanteesta omannäköisensä. Käsikirja on kuitenkin auttanut

opettajaa systemaattisessa ohjaustyössään. Luotettavuuteen vaikuttaa myös se, miten hyvä mahdollisuus opettajalla on ollut sitoutua interventioon oman työnsä ohessa.

Yleisesti ottaen johdonmukainen eteneminen ja konkreettisuus ovat useille lapsille hyvä opiskelutapa (Frye ym. 2013). Tutkimuksemme interventioissa käsikirja ohjasi strukturoituun työskentelyyn. Interventoryhmässä on tarkkaavuudeltaan ja keskittymiskyvyiltään erilaisia oppilaita, jotka saattoivat hyötyä interventiosta eri tavoin. Interventiosta hyötymiseen saattoi vaikuttaa myös lapsen aktiivisuus interventoryhmässä ja säännöllinen osallistuminen interventioon.

Minäpystyvyyksintervention vaikuttavuutta voidaan myös tarkastella mallioppimisen näkökulmasta. Lapsella tulee olla oman tasoinen tai vähän kyvykkäämpi vertailukohta, jotta se voisi vaikuttaa minäpystyvyyden kehittymiseen (Aro ym. 2014; Jungert ym. 2014). Tutkimuksemme interventoryhmässä oppilaat olivat kohtalaisen samantasoisia matematiikan taidoiltaan, joten he ovat saattaneet saada tukea minäpystyvyydelleen nähdessään toisen oppilaan onnistuvan. Vertaistuki ja -palaute ovat voineet olla mahdollistamassa molemmista interventoryhmistä saatua hyötyä.

8.3. Jatkotutkimusaiheita

Tutkimustuloksemme ovat hyödynnettävissä matematiikan erityisopetuksen ja interventioiden suunnittelu- ja kehittämistyössä. Tutkimustuloksiamme voi myös hyödyntää mietittäessä jatkotutkimusaiheita. Matemaattisiin oppimisvaikeuksiin liittyvä tutkimus on tärkeää, koska sitä on tehty selvästi vähemmän kuin kielenkehitykseen ja lukemiseen liittyvää tutkimusta niin Suomessa kuin muuallakin maailmassa (Räsänen & Ahonen 2002).

Tarkastelimme tutkimuksessamme nopeiden yhteenlaskustrategioiden käytön määrää. Aineistomme olisi antanut mahdollisuuden myös tarkastella yhteenlaskustrategioiden kehittymistä käytettyjen strategioiden suhteellisten osuuksien ja niissä tapahtuvien muutosten mukaan. Yksilömittauksissa aikarajattoman tilanteen tehtävässä luokiteltiin oppilaan käyttämä strategia neljään eri kategoriaan sen mukaan, ratkaisiko hän laskun nopeasti mielessään, luettelemalla mielessään tai ääneen ja käyttikö hän sormia laskemisen apuna. Tämän tehtävän pohjalta olisi ollut mielenkiintoista tarkastella siirtyykö oppilas käyttämään tehokkaampia strategioita intervention vaikutuksesta. Jos oppilas siis käytti alkumittauksessa esimerkiksi sormia laskemisen apuna useissa laskuissa, kehittyivätkö hänen taitonsa intervention vaikutuksesta ja käyttikö hän mahdollisesti tehokkaampia strategioita intervention jälkeen. Räsänen & Ahonen (2002) mukaan usein oletetaan, että esimerkiksi

sormien avulla laskeminen hidastaisi mielessä laskemista. Molemmat prosessit tapahtuvat kuitenkin samanaikaisesti ja lapsi luopuu konkreettisista apuvälineistä, kun ei enää koe niitä tarvitsevänsä. Toisaalta, jos alkeellisimmissä laskustrategioissa tapahtuu paljon virheitä, lapsen on vaikeampi omaksua kehittyneempiä strategioita.

Myös oppilaan käyttämän aloitusluvun tarkastelu ja laskustrategian mahdollinen kehittyminen sekä korvautuminen tehokkaammalla strategialla olisi ollut mielenkiintoista. Carpenterin ja Moserin (1984) mukaan oppilaat käyttävät joko max- tai min- strategiaa ratkaistessaan yhteenlaskuja. Kehittyessään oppilaat siirtyvät max-strategian käytöstä min-strategiaan. Oppilaat joilla on oppimisen pulmia matematiikassa käyttävät kuitenkin useammin max-strategiaa (Geary ym. 2004, 142).

Minäpystyvyyden osalta tutkimuksemme rajoittui tarkastelemaan ainoastaan minäpystyvyyden lähtötason yhteyttä yhteenlaskustrategioiden valintaan ja interventiosta hyötymiseen. Olisi ollut mielenkiintoista tarkastella yksityiskohtaisemmin oppilaiden minäpystyvyyden tasoa alkuasetelmassa. Tutkimuksessa tarkastelimme interventioryhmien minäpystyvyydjakaumia, jotka olivat hyvin samansuuntaisia, paneutumatta sen tarkemmin ryhmien välisiin eroihin. Olisi ollut kiinnostavaa tehdä vertailuja myös iän ja sukupuolten välillä ja tutkia, minkä tasoista oppilaiden minäpystyvyys olisi ollut näissä ryhmissä. Tutkimuksessamme emme myöskään tarkastelleet minäpystyvyyden mahdollista kehittymistä interventioiden aikana. Koska minäpystyvyydenterventioita on toteutettu todella vähän alakouluikäisille oppilaille, olisikin tärkeää jatkossa tutkia, voidaanko oppilaan minäpystyvyyttä vahvistaa interventioissa minäpystyvyyttä tukevalla intensiivisellä palautteella.

Koska Minäpystyvyys ja oppimisvaikeusinterventiot -hankkeessa tarkastellaan sekä lukemisen että matematiikan interventioita, olisi myös ollut mielenkiintoista tarkastella millaisia eroja lukemisen ja matematiikan interventioissa on, eroako oppilaiden minäpystyvyyden kehitys eri interventioryhmissä ja onko oppilaiden edistymisessä nähtävissä eroja eri ryhmien välillä. Erityiseen kiinnostavaa olisi ollut tutkia, kummassa interventiossa oppilaan on helpompi saada onnistumisen kokemuksia ja kummassa interventiossa oppilaan oma edistyminen voidaan osoittaa oppilalle helpommin. Oppilaan hyvä minäpystyvyys on tärkeä tekijä oppilaan suoriutumisen ja koulumenestyksen kannalta ja hyvän minäpystyvyyden vahvimaksi lähteeksi on usein todettu juuri kokemus omista aiemmista suorituksista (Bandura 1997; Hampton & Mason 2003; Usher & Pajares 2006; 2009; Usher 2009). Myös muiden minäpystyvyyden lähteiden, kuten mallioppimisen ja kannustavan

palautteen merkitystä oppilaiden interventiosta hyötymiseen olisi ollut kiinnostavaa tarkastella.

LÄHTEET

- Ackerman, P.T., Anhalt, J.M., Dykman, R.A. 1986. Arithmetic automatization failure in children with attention and reading disorders: Associations and sequela. *Journal of Learning Disabilities*, 19, 222-232.
- Aro, T., Järviluoma, E., Mäntylä, M., Mäntynen, H., Määttä, S. & Paananen, M. 2014. Oppilaan minäkuva ja luottamus omiin kykyihin. *Kummi 11. Oppilaan minäkuva ja luottamus omiin kykyihin*. Jyväskylä: NMI.
- Aunio, P., Hannula, M. - M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim). *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. 2. uudistettu painos. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 198–221.
- Aunola, K. 2002. Motivaation kehitys ja merkitys kouluikässä. Teoksessa K. Salmela-Aro & J.-E. Nurmi (toim). *Mikä meitä liikuttaa. Modernin motivaatiopsykologian perusteet*. Keuruu: Otavan Kirjapaino Oy, 105-126.
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. 2004. Development dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology* 96, 699–713.
- Aunola, K., Leskinen, E., & Nurmi, J.-E. 2006. Developmental dynamics between mathematical performance, task motivation, and teacher's goals during the transition to primary school. *British journal of educational psychology*, 76, 21–40.
- Bandura, A. 1977. Self-Efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological Review*, 84, 195–215.
- Bandura, A. 1982. Self-efficacy mechanism in human agency. *American psychologist*, 37, 122-147.
- Bandura, A. 1986. *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Bandura, A. 1992. *Social Cognitive Theory*. Teoksessa R. Vasta (toim). *Six theories of child development: Revised formulations and current issues*. London: Jessica Kingsley Publishers. Suomennettuna teoksessa: *Kuusi teoriaa lapsen kehityksestä*. 1997. Suomentaja A. Toppi. Kuopio: Kustannusoskeyhtiö Puijo, 13–82.
- Bandura, A. 1994. Self-Efficacy. Teoksessa V. S. Ramachandran (toim). *Encyclopedia of Human Behavior* vol. 4, 71–81. New York: Academic Press.
- Bandura, A. 1995. (toim). *Self-Efficacy in changing societies*. New York: Cambridge University Press.
- Bandura, A. 1997. *Self-Efficacy. The exercise of control*. New York: W.H. Freeman.
- Bandura, A. 1999. Social cognitive theory: An agentic perspective. *Asian Journal on Social Psychology*, 2, 21–41.
- Bandura, A. 2006. Guide for Constructing Self-Efficacy Scales. Teoksessa F. Pajares & T. Urdan (toim). *Self-Efficacy Beliefs of Adolescents*. Information Age Publishing. 307–337.

- Baroody, A.J. 1984. Children's difficulties in subtraction: some causes and questions. *Journal of Research in Mathematics Education* 15,(3), 203-213.
- Baroody, A. J. 1987. The Development of Counting Strategies for Single-Digit Addition. *Journal for Research in Mathematics Education* 18 (2), 141-157.
- Baroody, A. J. 1999. Children's relational knowledge of addition and subtraction. *Cognition and Instruction* 17(2), 137-175.
- Baroody, A. J., & Gannon, K. E. 1984. The Development of the Commutativity Principle and Economical Addition Strategies. *Cognition and Instruction*, 1(3), 321-339.
- Bong, M. & Skaalvik, E.M. 2003. Academic self-concept and self-efficacy: How different are they really? *Educational Psychology Review* 15 (1), 1-40.
- Bransford, J. D., Brown, A. L. ja Cocking, R. R., Donovan, S. M. & Pellegrino, J. W. (toim). 2004. Committee on Developments in the Science of Learning & Committee on Learning Research and Educational Practice. *Miten opimme- Aivot, mieli, kokemus ja koulu*. Helsinki: Werner Söderström Osakeyhtiö.
- Bryant, B.R. & Bryant, D.P. 2008. Introduction to the special series: Mathematics and learning disabilities. *Learning Disability Quarterly* 31, 3-8.
- Bryant, D., Bryant, B.R., Gersten, R., Scammacca, N. & Chavez, M.M. 2008. Mathematics intervention for first- and second-grade students with mathematics difficulties. The Effects of Tier 2 intervention delivered as booster lessons. *Remedial and Special Education*, 29(1), 20-32.
- Bryant, B.R., Bryant, D, P, Porterfield, J., Dennis, M.S., Falcomata, T., Valentine, C., Brewer, C. & Bell, K. 2014. The Effects of a Tier 3 Intervention on the Mathematics Performance of Second Grade Students With Severe Mathematics Difficulties, *Journal of Learning Disabilities*.
- Bull, R. & Johnston, R.S. 1997. Children's arithmetical difficulties: Contributions from processing speed, item identification, and short-term memory. *Journal of Experimental Child Psychology* 65, 1-24.
- Butterworth, B. 2005. The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry* 46, 3-18.
- Butterworth, B. & Yeo, D. 2004. *Dyscalculia Guidance. Helping pupils with specific learning difficulties in maths*. London: nferNelson.
- Calhoon, M. B., Emerson, R. W., Flores, M. & Houchins, D. E. 2007. Computational Fluency Performance Profile of High School Students With Mathematics Disabilities. *Remedial and Special Education* 28 (5), 292-303.
- Carpenter, T.P. & Moser, J.M. 1984. The Acquisition of Addition and subtraction Concepts in Grades One through Three. *Journal for Research in Mathematics Education* 15 (3), 179-202.
- Clarke, B., Clarke, D.M. & Horne, M. 2006. A Longitudinal study of children's mental computation strategies. Teoksessa Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehliková, N. (toim). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 2, 329-336.
- Clements, D. H. 2004. Major themes and recommendations. Teoksessa D. H. Clements & J. Sarama (toim). *Engaging young children in mathematics. Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 7-72.

- Cooper, S.E. & Robinson, D.A.G. 1991. The relationship of mathematics self-efficacy beliefs to mathematics anxiety and performance. *Measurement & Evaluation in Counseling & Development* 24 (1), 4–14.
- Dowker, A. 2005. *Individual Differences in Arithmetic: Implications for Psychology, Neuroscience and Education*. Hove: Psychology Press.
- Dowker, A. 2009. *What Works for Children with Mathematical Difficulties?* University of Oxford. <http://www.catchup.org/Portals/3/CU%20research/What%20works%20for%20children%20with%20mathematical%20difficulties%202004.pdf>. Viitattu 25.4.2014.
- Erätuuli, M., Leino, J. & Yli-Luoma, P. 1994. *Kvantitatiiviset analyysimenetelmät ihmistieteissä*. Helsinki: Kirjayhtymä.
- Fantuzzo, J.W., Davis, G.Y. & Ginsburg, M.D. 1995. Effects of parent involvement in isolation or in combination with peer tutoring on student self-concept and mathematics achievement. *Journal of Educational Psychology* 87 (2), 272–281.
- Fazio, B. B. 1999. Arithmetic calculation, short-term memory and language performance in children with specific language impairment: A 5-year follow-up. *Journal of Speech, Language and Hearing Research* 42, 420–431.
- Frye, D., Baroody, A.J., Burchinal, M., Carver, S.M., Jordan, N.C. & McDowell, J. 2013. *Teaching math to young children: A Practical guide (NCEE 2014-15)*. Washington DC: National Center for Education Evaluation and Regional Assistance (NCEE), Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.
- Fuchs, L.S., Fuchs, D., Hamlett, C.L. & Appleton, A.C. 2002. Explicitly teaching for transfer: Effects on the mathematical problem-solving performance of students with mathematics disabilities. *Learning Disabilities Research & Practice*, 17(2), 90–106.
- Fuchs, L.S., Fuchs, D. & Hollenbeck, K.N. 2007. Extending responsiveness to intervention to mathematics at first and third grade. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 13–24.
- Geary, D.C. 2004. Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities* 37, 4–15.
- Geary, D.C., Bow-Thomas, C.C, Liu, F., & Siegler, R. S. 1996. Development of arithmetical competencies in Chinese and American children: Influence of age, language, and schooling. *Child Development*, 67, 2022-2044.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J. & DeSoto, M. C. 2004. Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology* 88, 121–151.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L. & Bailey, D. H. 2012. Mathematical cognition deficits in children with learning disabilities and persistent low achievement: A five-year prospective study. *Journal of Educational Psychology* 104, 206–223.

- Geary, D. C., Saults, S. J., Liu, F. & Hoard, M. K. 2000. Sex Differences in Spatial Cognition, Computational Fluency, and Arithmetical Reasoning. *Journal of Experimental Child Psychology* 77, 337–353.
- Gersten, R. (toim). 2009. Assisting Students Struggling with Mathematics: Response to Intervention (RtI) for Elementary and Middle Schools. IES Practice Guide. NCEE 2009-4060 U.S. Department on Education.
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. 2005. Early Identification and Interventions for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 293–304.
- Hall, M. & Ponton, M. 2002. A comparative analysis of mathematics self-efficacy of developmental and non-developmental freshman mathematics students. Presented by M. Hall at the 2002 Meeting of Louisiana/Mississippi Section of the Mathematics Association of America. <http://sections.maa.org/lams/proceedings/spring2002/michael.hall.michael.ponton.pdf>. Viitattu 9.4.2015.
- Hampton, N. Z. & Mason, E. 2003. Learning disabilities, gender, sources of efficacy, self-efficacy beliefs and academic achievement in high school students. *Journal of school psychology*, 41, 101–112.
- Hannula, M. M., Lepola, J., & Lehtinen, E. 2010. Spontaneous focusing on numerosity as a domainspecific predictor of arithmetical skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 107(4), 394–406.
- Heikkilä, T. 2004. Tilastollinen tutkimus. Helsinki: Edita.
- Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2004. Tutki ja kirjoita. Jyväskylä: Gummerus Kirjapaino Oy.
- Holopainen, M. & Pulkkinen, P. 2006. Tilastoliset menetelmät. Helsinki: WSOY
- Jain, S. & Dowson, M. 2009. Mathematics anxiety as function of multidimensional self-regulation and self-efficacy. *Contemporary Educational Psychology* 34, 240–249.
- Jokivuori, P. & Hietala, R. 2007. Määrällisiä tarinoita. Monimuuttujamenetelmien käyttö ja tulkinta. Helsinki: WSOY.
- Jordan, N. C. 2007. The Need for Number Sense. *Educational Leadership*, 65(2), 63–66.
- Jordan, N. C., Hanich, L. B. & Kaplan, D. 2003. A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development* 74, 834–850.
- Jungert, T. & Andersson, U. 2013. Self-efficacy Beliefs in Mathematics, Native Language Literacy and Foreign Language Amongst Boys and Girls with and without Mathematic Difficulties. *Scandinavian Journal of Educational Research*, Vol. 57, No. 1, 1–15.
- Jungert, T., Hesser, H. & Träff, U. 2014. Contrasting two models of academic self-efficacy—domain-specific versus cross-domain—in children receiving and not receiving special instruction in mathematics. *Scandinavian Journal of Psychology* 55(5), 440-447.
- Keltinkangas-Järvinen, L. 2000. Tunne itsesi suomalainen. Porvoo: WSOY.

- Kerkman, D. D., & Siegler, R. S. 1997. Measuring individual differences in children's addition strategy choices. *Learning and Individual Differences*, 9(1), 1–18.
- Kinnunen, R., Lehtinen, E. & Vauras, M. 1994. Matemaattisen taidon arviointi. Teoksessa M. Vauras, E. Poskiparta & P. Niemi (toim). *Kognitiivisten taitojen ja motivaation arviointi koulutulokkailla ja 1. luokan oppilailla*. Turun yliopisto: Oppimistutkimuksen keskus, 55-76.
- Klassen, R. 2002. A question of calibration. A review of the self-efficacy beliefs of students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 25, 88–102.
- Koponen, T. 2008. Calculation and language. Diagnostic and intervention studies. *Jyväskylä Studies in Education, Psychology and Social Research* 340.
- Koponen, T., Mononen, R., Kumpulainen, T., & Puura, P. 2011. SELKIS-Yhteenlaskua ymmärtämään. Yhteenlaskutaidon harjoitusohjelma. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti ja Haukkarannan koulu.
- Kroesbergen, E.H. & Van Luit, J.E.H. 2003. Mathematics interventions for children with special educational needs. A Meta-analysis. *Remedial and Special Education* 24(2), 97–114.
- Kroesbergen, E.H., Van Luit, J.E.H., & Naglieri, J.A. 2003. Mathematical learning difficulties and PASS cognitive processes. *Journal of Learning Disabilities* 36(6), 574–582.
- Kupari, P. 1993. Laskutaidotko kadonneet? Peruskoululaiset matematiikan kokijoina ja taitajina. Teoksessa Linnakylä, P. & Saari, H. (toim). *Oppiiko oppilas peruskoulussa? Peruskoulun arviointi 90- tutkimuksen tuloksia*. Jyväskylä: Kasvatustieteiden tutkimuslaitos. Jyväskylän yliopisto, 81- 104.
- Kupari, P., Välijärvi, J., Andersson, L., Arffman, I., Nissinen, K., Puhakka, E. & Vettenranta, J. 2013. PISA 12 ensituloksia. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2013:20. <http://www.minedu.fi/export/sites/default/OPM/Julkaisut/2013/liitteet/okm20.pdf?lang=fi>. Viitattu 7.2.2015.
- Lee, J. 2009. Universals and specifics of math self-concept, math self-efficacy, and math anxiety across 41 PISA 2003 participating countries. *Learning and Individual Differences*, 19, 335–365.
- Lerikkanen, M.-K., Rasku-Puttonen, H., Aunola, K. & Nurmi, J.-E. 2005. Mathematical performance predicts progress in reading comprehension among 7-year old. *European Journal of Psychology of Education* 20, 121– 137.
- Linnenbrink, E. A. & Pintrich, P. R. 2003. The Role of Self-efficacy Beliefs in Student Engagement and Learning in the Classroom. *Reading & Writing Quarterly* 19 (2), 119–137.
- Liu, X. & Koirala, H. 2009. The Effect of Mathematics Self-Efficacy on Mathematics Achievement of High School Students. Northeastern Educational Research Association (NERA) Annual Conference. NERA Conference Proceedings 2009.
- LukiMat –sivusto. 2015a. Matematiikka. Taitojen kehitys. <http://www.lukimat.fi/matematiikka/tietopalvelu/taitojen-kehitys>. Viitattu 25.4.2015.

- LukiMat –sivusto. 2015b. Matematiikka. Taitojen kehitys. Aritmeettiset perustaidot. <http://www.lukimat.fi/matematiikka/tietopalvelu/taitojen-kehitys/aritmeettiset-perustaidot/yksinumeroisilla-luvuilla-laskeminen>. Viitattu 12.4.2015.
- Ma, X. & Kishor, N. 1997. Attitude toward self, social factors and achievement in mathematics: a meta-analytic review. *Educational Psychology Review* 9 (2), 89–120.
- Mazzocco, M.M.M. 2005. Challenges in identifying target skills for math disability screening and intervention. *Journal of Learning Disabilities* 38(4), 318–323.
- Mentula, T. 2004. Diagnostinen kuntoutustutkimus kehityksellisessä dyskalkuliassa: tapaustutkimus. Jyväskylän yliopisto. Psykologian laitos. Lisensiaatintyö.
- Metsämuuronen, J. 2004. Pienten aineistojen analyysi. Parametrittomien menetelmien perusteet ihmistieteissä. Helsinki: International Methelp Ky.
- Metsämuuronen, J. 2005. Kokeellisen tutkimuksen perusteet ihmistieteissä. Metodologia-sarja 10. Jyväskylä: Gummerus.
- Metsämuuronen, J. 2006. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. Jyväskylä: Gummerus.
- Metsämuuronen, J. 2009. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä. Jyväskylä: Gummerus.
- Nummenmaa, L. 2009. Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät. Helsinki: Tammi.
- Opetus- ja kulttuuriministeriö. 2015. <http://minedu.fi/OPM/Tiedotteet/2013/12/pisa.html?lang=fi>. Viitattu 25.4.2015.
- Ostad, S. 1997. Developmental differences in addition strategies: a comparison of mathematically disabled and mathematically normal children. *British Journal of Educational Psychology* 67, 345-357.
- Ostad, S. 1999. Developmental Progression of Subtraction Strategies: A Comparison of Mathematically Normal and Mathematically disabled Children. *European Journal of Special Needs Education* 14 (1), 21-36.
- Pajares, F. 1996. Self-Efficacy beliefs in academic settings. *Review of Educational Research*, 66, 543–578.
- Pajares, F. 1997. Current Directions in Self-Efficacy Research. Teoksessa M. Maehr & P. R. Pintrich (toim). *Advances in Motivation and Achievement*. Vol. 10, Greenwich, CT: JAI Press, 1–49.
- Pajares, F. 2002. Overview of Social Cognitive Theory and of Self-Efficacy. <http://www.uky.edu/~eushe2/Pajares/eff.html>. Viitattu 20.2.2015.
- Pajares, F. 2006. Self-efficacy during childhood and adolescence. Implications for teachers and parents. Teoksessa F. Pajares & T. C. Urda. 2006. *Self-efficacy beliefs of adolescents*, 339–367.
- Pajares, F. & Miller M. D. 1995. Mathematics self-efficacy and mathematics performances: The need for specificity of assessment. *Journal of Counseling Psychology*, 42 (2), 190–198.
- Parker, P. D., Marsh, H. W., Ciarrochi, J., Marshall, S. & Abduljabbar, A. S. 2013. Juxtaposing math self-efficacy and self-concept as predictors of long-

term achievement outcomes. *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology*.

- Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Tampere: Opetushallitus.
http://www.oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf. Viitattu 12.2.2015.
- Räsänen, P. 1999. Matematiikan oppimisvaikeudet. Teoksessa T. Ahonen & T. Aro (toim). *Oppimisvaikeudet. Kuntoutus ja opetus yksilöllisen kehityksen tukena*. Jyväskylä: Atena, 332–359.
- Räsänen, P. & Ahonen, T. 2002. Matemaattiset oppimisvaikeudet. Teoksessa H. Lyytinen, T. Ahonen, T. Korhonen, M. Korkman & T. Riita (toim). *Oppimisvaikeudet. Neuropsykologinen näkökulma*. 2. uudistettu painos. Helsinki: WSOY, 191–234.
- Räsänen, P. & Ahonen, T. 2004. Oppimisvaikeudet matematiikassa – neuropsykologinen näkökulma. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim). *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. 2. uudistettu painos. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 274–300.
- Räsänen, P. & Koponen, T. 2010. Matemaattisten oppimisvaikeuksien neuropsykologisesta tutkimuksesta. *NMI-Bulletin* 2010(3)39–53.
- Räsänen, P., Närhi, V. & Aunio, P. 2010. Matematiikassa heikosti suoriutuvat oppilaat perusopetuksen 6. luokan alussa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim). *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2*. Helsinki: Opetushallitus, 165–203.
- Schunk, D.H. 1990. Goal setting and self-efficacy during self-regulated learning. *Educational Psychologist* 25 (1), 71–86.
- Schweinle, A. & Mims, G. A. 2009. Mathematics Self-Efficacy: stereotype threat versus resilience. *Soc Psychol Educ*, 12, 501–514.
- Sherin, B. & Fuson, K. 2005. Multiplication strategies and the appropriation of computational resources. *Journal of Research in Mathematics Education* 36, 347–395.
- Siegler, R. S. & Jenkins, E. 1989. *How Children Discover New Strategies*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.
- Siegler, R.S. & Shrager, J. 1984. Strategy Choices in Addition and Subtraction: How Do Children Know What to Do? Teoksessa C. Sophian (toim). *Origins of Cognitive Skills. The Eighteenth Annual Carnegie Symposium on Cognition*, 229-293.
- Stajkovic, A. D. & Luthans, F. 1998. Social cognitive theory and self-efficacy: Goin beyond traditional motivational and behavioral approaches. *Organizational Dynamics*, 26 (4), 62–74.
- Stankov, L., Morony, S. & Lee, Y. P. 2014. Confidence: the best non-cognitive predictor of academic achievement? *Educational Psychology*, 34 (1), 9–28.
- Steinberg, R. 1985. Instruction on Derived Facts St Strategies in Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education* 16 (5), 337–355.
- Suomen virallinen tilasto (SVT): Erityisopetus [verkkójulkaisu]. ISSN=1799-1595. 2010, Liitetaulukko 5. Osa-aikaista erityisopetusta lukuvuonna 2009–2010 saaneet

- peruskoulun oppilaat erityisopetuksen ensisijaisen syyn mukaan 1). Helsinki: Tilastokeskus. http://www.stat.fi/til/erop/2010/erop_2010_2011-06-09_tau_005_fi.html. Viitattu 29.4.2015.
- Thronsen, I. 2011. Self-regulated learning of basic arithmetic skills: A longitudinal study. *British Journal on Educational Psychology*, 81, 558–578.
- Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. 2001. Investigating young children's strategy use and task performance in the domain of simple addition, using the "choice/no choice" method. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp. 273–278. Utrecht: PME.
- Usher, E.L. & Pajares, F. 2006. Sources of academic and self-regulatory efficacy beliefs of entering middle school students. *Contemporary Educational Psychology*, 31, 125–141.
- Usher, E. L. & Pajares, F. 2009. Sources of self-efficacy in mathematics: A validation study. *Contemporary Educational Psychology*, 34, 89–101.
- Vainionpää, T., Mononen, R. & Räsänen, P. 2003. Matemaattiset valmiudet. Teoksessa T. Siiskonen, T. Aro, T. Ahonen & R. Ketonen (toim). *Joko se puhuu? Kielenkehityksen vaikeudet varhaislapsuudessa*. Opetus 2000. Jyväskylä: PS-Kustannus, 292–301.
- Väisänen, E. 2011. Matematiikkainterventio osa-aikaisessa erityisopetuksessa. *NMI-Bulletin* 2011(4). http://bulletin.nmi.fi/article_category/nmi-bulletin-42011/. Viitattu 25.3.2014.
- Väisänen, E. & Aunio, P. 2014. Matematiikkainterventio heikkojen ensiluokkalaisten oppimisen tukena. *Varhaiskasvatuksen Tiedelehti - Journal of Early Childhood Education Research* Vol. 3, No. 2, 2014, 48–75.
- Väisänen, P. & Ylönen, S. 2004. Matemaattiset taidot ja matemaattinen minäkäsitys tilastollisten menetelmien oppimisessa. *Kasvatus* 4, 365–378.
- Wigfield, A. & Eccles, J. S. 2000. Expectancy-Value Theory of Achievement Motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 25 (1), 68–81.
- Woodward, J. 2006. Developing automaticity in multiplication facts: Integrating strategy instruction with timed practice drills. *Journal of the Council for Learning Disabilities* 29(4), 269–288.
- Zimmerman, B. J. 1995. Self-efficacy and educational development, 202–231. Teoksessa A. Bandura, 1995. (toim). *Self-Efficacy in changing societies*. New York: Cambridge University Press.
- Zimmerman, B.J. 2000. Self-Efficacy: An essential motive to learn. *Educational Psychology* 25, 82–91.