

Mari Salminen

SUBITISAATIOTAIDOT  
ARITMEETTISENA KOULUVALMIUTENA

Erityispedagogiikan  
pro gradu -tutkielma  
Kevätlukukausi 2014  
Kasvatustieteiden laitos  
Jyväskylän yliopisto

# SISÄLTÖ

TIIVISTELMÄ.....	4
1 JOHDANTO.....	5
2 MATEMAATTISET TAIDOT ENNEN KOULUIKÄÄ .....	7
2.1 Matemaattisten taitojen kehitys .....	7
2.2 Matemaattisten taitojen kehityksen tukeminen esiopetuksessa.....	8
2.3 Matemaattisten taitojen arviointi .....	9
3 ARITMEETTISTA KOULUVALMIUTTA ENNAKOIVAT TAIDOT .....	13
3.1 Lukumääräisyyden taju.....	15
3.2 Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen .....	17
3.3 Laskemisen taidot .....	20
3.4 Aritmeettiset perustaidot.....	24
4 TUTKIMUSKYSYMYKSET .....	27
5 MENETELMÄ.....	28
5.1 Tutkimuksen toteutus.....	28
5.2 Osallistujat .....	29
5.3 Mittarit .....	29
5.4 Aineiston analyysi .....	33
6 TULOKSET .....	35
6.1 Subitisaatiotaitojen kehitys esiopetusvuoden aikana.....	35
6.2 Subitisaatiotaidoiltaan heikkojen lasten profiilit .....	39
6.3 Subitisaatiotaidoissa heikkojen ja tavanomaisten lasten taidot muilla matematiikan taitoalueilla sekä kirjainten tuntemuksessa.....	42
6.4 Subitisaatiotaitojen yhteys muihin matemaattisen kouluvalmiuden osaitoihin sekä kirjainten nimeämisen taitoihin.....	47
7 POHDINTA .....	52
7.1 Tulosten tarkastelua .....	53
7.2 Tutkimuksen merkitys, luotettavuus ja jatkotutkimushaasteet .....	57
LÄHTEET .....	60
LIITE 1: Syksyn subitisaationopeuksissa heikkojen profiilit .....	68
LIITE 2: Kevään subitisaationopeuksissa heikkojen profiilit .....	69
LIITE 3: Subitisaatiotaitojen ja muiden matemaattisten osaitaitojen väliset korrelaatiot kevään hitaimmilla subitisoijilla.....	70

## TIIVISTELMÄ

Salminen, M. 2014. Subitisaatiotaidot aritmeettisena kouluvalmiutena. Jyväskylän yliopisto. Erityispedagogiikan pro gradu -tutkielma. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteen laitos. 70 sivua. Julkaisematon.

Tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää subitisaatiotaitojen merkitystä matemaattisena kouluvalmiutena. Kouluvalmiudella tarkoitettiin tässä tutkimuksessa aritmeettista kouluvalmiutta. Tutkimuksessa tarkasteltiin esiopetusikäisten lasten subitisaatiotaitojen kehittymistä esiopetusvuoden aikana sekä sitä, millaisia eroja esiopetusikäisten lasten subitisaatiotaidoissa oli. Lisäksi tutkimuksessa tarkasteltiin subitisaatiotaitojen yhteyttä muihin matemaattisiin taitoihin, erityisesti lukujonotaitoihin, matemaattisten käsitteiden hallintaan ja lukumäärätaitoihin. Tutkimukseen osallistui 130 esiopetusikäistä lasta 13 esiopetusryhmästä.

Tulokset osoittivat, että esiopetusikäisten lasten subitisaationopeus parani tilastollisesti merkitsevästi syksystä kevääseen. Tutkitut lapset määrittivät lukumäärät yhdestä kolmeen subitisoimalla. Lukumäärästä kolme alkaen he määrittivät lukumäärän laskemalla. Esiopetusvuoden syksyllä subitisaatiotehtävässä heikosti menestyneistä lapsista iso osa kehittyi esiopetusvuoden aikana voimakkaasti taidoissaan. Heidän heikot taitonsa johtuivat harjoituksen puutteesta. Kevään mittaukset erottelivat lapsista heikot, joiden taidot eivät kehittyneet juurikaan esiopetusvuoden aikana. Subitisaationopeus erotteli aineistosta eri lapsia kuin subitisaatiotarkkuus. Subitisaatiotaitojen perusteella ei voi tehdä päätelmiä lapsen muista matemaattisista taidoista, sillä tässä tutkimuksessa subitisaatiotaitojen yhteys muihin matemaattisiin taitoihin jäi korrelaatiotarkasteluissa heikoksi. Subitisaatiotaitojen merkitystä lasten lukumäärätaitoihin analysoitiin logistisella regressioanalyysillä. Subitisaatiotaidoilla ei ollut selitysosuutta lukumäärätaitoihin. Lukumäärätaitoja selittivät vahvimmin lukujonotaidot ja matemaattisten käsitteiden hallinta. Vaikka subitisaatiotaidoilla ei ollut itsenäistä selitysvoimaa aritmeettiseen kouluvalmiuteen, antaa tämä tutkimus viitteitä subitisaatiotaitojen merkityksestä yhtenä tärkeänä taustataitona matemaattisessa kehityksessä.

Avainsanat: subitisaatio, aritmeettiset taidot, esiopetus, kouluvalmius

# 1 JOHDANTO

Lukuisat suomalaiset ja kansainväliset tutkimukset ovat osoittaneet alle kouluikäisten lasten matemaattisten taitojen olevan yhteydessä heidän matemaattiseen suoriutumiseensa ensimmäisinä kouluvuosina (Purpura, Baroody & Lonigan 2013, 454; Clements & Sarama 2009, 1; Aunio & Niemivirta 2010, 427; Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 711). Päiväkodissa ja ensimmäisellä luokalla koulussa arvioitujen matemaattisten taitojen on havaittu ennustavan koko kouluajan matemaattisia saavutuksia, jopa myöhempiä akateemisia saavutuksia, työllistymistä ja tulotasoa. (Clements & Sarama 2009, 1; Lago & DiPerna 2010, 164-165; Duncan ym. 2007, 1428.) Matemaattiset taidot kehittyvät esi- ja alkuopetuksen aikana voimakkaasti, mutta yksilölliset erot ovat kohtuullisen pysyviä (Kikas, Peets, Palu & Afanasjev 2009, 542). Aunolan ym. (2004, 699, 708) mukaan ennen kouluikää havaitut erot lasten matemaattisissa taidoissa kasvavat entisestään kun lapset siirtyvät kouluun.

Vaikka riskilasten tunnistaminen ja vaikeuksien ennalta ehkäiseminen on mahdollista, reagoidaan tutkijoiden mukaan matematiikan oppimisvaikeuksiin liian myöhään, tavallisesti vasta kolmannella luokalla kun ongelmat havaitaan kertotaulujen oppimisen yhteydessä. Tässä vaiheessa oppilaiden taitoerot ovat jo niin suuria, että erojen tasoittaminen vaatii paljon aikaa ja systemaattista opetusta. (Hannula & Lepola 2006, 131; Kinnunen 2003, 12). Lerkkanen ja Poikkeus (2006, 10) painottavat lasten taitojen kartoittamisen merkitystä esiopetusvuoden alussa, jotta tukea tarvitsevat lapset hyötyisivät esiopetusvuodesta mahdollisimman paljon. Matematiikan vaikeuksiin kannattaa puuttua ajoissa (Hojnoski, Silberglitt & Floyd 2009, 403; Lago & DiPerna 2010, 165). Suomessa perusopetuslain 30§ velvoittaa tarjoamaan oppilaille oppimisen tukea heti tuen tarpeen ilmetessä (Perusopetuslaki 21.8.1998).

Miksi matemaattisiin vaikeuksiin ei sitten reagoida ajoissa? Vaikka tutkimus lasten varhaisista matemaattisista taidoista ja kehityksestä on lisääntynyt dramaattisesti tällä vuosisadalla (Sarama & Clements 2009, 3), ovat varhaiskasvatuksen ja alkuopetuksen arjesta puuttuneet edelleen työkalut lasten matematiikan taitojen arviointiin ja tukemiseen. Tutkimustieto on tuottanut runsaasti kuvausta lasten matematiikan taitojen kehityksen etenemisestä, mutta arvioinnin näkökulmasta avoimia kysymyksiä on ollut edelleen

paljon. Tutkimustietoa tarvitaan lisää muun muassa aritmeettisten taitojen kannalta kriittisistä taidoista (Desoete, Ceulemans, De Weerd & Pieters 2012, 64-65; Sarama & Clements 2009, 3; Lago & DiPerna 2010, 166). Osataitojen tutkimisen kautta saadaan tietoa, joka auttaa paremmin ymmärtämään ja käsitteellistämään matemaattisten taitojen kehitystä. (Fletcher, Lyon, Fuchs & Barnes 2009, 263, 270, 272; Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 207.) Aritmeettisten taitojen kannalta kriittisiksi taidoiksi on osoitettu muun muassa lukujonotaidot ja matemaattisten suhteiden ymmärtäminen (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 202; Ikäheimo & Risku 2004, 235; Kinnunen 2003, 3-6; Clarke & Shinn 2004, 244; Lembke & Foegen 2009, 16-19). Subitisaatiotaitojen merkityksestä myöhemmille aritmeettisille taidoille on sen sijaan saatu tutkimuksissa ristiriitaisia tuloksia. (Göbel, Watson, Lervåg & Hulme 2014, 1-2; Gilmore, Attridge, De Smedt & Inglis 2014, 50-58; De Smedt, Verschaffel & Ghesquiére 2009, 469.)

Tässä tutkimuksessa selvitettiin esiopetusikäisten lasten subitisaatiotaitojen merkitystä matemaattisena kouluvalmiutena. Subitisaatiotaidot valittiin tutkimuskohteeksi, koska niiden merkitystä kouluvalmiutena on vähemmän tutkittu. Matemaattiset kouluvalmiudet rajattiin aritmeettisiin kouluvalmiuksiin, koska aritmeettiset perustaidot ovat keskeisin osa alkuopetuksen opetussuunnitelmaa. Lisäksi aritmeettiset perustaidot luovat pohjan kaikelle muulle matematiikan opiskelulle. Tämä tutkimus perustuu konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen, koska kouluvalmiuksien näkökulmasta matemaattisten käsitteiden muodostumiseen liittyviä prosesseja ja vaikeuksia pystytään parhaiten kuvaamaan juuri konstruktivistiseen tietoteoriaan perustuvalla oppimiskäsityksellä (Merenluoto & Lehtinen 2004, 302). Tutkimuksen teoreettinen viitekehys nojaa Aunio ja Räsänen Taitorypäsmaaliin (Aunio 2008, 65–68), joka perustuu kansainvälisten tutkimusten tuottamaan tietoon lapsen matemaattisesta kehityksestä ja on yhteneväinen suomalaisen alkuopetuksen opetussuunnitelman kanssa (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004).

## 2 MATEMAATTISET TAIDOT ENNEN KOULUIKÄÄ

Lasten matemaattinen kehitys alkaa jo paljon ennen kouluikää. Ennen kouluikää hankitut matemaattiset taidot muodostavat tärkeän pohjan koulumatematiikan oppimiselle. Matematiikan varhaisten taitojen kehitystä voidaan tarkastella erilaisista näkökulmista. Tässä kappaleessa kuvataan yleisellä tasolla lasten matemaattisten taitojen kehitystä, matemaattista kouluvalmiutta sekä matemaattisten taitojen arviointia.

### 2.1 Matemaattisten taitojen kehitys

Pienten lasten matemaattisten taitojen kehitystä voidaan tarkastella erilaisista näkökulmista. Kolme pääasiallista viitekehystä ovat empiristinen, (neo)nativistinen ja interaktionalistinen (konstruktivistinen) teoria (Sarama & Clements 2009, 19). Empiristisen teorian mukaan lapsi saavuttaa matemaattiset taitonsa ympäristöönsä havainnoiden. Nativistisen teorian mukaan lukumääriin liittyvä ymmärrys on synnynnäistä. (Wynn 1998, 3.) Interaktionalistisen teorian mukaan lapsen taidot kehittyvät vuorovaikutuksessa ympäristön kanssa. Tässä prosessissa lapsi itse on aktiivinen tiedon rakentaja. (Sarama & Clements 2009, 19-20.) Interaktionalistisessa teoriassa otetaan monipuolisesti huomioon lapsen sisäisiä tekijöitä, ympäristötekijöitä ja näiden välistä vuorovaikutusta. Tällä hetkellä vallalla on käsitys, että matematiikan taitojen kehittymiseksi tarvitaan sekä biologisia valmiuksia että ympäristön ohjausta (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 217–218; Munn 1998, 53-59; Sarama & Clements 2009, 20; Ben-Shalom, Berger & Henik 2012, 195, 205).

Matemaattiset taidot ennen kouluikää pitävät sisällään laajan kirjon taitoja, jotka muodostavat perustan koulumatematiikalle. Ennen muodollista opetusta edeltävät kokemukset matematiikasta ovat erittäin tärkeitä, sillä koulumatematiikan oppiminen perustuu ennen kouluikää omaksutuille taidoille (Kilpatrick, Swafford & Findell 2001, 5; Aunio, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 708). Jo yksinkertaiset matemaattiset osataidot edellyttävät monimutkaisia, monivaiheisia kognitiivisia suorituksia, sillä matematiikka on ennen kaikkea ajattelemista. Matematiikan yksinkertaisetkin osataidot kehittyvät monimutkaisessa vuorovaikutuksessa keskenään. Matemaattiset taidot rakentuvat

hierarkkisesti niin, että harjoittelun myötä aiemmat taidot alkavat vähitellen automatisoitua, ja käsitteellinen ja menetelmällinen osaaminen kehittyvät kohti abstraktimpia käsitteitä ja tapoja. Matemaattiset taidot ja valmiudet ovat siis kokonaisuus erilaisia taitoja ja prosesseja. (Hannula & Lepola 2006, 131; Räsänen & Ahonen 2002, 191–234; Paananen, Aro, Kultti-Lavikainen & Ahonen 2005, 38, 41.)

Vaikka matemaattiset taidot ja valmiudet ovat kokonaisuus erilaisia taitoja, rakentuu matemaattinen pätevyys Kilpatrickin ja Swaffordin (2002, 9) mukaan viidestä toisiinsa kietoutuvasta tekijästä. Nämä ovat: ymmärtäminen, laskeminen, soveltaminen, päättely ja mielenkiinto. *Ymmärtäminen* tarkoittaa matemaattisten käsitteiden, toimintatapojen ja suhteiden hallintaa. *Laskeminen* tarkoittaa matemaattisten menetelmien hallintaa. *Soveltaminen* pitää sisällään kyvyn muotoilla ja ratkaista matemaattisia ongelmia. *Päättelyä* tarvitaan olemassa olevan tiedon hyödyntämiseen siihen, mitä ei vielä tiedetä. *Mielenkiintoa* tarvitaan matematiikan kokemiseksi mielekkäänä, ymmärrettävänä ja käyttökelpoisena. Kilpatrickin ja Swaffordin matemaattisen pätevyyden määritelmä sopii hyvin käsitykseen matematiikan hierarkkisesta luonteesta: matemaattisen pätevyyden kriteerit pysyvät samoina, vaikka tavoitteet ja sisällöt eri ikävaiheissa vaihtelevat.

## **2.2 Matemaattisten taitojen kehityksen tukeminen esiopetuksessa**

Esiopetuksen keskeisenä tehtävänä on edistää lapsen suotuisia kasvu-, kehitys- ja oppimisedellytyksiä tarjoamalla jokaiselle lapselle tasavertaiset mahdollisuudet oppimiseen ja koulun aloittamiseen. Esiopetuksessa luodaan nimenomaan kouluvalmiuksia ja pyritään ennaltaehkäisemään mahdollisia vaikeuksia. (Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2010, 6-7.) Kouluvalmius on käsite, jota käytetään laajasti, mutta sille ei löydy yksiselitteistä määritelmää. Määritelmän epäselvyys on johtanut siihen, että käsitettä kouluvalmius tulkitaan eri tavoin. Yhtenä osoituksena tästä ovat koululykkäysten määrissä ilmenevät selvät erot maan eri osissa (Linnilä 2006, 16, 31.) Myös kansainvälisissä tutkimuksissa on havaittu opettajien painottavan kouluvalmiutena eri asioita. Siinä missä yksi pitää sosiaalisia taitoja ratkaisevina, toinen painottaa akateemisia valmiuksia. (Dockett & Perry 2009,20; Taleb & Fathi 2013, 1880.) Kouluvalmiuskeskustelua on perinteisesti leimannut kritiikki erillisten taitojen arvioinnista. Kouluvalmiuksina on

haluttu painottaa lapsen yleisiä oppimisvalmiuksia, motivaatiota ja sosiaalisia taitoja. On ajateltu, että tällainen yleinen kouluvalmius saavutetaan biologisen kypsymisen tuloksena. Viimeaikainen tutkimus on kuitenkin osoittanut ympäristön oikea-aikaisen ohjauksen merkityksen lapsen taitojen kehittymiseksi (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 217-218; Munn 1998, 53-59; Sarama & Clements 2009, 20; Breznitz, Rubinsten, Molfese & Molfese 2012, 195, 205).

Jotta esiopetus ja perusopetus voivat muodostaa lapsen kehityksen kannalta johdonmukaisesti etenevän kokonaisuuden (Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2010, 7), on esiopetuksessa otettava huomioon perusopetuksen alkuopetuksen tavoitteet ja sisällöt. Alkuopetuksen sisällöt ja tavoitteet määrittävät sen, millaisia valmiuksia lapsella tulisi olla kouluun lähtiessään. Mitä matematiikan opetus sitten on alkuopetuksessa? Alkuopetuksen matematiikan keskeisimpänä tavoitteena on lukumäärien ymmärtämisen ja käyttämisen taidot alkaen lukualueella 0-20, laajentuen toisella luokalla lukualueelle 0-100. Lukumäärien ymmärtäminen pitää sisällään lukukäsitteen hallinnan (lukumäärä, lukusana ja numerosymboli), lukumäärien vertailun ja luokittelun, lukujonotaidot, lukujen hajottamisen ja yhdistämisen, kymmenjärjestelmän periaatteen ja kymmenylityksen ja –alituksen. Aritmeettisista taidoista ensimmäisen luokan tavoitteena on oppia yhteen- ja vähennyslasku, toisella luokalla kertolasku ja konkreettisia jakolaskuja. (Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004, 158-160.)

### **2.3 Matemaattisten taitojen arviointi**

Kun kouluvalmius määritellään opetuksen näkökulmasta, määritellään myös riskilapset opetuksen näkökulmasta. Riskin mittarina toimii siis alkuopetuksen opetussuunnitelma. Methé, Hintze & Floyd (2008, 359–360) pitävät opetussuunnitelmaan pohjautuvaa arviointia ennen kouluikää erittäin tärkeänä vaikeuksien kasaantumisen ehkäisemiseksi. Opetussuunnitelmaperustaisilla arviointimenetelmillä tavoitellaan ennen kaikkea apua päätöksentekoon ja interventioiden suunnitteluun, mutta myös herkkyyttä kehityksen seurantaan. Opetussuunnitelmaperustainen arviointi liittyy tavallisesti taitojen hierarkiaan, joka noudattaa esimerkiksi opetuksen järjestystä. Opetussuunnitelmaperustaiset arviointimenetelmät eivät kuitenkaan välttämättä tavoita niitä matemaattisia perusprosesseja, jotka mahdollistavat opetettavien asioiden hallinnan, esimerkiksi aritmeettisen



sujuvuuden. (Nosworthy ym 2013, 1.) Linnilä (2006, 27, 30–31) muistuttaakin, että varhaiskasvattajat tarvitsevat riittävästi tietoa sekä alkuopetuksen tavoitteista että lapsen yleisestä matemaattisesta kehityksestä. Varhaiskasvatuksessa toimivien opettajien tiedoilla lapsen matemaattisesta kehityksestä on todettu olevan yhteyttä heidän opettamiensa lasten matemaattisiin saavutuksiin (Peterson, Fennema & Carpenter 1988, 44–45).

Tehokkaat arviointimenetelmät ovat tärkeässä roolissa matematiikan taitojen varhaisen tunnistamisen ja interventioiden näkökulmasta (Hojnoski et al 2009, 403). Kun arvioinnin näkökulma on opetuksessa, tarvitaan välinettä, jolla saadaan tietoa sekä lapsen olemassa olevista matematiikan avaintaidoista että kehityksestä ja opetuksen vaikutuksesta. (Sarama & Clements 2009, 29). Matematiikan varhaisten taitojen arviointia on lähestytty kahdesta näkökulmasta. Ensimmäisessä vaihtoehdossa on pyritty kehittämään nopea ja helppo seula, joka erottelisi yksittäisen avaintaidon (esimerkiksi lukujonotaitojen) perusteella matematiikassa lisätukea tarvitsevat lapset. Toisessa vaihtoehdossa yhteen testiin on sisällytetty matemaattisten taitojen eri osa-alueita. (Seethaler & Fuchs 2010, 37–56.) Toistaiseksi kumpikaan vaihtoehto ei ole tuottanut ennustamisen näkökulmasta riittävän korkeita korrelaatioita (Gersten, Clarke, Jordan, Newman-Gonchar, Haymond & Wilkins 2012, 424).

Seethalerin ja Fuchsin (2010, 55–56) mukaan yksittäisiä avaintaitoja mittaamalla saateen saavuttaa myöhempien taitojen ennustamisen näkökulmasta yhtä hyvät tulokset kuin samanaikaisesti eri osa-alueita seulomalla. Päiväkodin kiireisessä arjessa helpot ja nopeat seulat otettaisiin heidän arvionsa mukaan paremmin käyttöön. Kuitenkin eri osa-alueiden seulominen taas tuottaa yksityiskohtaisempaa tietoa lapsen mahdollisista ongelma-alueista ja palvelee siten interventioiden näkökulmasta paremmin. (Seethaler & Fuchs 2010, 55–56.) Yksittäisiä taitoja seulomalla ei saada tietoa diagnostisiin tarpeisiin (Gersten, Clarke, Jordan, Newman-Gonchar, Haymond & Wilkins 2012, 425, 432). Seulonnan ja interventioiden tarpeisiin tarvitaan siis erilaisia välineitä. Vaikka matematiikan varhaisista taidoista on kertynyt jo valtavasti tutkittua tietoa, on Gerstenin, Jordanin ja Flojon (2005, 293–294) mukaan matemaattisten valmiuksien testaaminen vielä lapsenkengissä verrattuna lukemisvalmiuksien mittareihin.

Matemaattiset taidot ja valmiudet rakentuvat keskenään päällekkäisistä taidoista ja prosesseista. Tämä tekee matemaattisten valmiuksien arvioinnin ja myöhempien taitojen ennustamisen haastavaksi. Oppimisen kannalta keskeisten kognitiivisten prosessien yhteyttä matematiikan eri osataitoihin ei ole pystytty osoittamaan, kuten esimerkiksi lukemisen taitojen osalta on pystytty tekemään. (Hannula & Lepola 2006, 131; Räsänen & Ahonen 2002, 191–234; Paananen, Aro, Kultti-Lavikainen & Ahonen 2005, 38, 41.) Osataitojen tutkimisen kautta saadaan kuitenkin lisää tietoa, joka auttaa paremmin ymmärtämään ja käsitteellistämään matemaattisten taitojen kehitystä ja eri osataitojen merkitystä koulumatematiikan oppimisessa. (Fletcher, Lyon, Fuchs & Barnes 2009, 263, 270, 272; Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 207.)

Matematiikan varhaisista osataidoista kertynyttä tutkimustietoa arvioinnin tarpeisiin ovat koonneet yhteen Yhdysvalloissa Sarama ja Clements (2009) ja Suomessa Aunio ja Räsänen (2008, 65–68). Heidän työnsä tuloksena ovat syntyneet matemaattisen kouluvalmiuden kannalta tärkeät mallit, jotka kuvaavat niitä osataitoja, joiden hallinta ennustaa myöhempiä aritmeettisiä taitoja. Saraman ja Clementsin malli kulkee nimellä Learning Trajectories, Aunio ja Räsänen malli tunnetaan Taitorypäsmodellina. Vaikka malleja ei ole kehitetty yhteistyössä, pitävät ne sisällään samat keskeiset matematiikan osa-alueet. Käytetyt käsitteet ainoastaan poikkeavat jonkin verran toisistaan (kuva 1). Myös suomalaisen perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2004) asetetut matematiikan oppimistavoitteet vuosiluokilla 1-2 vastaavat lukujen ja laskutoimitusten osalta Taitorypäsmodellin mukaisia sisältöjä. Näin ollen Taitorypäsmodellin toimii teoreettisesti vahvana viitekehysenä matemaattisten kouluvalmiuksien arvioimiseksi. Taitorypäsmodellin ja siitä johdetut tuen tarpeen tunnistamisen ja oppimisen seurannan välineet esikoululaisille ja 1.–2. luokkalaisille ovat vapaasti kaikkien käytettävissä osoitteessa

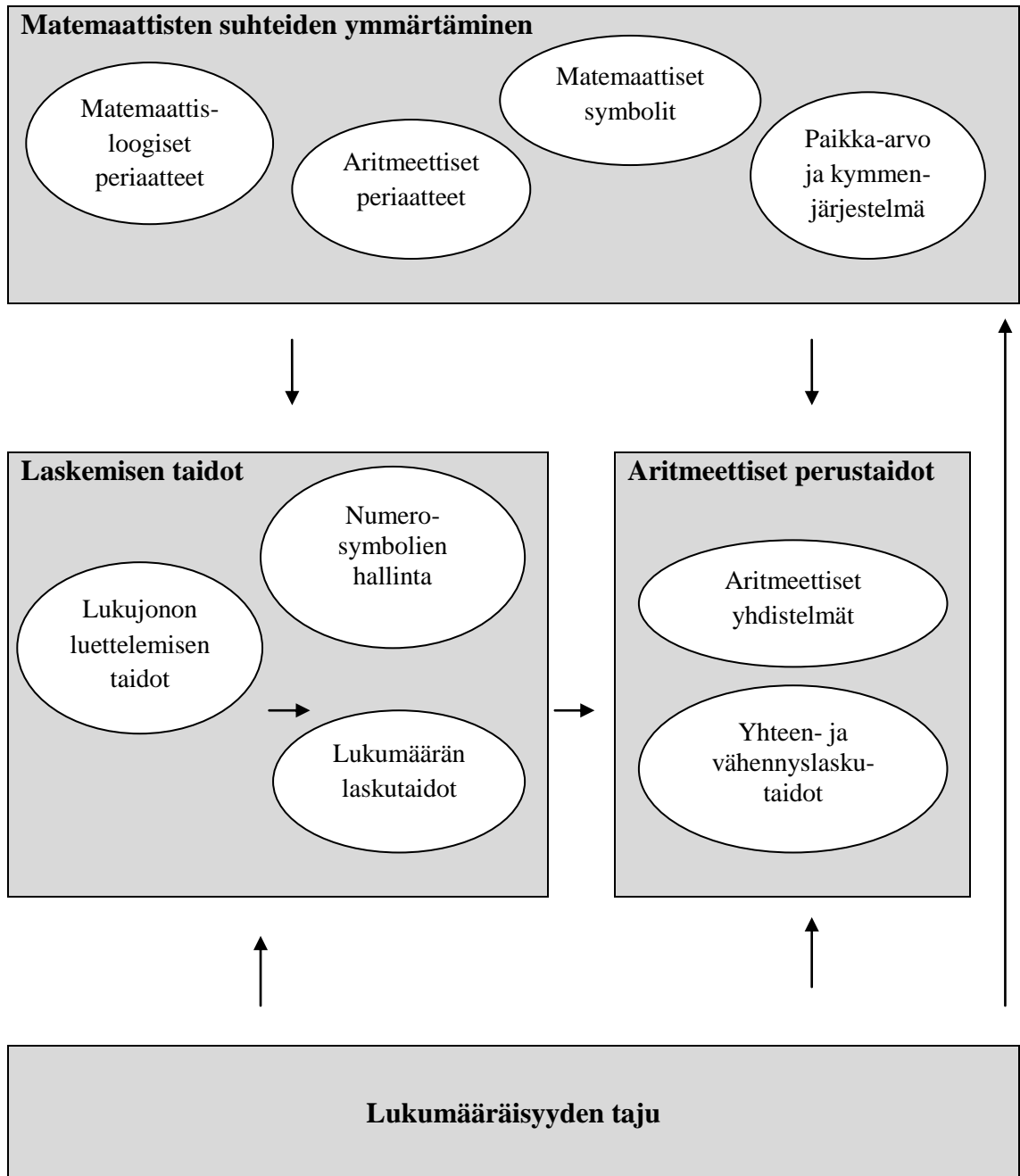
<http://www.lukimat.fi/lukimat-oppimisen-arviointi>.



KUVIO 1: Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2004) mukaiset matemaatiikan sisällöt 1-2 luokille, Taitorypäsmodellin ja Learning trajectories -mallin mukaisesti.

### **3 ARITMEETTISTA KOULUVALMIUTTA ENNAKOIVAT TAIDOT**

Aunio ja Räsänen analysoivat kansainvälisiä tutkimuksia löytääkseen keskeisimmät esi- ja alkuopetuksen taidot, jotka ennustavat myöhempää matemaattista suoriutumista. He kelpuuttivat analysoitavaksi ainoastaan kansainvälisissä lehdissä julkaistut vertaisarvioinnin läpäisseet raportit. Tämän analyysin pohjalta syntyi Taitorypäsmodell, joka jakaa matemaattiset taidot neljään keskeiseen taitorypääseen. Nämä taitorypät ovat: lukumääräisyyden taju, matemaattisten suhteiden ymmärtäminen, laskemisen taidot ja aritmeettiset perustaidot (kuvio 2). (Aunio 2008, 65.) Sarama ja Clements (2009, 3, 17-18) päätyivät omassa laajassa lasten matemaattisia taitoja kartoittaneessa tutkimuksessaan samanlaisiin tuloksiin Aunion ja Räsäsen kanssa. Yhdysvaltalainen matematiikan opettajien liitto hyväksyi Saraman & Clementsin mallin paikallisen opetussuunnitelman perustaksi, koska malli pitää sisällään myöhempien taitojen kannalta olennaiset valmiudet. Kuvaan seuraavaksi tarkemmin taitorypäiden mukaisia valmiuksia ja niiden yhteyttä aritmeettisiin taitoihin. Tämän tutkimuksen keskiössä olevaa subitisaatiokykyä käsitellään osana lukumääräisyyden tajua, sillä subitisaatiokyky on osa lukumääräisyyden tajuksi nimettyä taitojen kokonaisuutta. Subitisaatiokykyä ei voi tarkastella irrallaan muista aritmeettisten taitojen pohjana olevista valmiuksista, sillä matematiikan varhaiset osa-alueet kehittyvät tiiviissä vuorovaikutuksessa keskenään.



KUVIO 2. Neljä keskeistä matemaattista taitoryvästä (Aunio 2008, 66)

### 3.1 Lukumääräisyyden taju

Lukumääräisyyden tajulla viitataan kykyyn hahmottaa lukumääriä. Lukumäärien hahmottaminen ei perustu tässä kielelliseen, tarkkaan laskemiseen, vaan likimääräiseen lukumäärien erotteluun. Lukumääräisyyden tajun ajatellaan olevan perustavanlaatuisen, biologispohjainen kyky, joka toimii pohjana kulttuurin välittämän matemaattisen taidon oppimiselle. (Aunio 2008, 68; Sarama & Clements 2009, 37.) Lukumääräisyyden tajulla tarkoitetaan kykyä, josta osa tutkijoista käyttää termiä subitisaatio. Subitisaatiolla tarkoitetaan pienten lukumäärien laskematta tapahtuvaa nopeaa ja tarkkaa havaitsemista (Clements & Sarama 2009, 9). Clementsin ja Saraman (2009, 9) mukaan tutkimus osoittaa subitisaation olevan yksi tärkeimmistä kyvyistä, joka vaikuttaa lapsen matemaattiseen kehitykseen. Niillä lapsilla, joilla on erityisiä tuen tarpeita, subitisaatiokyky on ikätovereitaan heikompi, mikä haittaa heidän matemaattisten taitojen kehitystä. (Clements & Sarama 2009, 9.) Benoit, Lehalle & Jouen (2004, 291) arvioivat, että lapsi oppii ymmärtämään ensimmäisten lukusanojen merkityksen nimenomaan subitisaation avulla kun hän liittyy lukusanan tuntemaansa kokonaisuuteen. Fischer, Gebhardt & Hartnegg (2008, 24–25, 28) tutkivat iältään 7–17-vuotiaiden subitisaatiokykyä ( $n = 375$ ) lukualueella 1–9. Tutkittavista 156:lla oli ongelmia aritmeettisissa taidoissa. Heidän tuloksensa osoittivat aritmeettisiä vaikeuksia omaavien lasten subitisaatiokyvyn kontrolliryhmää heikommaksi kaikissa ikäryhmissä.

Clements ja Sarama (2009, 44–45) selittävät subitisaation yhteyttä aritmeettisiin taitoihin siten, että lapsen havaintoon perustuva subitisaatio (*perceptual subitizing*) kehittyy käsitteelliseksi subitisaatioksi (*conceptual subitizing*), jota tarvitaan yhteen- ja vähennyslaskuissa. Vain pienimmät lukumäärät tunnistetaan havaitsemalla. Suuremmat lukumäärät tunnistetaan osittelun kautta. Esimerkiksi lukumäärä kahdeksan tunnistetaan jakamalla kahdeksan kahteen osaan, jonka jälkeen lasketaan, että neljä ja neljä on kahdeksan. Tämä osittelun kautta tapahtuva subitisaatio on Saraman ja Clementsin (2009, 45) mukaan käsitteellistä subitisaatiota, joka on hyvin lähellä yhteen- ja vähennyslaskuissa välttämätöntä lukujen hajottamista ja kokoamista. Sarama ja Clements pitävät subitisaatiokykyä niin olennaisena lähtökohtana matematiikan taitojen oppimisessa, että he ovat nimenneet ensimmäisen matematiikan taitojen oppimispolkunsä (learning tra-

jectory) lukumäärä-, numero- ja subitisaatiotaidoiksi (quantity, number and subitizing). (Sarama & Clements 2009, 44–45).

Lukumääräisyyden tajua arvioidaan tyypillisesti vertailutehtävillä, joissa lapsen täytyy valita objekteista tai numerosymboleista se, jossa on enemmän tai vähemmän. Lukumäärien vertailutaidot on yhdistetty joskus aika suoraviivaisestikin myöhempisiin aritmeettisten taitoihin. Tätä on perusteltu muun muassa sillä, että jo hyvin pienet lapset pystyvät havaitsemaan kahden joukon välisen määrällisen eron. Tämä auttaa heitä myöhemmin arvioimaan suorittamiensa laskujen vastausten uskottavuutta. (Desoete, Ceulemans, De Weerd & Pieters 2012, 66.) Nosworthy, Bugden, Archibald, Enasin ja Ansari (2013, 1) tutkivat 160 lasta (1-3 luokkalaista). Heidän tulostensa mukaan sekä symboliset että ei-symboliset lukumäärien vertailutaidot olivat yhteydessä oppilaiden aritmeettisiin saavutuksiin. Kuitenkin vain symbolinen lukumäärien vertailusuoritus selitti yksilölliset erot aritmeettisissä saavutuksissa. Osa tutkimuksista löytää lukumäärien erotte-lun yhteyden aritmeettisiin taitoihin, mutta vähintään yhtä iso osa tutkimuksista ei löydä yhteyttä. Valtaosa tutkimuksista on tehty niin, että niissä on mitattu samanaikaisia, yhdessä vaikuttavia korrelaatioita, jotka saattavat heijastaa sitä tosiasiaa, että aritmeettisten taitojen oppiminen parantaa lukumäärien vertailutaitoja. (Göbel, Watson, Lervåg & Hulme 2014, 1-2; Gilmore, Attridge, De Smedt & Inglis 2014, 50-58; De Smedt, Verschaffel & Ghesquiére 2009, 469.)

Matemaattisten taitorypäiden eri osa-alueet kehittyvät samanaikaisesti siten, että kehitys yhdellä alueella auttaa toisen taitoalueen hallintaa. Näin ollen puhtaasti yhden osa-alueen mittaaminen on hyvin haastavaa ja oikeastaan jopa tarpeetonta. Koska esiopetusikäiset hallitsevat tyypillisesti lukujonotaitoja, numerosymboleita ja erilaisia matemaattisia käsitteitä, kannattaa näitä hyödyntää heidän lukumääräisyyden tajua tutkittaessa, sillä se helpottaa heidän vertailutaitojensa arviointia. Arviointitilanteessa tulee ottaa toki huomioon, että tehtävissä arvioidaan lukumääräisyyden tajun lisäksi muun muassa matemaattisia suhteita ja laskemisen taitoja. Esimerkiksi lukujonotehtävillä saadaan hyvin tietoa lapsen numerokäsityksestä erilaisilla lukualueilla toimiessa (Siegler 2009, 434–435). Berchin (2005, 335) ja De Smedtin ym (2009, 472–477) mukaan lasten lukumäärien vertailutaitoja tutkittaessa on ratkaisevan tärkeää mitata tarkkuuden lisäksi lukumäärien erotte-lun nopeutta, koska nopeuden mittaaminen paljastaa numeerisen in-

formaation prosessoinnin eroja, joita ei saada esille pelkästään tarkkuutta arvioimalla. Lukumäärien vertailunopeudella on havaittu yhteyttä myöhempiin matematiikan taitoihin ja matematiikan oppimisvaikeuksiin. (Berchin 2005, 335; De Smedt ym 2009, 472–477.)

Lukumääräisyyden tajuun liittyy lapsen taipumus ylipäättään kiinnittää huomiota lukumääriin. Mattisen väitöskirjassa (2006) tutkittiin lasten spontaania lukumäärien havainnointitaipumusta, ja sen todettiin olevan yhteydessä matemaattisten taitojen kehittymiseen. Myös Hannulan ja Lehtisen (2005, 253) tutkimuksessa osoitettiin esikouluikäisten taipumuksella kiinnittää huomiota lukumääriin olevan yhteys heidän matemaattisiin taitoihinsa. Hannula & Lepola (2006, 146–147) selvittivät, kuinka spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin esikouluikässä on yhteydessä aritmeettisiin taitoihin koulussa 2. luokalla. Heidän mukaansa spontaani huomion kiinnittäminen lukumääriin esikouluikässä on tilastollisesti merkittävä myöhempien aritmeettisten taitojen ennustaja. Syy, miksi lapsen spontaani lukumäärien havainnointitaipumus on niin merkittävä myöhempien aritmeettisten taitojen kannalta, on se, että kiinnittäessään huomiota ympäristönsään oleviin lukumääriin, lapsi ei ainoastaan totea lukumäärää, vaan hyödyntää lukumääriin liittyvää tietoa omassa toiminnassaan. Näin hän alkaa tulkita asioita matemaattisesti, kiinnittää huomiota matemaattisesti olennaisiin piirteisiin ja tiedostaa, kuinka hän pystyy hyödyntämään matemaattista tietoa omassa toiminnassaan. (Hannula & Lepola 2006, 149–150.) Spontaani lukumäärien havainnointitaipumus tukee siis lapsen konkreettisen laskemisen kehittymistä matemaattiseksi ajatteluksi.

### **3.2 Matemaattisten suhteiden ymmärtäminen**

Matemaattisiin suhdetaitoihin kuuluvat matemaattis-loogiset periaatteet, aritmeettiset periaatteet, matemaattiset symbolit, lukujen hajottaminen ja kokoaminen sekä lukujen paikka-arvo ja kymmenjärjestelmä. Näistä taidoista esikouluikässä keskeisiä ovat matemaattis-loogiset periaatteet eli sarjoittaminen, luokittelu, vertailu ja yksi yhteen -suhde. Vertailun ja luokittelun taidot ovat keskeisiä erilaisissa matemaattisissa ongelmanratkaisuissa. (Aunio 2008, 68.) Matemaattiset suhdetaidot pitävät sisällään matemaattisia käsitteitä ja periaatteita (esimerkiksi mitä tarkoittaa yhtä paljon tai enemmän). Aunio ja



Niemivirran (2010, 431–432) tutkimuksessa todettiin päiväkodissa mitattujen matemaattisten suhdetaitojen olevan yhteydessä ensimmäisellä luokalla mitattuihin aritmeettisiin perustaitoihin. Käsitteiden ja periaatteiden oppiminen perustuu ymmärtämiseen (Hihnala 2005, 18), jonka vuoksi matemaattisten suhdetaitojen kehitys on tiiviisti kytköksissä lapsen ajattelu- ja päättelytaitojen kehitykseen (Aunio & Niemivirta 2010, 427).

Lasten matematiikan varhaisia taitoja käsittelevien teorioiden yhteydessä ei voi olla törmäämättä käsitteeseen *number sense*. Vaikka käsite on haastava, on se niin keskeinen varhaisten matemaattisten taitojen teorioissa, ettei sitä voi jättää kokonaan huomioida. Haastavaksi *number sense* käsitteen tekee se, ettei siitä ole olemassa yhtä määritelmää (Berch 2005, 333; Gersten, Jordan & Flojo 2005, 296; Lago & DiPerna 2010, 164, 166). Määrittelijästä riippuen käsite *number sense* pitää sisällään hyvin erilaisia numeeriseen ymmärrykseen liittyviä taitoja ja ominaisuuksia, jotka auttavat ratkaisemaan matemaattisia ongelmia eri tasoilla. Osa näistä taidoista on synnynnäisiä kykyjä, osa sellaisia taitoja, jotka kehittyvät harjoittelun myötä. (Berch 2005, 333–334.) Vaikka *number sense* määritelmästä ollaan montaa mieltä, mieltävät useat tutkijat *number sense* jonkinlaisena yleisenä kykynä ymmärtää numeroita ja lukumääriä sekä niiden välisiä suhteita. *Number sense* on ikään kuin määrällistä intuitiota, joka auttaa ratkaisemaan matemaattisia ongelmia joustavasti. *Number sense*en liitetään kyky arvioida ja päätellä lukumääriä sujuvasti ja joustavasti, kyky huomata järjetön tulos, päässä laskemisen joustavuus, kyky käyttää lukuja kuvailuun, vertailuun ja laskemiseen ja kyky soveltaa erilaisia esitystapoja. (Yang & Li 2012, 45; Sood & Jitendra 2013, 328; Lago & DiPerna 2010, 166; Anghileri 2000, 5; Berch 2005, 333–334).

The National Council for Teachers of Mathematics on esittänyt, että lasten *number sense* pitäisi sisällään lapsen ymmärryksen lukujen suuruudesta, lukujen suhteista ja rakenteesta sekä paikka-arvosta. (Hojnoski et al 2009, 403). Gerstenin ym. (2012, 432) mielestä *number sense*en tärkeimmät osa-alueet ovat lukumäärien vertailu, strateginen laskeminen, kyky ratkaista yksinkertaisia sanallisia ongelmia ja kyky hakea mielestä tehokkaasti aritmeettisiä faktoja. Gerstenin, Jordanin ja Flojon (2005, 297) mukaan *number sense* mahdollistaa matemaattisten periaatteiden liittämisen matemaattisiin menetelmiin. Suomalaisista tutkijoista *number sense* käsitettä on käyttänyt Pirjo Aunio. Hän määrittelee väitöskirjassaan (2006, 5) *number sense*en lapsen ymmärrykseksi lukumää-

ristä, lukusanoista ja numerosymboleista. Aunio käyttää käsitteestä number sense suomenkielistä vastinetta lukukäsite. Aunio on operationalisoinut lukukäsitteen matemaattisiin suhde- ja lukujonotaitoihin. Taitorypäiden näkökulmasta Aunio siis viittaa lukukäsitteellä kahteen taitorypääseen: matemaattisten suhteiden ymmärtämiseen ja laskemisen taitoihin. (Aunio 2006, 5.)

Vaikka osa tutkijoista viittaa number sense käsitettä käyttäessään subitisaatiokykyihin ja lukumääräisyyden tajuun, ymmärrän minä number sense käsitteen Aunion (2006, 5) tapaan osaksi matemaattisia suhdetaitoja. Oman tutkimukseni alkuvaiheessa liitin number sense käsitteen lukumääräisyyden tajun taitorypääseen, mutta mitä enemmän luin tutkimusraportteja, sitä selkeämmin number sense liittyi mielestäni käsitteellisesti ja operationaalisesti matemaattisiin suhdetaitoihin. Vaikka matemaattisia taitoja kuvaavat käsitteet ja kehityksen osataidot ovat osittain päällekkäisiä ja keskenään monimutkaisessa suhteessa toisiinsa nähden, voi mielestäni perustellusti jaotella lukumääräisyyden tajun viittaamaan havaintopohjaiseen lukumäärien erotteluun (subitisaatioon) ja number sensen käsitteelliseen lukumäärien erotteluun (matemaattiset suhdetaidot). Yangin & Lin (2012, 45) mukaan juuri number sense edistää matematiikan käsitteellistä ymmärrystä ja joustavuutta soveltaa matemaattista tietoa ongelman ratkaisussa. Myös Berch (2005, 334-336) on sitä mieltä, että number sense ei ole vain yksinkertainen alkeisintuutio lukumääristä vaan kyseessä on monimutkaisempi ja monitahoisempi ilmiö. Methe, Hintze ja Floyd (2008, 360) ovat verranneet osuvasti fonologista tietoisuutta ja number senseä. Aivan kuten fonologisen tietoisuuden ajatellaan olevan merkittävässä roolissa lukutaidon kannalta, number senseä voidaan pitää tietoisuutena lukumäärien keskeisistä käsitteellisistä rakenteista. (Methe, Hintze & Floyd 2008, 360.) Lapsia havainnoitaessa on huomattu, että lukujen ymmärtäminen ja lukujen käyttäminen kehittyvät asteittain. Kehitys etenee eri tasojen kautta. Eri tasoilla lapsi ymmärtää ja käyttää lukuja kullekin tasolle tyypillisellä tavalla. Mitä korkeammalle tasolle lapsi yltää, sitä lähempänä hän on koulumatematiikassa vaadittavia lukujen ymmärtämis- ja käsittelytaitoja. (Kinnunen 2003, 1.)

Ikäheimon ja Riskun (2004, 229) mukaan matemaattisista suhdetaidoista alkuopetuksen solmukohdiksi alkuopetuksessa muodostuvat tyypillisesti lukujen hajottaminen ja koaminen sekä kymmenjärjestelmän periaate. Ikäheimon, Aallon ja Puumalaisen (1997, 16) mukaan esimerkiksi kymmenjärjestelmän oppiminen edellyttää lukumäärän ja nu-

meromerkinnän välisen yhteyden ymmärtämistä, lukujonotaitoja ja taitoa hajottaa ja koota lukuja. Matemaattisten suhdetaitojen näkökulmasta olennaista on kyky ymmärtää numerosymboleita omana järjestelmänään, jolloin niillä pystyy operoimaan. Käytännössä tämä tarkoittaa sitä, että ei riitä, että lapsi oppii numerosymbolien ja lukumäärien välisen yhteyden, vaan hänelle täytyy muodostua numerosymboleista mentaalinen suuruusjärjestystä kuvaava järjestelmä. (Lyons & Beilock 2011, 256, 260-261.) Aiemmissä tutkimuksissa on osoitettu, että suullisen laskemisen taidot, lukumäärien tunnistaminen ja erottelu, numeroiden tunnistaminen ja puuttuvan luvun nimeäminen lukujonossa ovat vähintään kohtuullisia ennustearvoltaan myöhempien matemaattisten taitojen kannalta (Clarke & Shinn 2004, 244; Lembke & Foegen 2009, 16-19). Esiopetusikäisten matemaattisia suhdetaitoja arvioidaankin tyypillisesti paitsi erilaisilla järjestämis- ja vertailutehtävillä myös erilaisilla sarjoittamistehtävillä kuten oikean luvun löytäminen lukusarjan jatkoksi. Matemaattiset suhdetaidot kehittyvät vastavuoroisessa suhteessa laskemisen taitojen kanssa (Aunio 2006, 11-12), joten niiden arvioiminen osana muita laskutaitoja on luontevaa.

### 3.3 Laskemisen taidot

Laskemisen taitoihin kuuluvat lukujonon luettelemisen taidot, lukumäärän laskutaidot ja numerosymbolien hallinta (Aunio 2008, 65–66). Tutkimusten mukaan alkuopetuksen taidoista erityisesti lukukäsitteen hallinta ja lukujonotaidot ovat kriittisiä taitoja matemaattisten taitojen kehittymisessä (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 202; Ikäheimo & Risku 2004, 235; Kinnunen 2003, 3-6). Tarkka, vaivaton, tarkoituksenmukainen ja strateginen laskeminen on välttämätön taito, sillä laskutaito ennustaa myöhempiä taitoja koulussa paremmin kuin muut ominaisuudet (Sarama & Clements 2009, 72). Aunion ja Niemivirran (2010, 431) mukaan sekä laskemisen taidot että lukumäärien vertailutaidot päiväkodissa ennustavat matemaattisia taitoja ensimmäisellä luokalla koulussa. Myös Gerstenin, Jordanin ja Flojon (2005, 293) tutkimuksessa parhaimpia matemaattisten oppimisvaikeuksien varhaisia ennustajia ovat lukumääräisyyden tajua mittaavat tehtävät (lukumäärien ja lukujen vertailu), numerosymbolien tunteminen sekä laskemisen taidot. Aunola, Leskinen, Lerkkanen ja Nurmi (2004, 708-709) osoittivat, että laskemisen taidot esikoulussa ennustivat sekä matemaattisten taitojen tasoa että taitojen kehitystä toi-

selle luokalle. Laskemisen taidot ja lukumäärien erottelutaidot auttavat myöhemmin yhteen- ja vähennyslaskuissa (Jordan, Glutting, Ramineni & Watkins 2010, 182). Tutkimus on osoittanut, että laskemisen taidot kehittyvät tiiviissä vuorovaikutuksessa laskemisen periaatteiden ymmärtämisen kanssa (Verschaffel, Greer & De Corte 2007, 560). Laskemisen periaatteiden ymmärtäminen on yksi parhaita aritmeettisiä taitoja ennustava tekijä. Myös sarjoittamisen ja luokittelun taidot ennustavat aritmeettisiä taitoja hyvin. (Desoete, Ceulemans, De Weerd & Pieters 2012, 64-65.)

### *Lukujonon luettelemisen taidot*

Lukujonon luettelemisen taito pitää sisällään lukujonon luettelemista eteen- ja taaksepäin, lukujonon luettelemista hyppäyksittäin ja lukujonon luettelemisen jatkamista annetusta luvusta. Lukujonon luetteleminen kehittyy vaiheittain taidoksi käyttää luettelemista lukumäärän laskemiseksi, ja edelleen yhteen- ja vähennyslaskujen ratkaisemiseksi. (Aunio 2008, 65-66.) Lapset oppivat jäljittelemällä jo varhain luetteleman lukusanajonon jonoa. Tässä vaiheessa lukusanajono ei kuitenkaan merkitse ymmärrystä luvuista, vaan edustaa ulkoa opittua lorua. Kehittyessään lapsi alkaa käyttää lukusanajonoa esineiden määrän selvittämiseksi. Aluksi lapsi joutuu aloittamaan laskiessaan aina lukusanajonon alusta eikä luettelu noudata yksi yhteen vastaavuutta. Pikkuhiljaa lapselle kehittyy taito laskea esineitä johdonmukaisesti yksi yhteen periaatetta noudattaen. Myös kardinaalisuuden taju alkaa kehittyä, kuin myös taito jatkaa lukujen luettelemista mistä tahansa lukujonon luvusta. Tämä mahdollistaa lukujonon hyödyntämisen karttuvan määrän laskemisessa. (Kinnunen 2003, 2-5.)

Lukujonokokemusten myötä lapsen taidot liikkua ajatuksellisesti lukujonossa eteenpäin ja taaksepäin kehittyvät. Hän alkaa ymmärtää lukujonoa suuruusjärjestyksessä olevien lukujen jonona. Tästä taidosta on apua kymmenjärjestelmän hahmottamisessa. Lukujonon ymmärtäminen suuruusjärjestyksen lisäksi lukumäärien jonona on aritmeettisten taitojen kannalta tärkeää. Taito osittaa ja koota lukuja mahdollistaa nopeampien ja tehokkaampien yhteen- ja vähennyslaskustrategioiden käyttämisen. Siirtyminen konkreettisesta lukujonosta mentaaliseen lukujonoon on laskemisen sujuvuuden kannalta hyvin merkittävä vaihe, joka edellyttää vakaata mielessä olevaa konstruktioita lukujonosta. Tässä vaiheessa jonkinlainen numeerinen perustieto on automatisoitunut, ja lapsi pystyy

selviytymään yhteenlaskuista huomattavasti joustavammin. (Kinnunen 2003, 2-5; Jordan & Hanich 2003, 220.) Ongelmat yhteen- ja vähennyslaskuissa saattavatkin johtua lukukäsitteen ja lukujonotaitojen hallinnan puutteesta (Räsänen 1999, 347). Erityisesti lukujonotaidot esiopetusiässä ennustavat vahvasti aritmeettisten taitojen kehitystä alkuopetuksessa (Aunola ym 2004, 711; Hannula & Lepola 2006, 146-147; Hojnosi et al 2009, 414 ).

### *Lukumäärän laskutaidot*

Lukumäärän laskeminen edellyttää jo usean osaprosessin hallintaa. Gelman & Gallistel esittelivät 1970-luvun lopussa periaatteet, joiden ymmärtäminen on edellytyksenä lukumäärien laskemisessa. Voidakseen päästä oikeaan lopputulokseen, on osattava luella lukujono oikeassa järjestyksessä (”pysyvän järjestyksen periaate”). On myös ymmärrettävä, että jokaista laskettavaa objektia vastaa yksi lukusana (”yksi yhteen periaate”). Lisäksi lukumäärän laskeminen edellyttää ymmärrystä, että viimeisenä sanottu luku kuvaa laskettujen objektien lukumäärää (”kardinaalisuus periaate”). Edelleen on ymmärrettävä, että kaikenlaisia esineitä ja asioita voi laskea eikä niiden tarvitse olla keskenään samanlaisia (”abstraktio periaate”). Ja vielä on oivallettava, että laskettavat objektit voi laskea missä järjestyksessä tahansa, kunhan laskee jokaisen objektin ainoastaan yhden kerran (”järjestyksen merkityksettömyys periaate”). (Aunio 2008, 66; Sophian 1998, 28, 36.)

Tutkimus näyttää osoittavan monta eri tekijää, jotka vaikuttavat lasten laskemisen käyttämiseen vertailutehtävissä. Jos lapsen täytyy verrata laskemalla esimerkiksi kahta ryhmää, täytyy hänen työmuistinsa olla riittävä, jotta hän pystyy suunnittelemaan vertailua, laskemaan kaksi ryhmää, pitämään tulokset mielessään, vertaamaan tuloksia ja tekemään johtopäätöksiä kahdesta joukosta. Lisäksi lapsen laskemisjärjestelmän pitää olla kehittynyt tietylle tasolle. Lapsen pitää selviytyä laskemisesta, hänen täytyy hoksata, että laskemista voi käyttää kahden joukon vertailuun, ja hänen täytyy ymmärtää laskemansa tuloksen merkitys. Kokemuksen myötä lapsi oppii, millaisissa tilanteissa voi ja kannattaa hyödyntää laskemista. Lapsen kyky arvioida ja ratkaista ongelmia laskemalla kehittyy siis verrattain hitaasti, ja opettaminen saattaa olla tehotonta ennen kuin lapselle

on kehittynyt vakaa käsitys matemaattisista käsitteistä ja strategioista. (Sarama ja Clements 2009, 84-85, 91-92.)

### *Numerosymbolien hallinta*

Vaikka jopa vastasyntyneillä on jonkinlaista primaaria lukumääräisyyden tajua, muuttuu matematiikka olennaisesti kun lapset kasvavat, sillä silloin matematiikka alkaa pohjata verbaaliseen ja symboliseen esitykseen. Numerosymbolien hallintaa ovat lukusanan yhdistäminen sitä vastaavaan numerosymboliin ja lukumäärien ilmaiseminen numerosymboleilla (Aunio 2008, 66-67). Tutkijat väittävät ratkaisevaksi sitä vaihetta, jolloin lapsi oppii yhdistämään kirjoitetut numerot niitä vastaaviin sanoihin ja lukumääriin. Tämän taidon katsotaan useissa tutkimuksissa ennustavan vahvasti myöhempiä matematiikan taitoja (Clarke & Shinn 2004, 237, 244; Lembke & Foegen 2005, 18; Seethaler, Fuchs, Fuchs Compton 2012, 224, 226, 229). Rousselle ja Noel (2007, 361) sekä Defever, De Smedt ja Reynvoet (2013, 3182) ovat havainneet, että lasten, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia, on selvästi vaikeampi muuntaa lukumäärien kanssa prosessointia symboliseen muotoon (esimerkiksi käyttää arabialaisia numeroita). Lukumäärien käyttäminen ja ymmärtäminen kuitenkin vaatii kykyä siirtyä esitystavasta toiseen (Geary, Hamson & Hoard 2000, 237). Tässä vaiheessa lapsen on ikään kuin omaksuttava ”matematiikan kieli”. Esikouluikäisillä lapsilla fonologiset prosessit ovat merkityksellisiä numeeristen taitojen kehityksessä. Esimerkiksi fonologinen työmuisti ja fonologinen tietoisuus ovat yhteydessä heidän lukukäsitetaitoihinsa. Fonologisella tietoisuudella on vahva yhteys nimenomaan numerosanojen järjestyksen muistamisen oppimisessa. (Michalczyk, Krajewski, Preßler & Hasselhorn 2013, 408, 410, 413, 415.) Kieli on kriittisessä roolissa erilaisten matemaattisten käsitteiden ja numerosymbolien oppimisen lisäksi lukumäärien kardinaalisuuskäsitteen ymmärtämisessä (Sarama & Clements 2009, 68; Barbarin & Wasik 2009, 400). Purpuran, Baroodyn & Lonigan (2013, 460-461) mukaan lapsen kyky hyödyntää epämuodollista matemaattista tietoa muodollisessa opetuksessa liittyy ennen kaikkea hänen kykyihinsä ymmärtää lukusanojen ja lukumäärien yhteyttä sekä liittää vielä näihin kirjoitetut symbolit.

### 3.4 Aritmeettiset perustaidot

Aritmeettisillä perustaidoilla tarkoitetaan yhteen- ja vähennyslaskutaitoja. Aritmeettisten perustaitojen oppiminen ajoittuu lähinnä ensimmäiselle luokalle, mutta jo esikouluikäiset aloittelevat konkreettisia esineitä apunaan käyttäen näiden taitojen harjoittelua. Aluksi lapset ratkovat yhteen- ja vähennyslaskuja lukujonoa luettelemalla. Vähitellen lapset alkavat muistaa usein toistuvia laskuja, jolloin laskemista ei enää tarvita, vaan he voivat palauttaa laskun tuloksen muististaan. (Aunio 2008, 67-68.) Ensimmäisellä luokalla suomalaisten koululaisten odotetaan oppivan perustaidot yhteen- ja vähennyslaskuista ainakin lukualueella 0-20 (Aunio & Niemivirta 2010, 428).

Aritmeettiset taidot edellyttävät monenlaisten osataitojen hallintaa. Näin ollen myös aritmeettisten vaikeuksien taustalta saattaa löytyä hyvin erilaisia taitopuutteita. Aritmeettiset suoritukset edellyttävät muun muassa käsitteellistä tietoa, menetelmällistä tietoa ja taitoa, faktuaalista tietoa ja ongelmanratkaisutaitoja. Käsitteellisellä tiedolla tarkoitetaan matemaattisten käsitteiden, operaatioiden ja suhteiden ymmärtämistä, kuten esimerkiksi paikka-arvon ja kymmenjärjestelmän hallintaa. Menetelmällisillä tiedoilla ja taidoilla tarkoitetaan muun muassa laskustrategioiden joustavaa käyttöä eri tilanteissa. Faktuaalinen tieto viittaa aritmeettisten faktojen automatisoitumiseen. Ongelmanratkaisutaidoilla tarkoitetaan ongelman tunnistamista, esittämistä ja ratkaisun kehittämistä. (Andersson 2010, 115-116.)

Aritmeettisten yhdistelmien sujuva hallinta lukualueella 1-20 on välttämätön taito, jonka varassa tapahtuu muu matematiikan oppiminen. Tämän vuoksi lapsen tulisi viimeistään kolmannen luokan aikana pystyä käyttämään pääasiallisena laskemisen strategiaanaan muistista hakua. (Koponen, Mononen, Kumpulainen & Puura 2011, 8.) Aikaisempien tutkimusten mukaan lapsilla, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia, on suuria vaikeuksia oppia muistamaan juuri näitä aritmeettisiä yhdistelmiä ja palauttaa opittuja yhdistelmiä muististaan. Kyse ei ole siitä, etteivätkö nämä lapset oppisi faktoja lainkaan, vaan siitä, että he muistavat niitä vähemmän ja tekevät epätyypillisiä virheitä. Lisäksi näillä lapsilla on puutteita aritmeettisten ongelmien ratkaisumenetelmien oppimisessa. He oppivat perusmenetelmiä, mutta jäävät menetelmien hallinnassa ikäluok-

kaansa jälkeen. Matemaattisia oppimisvaikeuksia omaavat lapset käyttävät hitaita, ikäistään nuoremmille tyypillisiä laskustrategioita, kuten sormia apuvälineenä tai luettelun pohjautuvia laskustrategioita. Lapset, joilla matemaattinen suoritustaso jää alhaiseksi, mutta heillä ei ole varsinaista matematiikan oppimisvaikeutta, jäävät myös ikäluokastaan jälkeen muistista hakemisen taidoissa ja menetelmällisessä osaamisessa. (Geary, Hoard, Nugent & Bailey 2012, 207; Andersson 2010, 116, 128-129; Koponen ym 2011, 9.)

Vaikka psykologien ja matematiikan opettajien keskuudessa näkemykset aritmeettisesta osaamisesta ja osaamisen taustalla vaikuttavista tekijöistä ovat vaihdelleet, merkitys numeroyhdistelmien oppimisesta on säilynyt huomattavan korkeana. Lapsella, joka ei pysty tehokkaasti tuottamaan vastauksia yksinumeroisiin peruslaskuihin, on vaikeuksia moninumeroisissa aritmeettisissä toimituksissa. Tutkimustieto antaa viitteitä siitä, että aritmeettiset perustaidot yksinumeroisilla luvuilla on paljon muutakin kuin rutiininomaista muistamista. Yhteenlaskujen sujuva hallinta pitää sisällään strategioiden, periaatteiden ja numeerisen faktan ymmärtämistä, tehokkaampien menetelmien kehittymistä ja erilaisista strategioista sopivimman valitsemista. Lapsi käyttääkin erilaisia laskustrategioita eri tilanteissa. Osa yhteenlaskujen tuloksista muistetaan ulkoa, osa johdetaan jonkin säännön kautta, osa lasketaan sormin. Lapset, joilla on oppimisvaikeuksia käyttävät samoja strategioita, mutta jostakin syystä heidän toimintaansa leimaa hitaus. Näyttää siltä, että yhteen- ja vähennyslaskujen automatisoituminen on yhteydessä lapsen käsitteelliseen kehitykseen ja menetelmien hallintaan. Käsitteellisen ymmärrys ja menetelmien sujuvuus lisääntyvät rinta rinnan. (Verschaffel, Greer & De Corte 2007, 560-561, 564.)

Aritmeettisistä taidoista lapsi oppii yleensä ensimmäisenä yhteenlaskun. Alkuvaiheessa lapsi ratkaisee yhteenlaskuja käyttäen lukujen luetteluun pohjautuvia strategioita. Laskujen ratkaiseminen luetteluun pohjautuvilla strategioilla on monivaiheinen suoritus, jossa tarvitaan useita yhtäaikaista toimintoja ja asioiden muistamista. Tämän vuoksi lapsi tarvitseekin aluksi konkreettista tai visuaalista tukea, kuten esineitä, sormia tai kuvia. Lukujen luetteluun pohjautuvat laskustrategiat kehittyvät eri tasojen kautta taidoksi hakea vastauksia suoraan muistista. Aluksi lapsi laskee yhteenlaskun molemmat tekijät yksitellen luettelemalla ja lopuksi vielä kokonaisuuden aloittaen luettelemisen alusta. Seuraavassa vaiheessa lapsi pystyy aloittamaan luettelemisen ensimmäiseksi



annetusta luvusta ja antaa vastaukseksi viimeisenä sanotun lukusanan. Yhteenlasku luettelemalla nopeutuu jonkin verran kun lapsi oivaltaa, että voi aloittaa laskemisen suuremmasta luvusta. (Koponen ym 2011, 9-10; Sarama & Clements 2009, 106-109.)

Lukujen luetteluun pohjautuvat laskustrategiat osoittavat hyvin, kuinka tärkeässä roolissa laskutaitojen kehittämisessä ovat taito luotella sujuvasti lukujonoa eteen- ja taaksepäin sekä aloittaa lukujen luetteleminen mistä tahansa luvusta. Tutkimuksissa on havaittu, että lukujen luettelemisen sujuvuus ennustaa hyvin myöhempiä aritmeettisiä taitoja (Johansson 2005, 157; Koponen, Salmi, Eklund & Aro 2013, 162; Muldoon, Towse, Simms, Perra, Menzies 2013, 250; Clements & Sarama 2009, 109). Oman kokemukseni mukaan eräs aritmeettisten taitojen kehitystä jarruttava tekijä alkuopetuksessa on se, että lapsi ikään kuin jumiutuu luettelemalla laskemisen ensimmäiseen vaiheeseen eikä pysty hahmottamaan pieniäkään lukumääriä suoraan. Esimerkiksi jos hänelle näyttää tai häntä itseään pyytää näyttämään neljä sormea, hän laskee ne luettelemalla. Tämä taas osoittaa, kuinka olennainen taito myös lukumääräisyyden taju on aritmeettisten taitojen kehityksessä.

## 4 TUTKIMUSKYSYMYKSET

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää esiopetusikäisten lasten subitisaatiotaitojen merkitystä aritmeettisena kouluvalmiutena. Keskeinen tarkastelun kohde oli subitisaationopeuden ja –tarkkuuden kehitys esiopetusvuoden aikana. Lisäksi tutkimuksessa tarkasteltiin subitisaatiotaitojen yhteyttä muihin matemaattisen kouluvalmiuden kannalta olennaisina pidettyihin taitoihin, joita olivat lukujonotaidot, matemaattisten suhteiden hallinta ja lukumäärätaidot. Lukumäärätaidoiksi tässä tutkimuksessa nimetyt taidot pitivät sisällään lukumäärän laskemista, luvun hajottamista, lukumäärien vertailua sekä alkeellisia yhteen- ja vähennyslaskuja. Tutkimusongelmat tässä tutkimuksessa olivat:

1. Miten lasten subitisaatiotaidot kehittyvät esiopetusvuoden aikana?
2. Millaisia eroja esiopetusikäisten lasten subitisaatiotaidoissa on?
3. Miten subitisaatiotaidot ovat yhteydessä muihin matemaattisiin taitoihin, erityisesti lukujonotaitoihin, matemaattisten käsitteiden hallintaan ja lukumäärätaitoihin esiopetusvuoden alussa ja lopussa?

## 5 MENETELMÄ

### 5.1 Tutkimuksen toteutus

Tämän tutkimuksen aineisto kerättiin osana Alkuportaot -tutkimuksen (*Lapset, vanhemmat ja opettajat koulutien alkupolulla*) pilottivaihetta vuosina 2005–2006. Alkuportaot -tutkimus oli yksi osahanke Jyväskylän yliopistossa vuonna 2006 aloittaneessa Suomen Akatemian Oppimisen ja motivaation huippututkimusyksikössä (2006–2011). Alkuportaot -tutkimuksessa selvitettiin lasten taitojen ja motivaation kehitystä esiopetusvuoden alusta neljännen luokan loppuun. Ennen varsinaisen Alkuportaot -tutkimuksen aineiston keruuta, menetelmiä kokeiltiin pilottitutkimuksessa, johon kerättiin esiopetusikäisten aineisto yhdestä Keski-Suomen alueella sijaitsevasta kunnasta.

Tämän tutkimuksen aineisto koostui Alkuportaot -tutkimuksen pilottiaineistosta. Pilottitutkimuksen aineisto kerättiin kahdessa vaiheessa. Lasten taitoja arvioitiin esikouluvuoden alussa (lokakuussa 2005) ja lopussa (huhtikuussa 2006) yksilö- ja ryhmätesteillä. Lasten taitojen arvioinnit suorittivat esikouluopettajien lisäksi luokanopettaja- ja psykologian opiskelijat, jotka perehdyttiin tehtäväänsä. Tämän tutkimuksen aineistoksi valittiin tutkimusongelmien kannalta relevantit osuudet pilottivaiheen alku- ja loppumittauksista. Tällaisia osuuksia olivat: subitisaatiotaidot (tarkkuus ja nopeus), lukujonotaidot, matemaattisten käsitteiden hallinta, lukumäärätaidot ja kirjainten nimeäminen.

Lapsia tutkittaessa on huomioitava erityisen tarkasti tutkimusta koskevat eettiset näkökohdat. Tutkimuseettinen neuvottelukunta on laatinut humanistista, yhteiskuntatieteellistä ja käyttäytymistieteellistä tutkimusta varten omat eettiset periaatteet, joiden mukaan monet kouluissa ja varhaiskasvatuksen toimintayksiköissä tehtävät tutkimukset voidaan toteuttaa osana normaalia toimintayksikön toimintaa. Tutkimuksen toteuttamiseen ei tarvita huoltajan lupaa, jos toimintayksikön johtaja arvioi, että tutkimus voidaan toteuttaa osana toimintayksikön normaalitoimintaa eikä tutkimuksen yhteydessä tallenneta tutkimustarkoituksiin yksilöityjä tunnistetietoja. Muussa tapauksessa huoltajaa on informoitava tutkimuksesta. Lapsen oma suostumus tarvitaan tutkimukseen aina. (Nieminen 2010.) Lapsia koskevat tutkimusaineistot ovat arvokkaita, koska ne vähentävät lapsiin kohdistuvaa tutkimuspainetta. Arkistoaineiston käyttäjä sitoutuu samoihin eettisiin normeihin

kuin primaariaineiston käyttäjä. (Kuula 2008.) Tässä tutkimuksessa käytetty aineisto on kerätty noudattaen eettisiä periaatteita. Tutkimusaineiston keruusta vastanneet opiskelijat perehdytettiin tehtäväänsä ennen aineiston keruuta. Tässä tutkimuksessa käytetyn aineiston asianmukaisesta säilytyksestä yliopistolla vastaa siihen nimetty henkilö.

## 5.2 Osallistujat

Pilottitutkimuksessa oli mukana 13 esiopetusryhmää tutkimukseen valitun kunnan 19 esiopetusryhmästä, joten tutkimusaineisto edusti hyvin kyseisen kunnan esiopetusryhmiä. Tutkimukseen osallistui 139 esikoululaista, jotka osallistuivat esiopetukseen joko päivähoiton tai koulun esiopetusryhmässä. Koska tämän tutkimuksen keskiössä olivat lasten subitisaatiotaidot, jouduttiin aineistosta poistamaan yhdeksän tutkittavaa, koska heiltä puuttuivat kevään subitisaatiotehtävät kokonaan. Näin ollen tässä tutkimuksessa oli käytettävissä 130 esikoululaisen aineisto. Tutkimukseen osallistuneet lapset olivat iältään keskimäärin 6 v 4 kk (Md 76 kk, Std 3.5 kk).

## 5.3 Mittarit

Tämän tutkimuksen aineisto koostui viidestä yksilötestistä, jotka tehtiin sekä esiopetusvuoden alussa että lopussa. Käytetyissä testeissä arvioitiin subitisaatiotaitoja, lukujonotaitoja, matemaattisten käsitteiden hallintaa sekä lukumäärätaitoja. Lisäksi mukaan otettiin kielellisistä taidoista kirjainten nimeäminen.

### *Subitisaatiotaidot*

Tutkittavien lasten subitisaatiotaitoja arvioitiin tietokone tehtävällä, jossa lapsi sai tietokoneen ruudulla nähtäväkseen mustien pallojen ryhmän. Palloja näkyi kerrallaan yhdestä kahdeksaan kappaletta. Pallot eivät esiintyneet tutuissa muodostelmissa (esimerkiksi arpakuutiossa esiintyvissä ryhmissä). Lapsi sai tehtävään seuraavan ohjeen: ”Tässä tehtävässä ruudulle ilmestyy mustia palloja. Laske hiljaa mielessäsi, kuinka monta palloja on. Vasta kun tiedät, kuinka monta palloja on, sano niiden määrä ääneen. Laske pallot mahdollisimman nopeasti ja sano heti, kun tiedät, montako niitä on.” Tehtävä sisälsi 32 osiota, joista neljä oli harjoitusosioita. Kullakin lukumäärän tasolla esitettiin useampia osioita. Lukumäärät välillä 1–4 esitettiin kukin neljä kertaa, lukumäärät välillä 5–8 esi-

tettiin kukin kolme kertaa. Lapsi antoi vastauksensa suullisesti, ja tutkija koodasi välittömästi hiiren oikealla tai vasemmalla painikkeella lapsen vastauksen oikeaksi tai vääräksi. Tutkijan koodaama vastauksen oikeellisuus ja reaktioaika millisekunteina tallentuivat tietokoneelle. Tietokonetehtävässä käytettiin E-prime 1.1 -ohjelmistoa, jonka mitatarkkuus on  $\pm 1$  ms. Aineistoon tallennettiin jokaisen lapsen suorituksista kunkin lukumääräosion mediaani. Mediaaniin päädyttiin keskiarvon sijasta, koska mediaani ei ole niin herkkä ääriarvoille, joten tässä tapauksessa se antoi luotettavamman arvon kuin keskiarvo.

### *Lukujonotaitojen arviointi*

Esiopetusikäisten lukujonotaitoja arvioitiin syksyllä ja keväällä neljällä lukujonojen jatkamisen tehtävällä. Tehtävät olivat syksyllä ja keväällä samat. Ensimmäisessä tehtävässä lasta pyydettiin luettelemaan ääneen lukuja eteenpäin alkaen luvusta 1, jatkaen lukuun 31. Tehtävissä 2 ja 3 lasta pyydettiin luettelemaan lukuja taaksepäin (2:sta 7:ään ja 23:sta 18:aan). Neljännessä tehtävässä lasta pyydettiin luettelemaan parillisia lukuja alkaen luvusta 2. Osiot pisteytettiin kolmiportaisesti. Täysin virheettömästä vastauksesta lapsi sai 2 pistettä. Jos lapsi teki 1-2 huolimattomuusvirhettä, hän sai 1 pisteen. Jos virheitä oli enemmän kuin kaksi tai lapsi ei osannut luetella loppuun saakka, hänelle annettiin 0 pistettä.

### *Matemaattisten käsitteiden hallinta*

Matemaattisten käsitteiden hallintaa testattiin Boehmin peruskäsitteillä. Boehmin peruskäsitteesti (Boehm 1986, Heimo 1993) on tarkoitettu seulatyyppiseksi ryhmä- tai yksilötestiksi esiopetukseen ja ensimmäiselle luokalle. Testin suomalaisessa versiossa on 47 osiota sekä kolme harjoitusosiota. Alkuportaattien pilottiaineistoon oli valittu Boehmin peruskäsitteestistä kymmenen osiota. Tässä tutkimuksessa analysoitiin ainoastaan matemaattisia käsitteitä koskevat osuudet, joita oli neljä:

1. Katso kuvia, joissa on kulhoja ja lusikoita. Merkitse kuva, jossa jokaisessa kulhossa on lusikka.
2. Katso kuvia, joissa on tähtiä. Merkitse kuvat, joissa on yhtä monta tähteä.
3. Katso helminauhoja. Merkitse helminauha, jossa joka toinen helmi on musta.
4. Katso opettajaa ja lapsia. Merkitse kolmas lapsi opettajasta lukien.

Lapsilla oli siis testivihko, johon he merkitsivät rastilla oikean vastauksen. Ennen varsinaisen testin suorittamista, lapsi sai harjoitella kolmessa tehtävässä ohjeen kuuntelua ja rastin piirtämistä. Jokaisessa tehtävässä ohje toistettiin kaksi kertaa. Lapset tekivät samat Boehmin tehtävät sekä syksyllä että keväällä. Tehtävät pisteytettiin kaksiluokkaisesti siten, että oikeasta vastauksesta sai yhden pisteen, väärästä vastauksesta nolla pistettä.

### *Lukumäärätaitojen arviointi*

Esikoululaisten lukumäärätaitoja arvioitiin Lampisen, Ikäheimon ja Drägerin (2007, 2010) kehittämän MAVALKAn (MAtematiikan VALmiuksien KARtoitus) yhden osa-alueen kokeiluversiolla. Kokeilukäytössä ollut osa-alue nimettiin Lukumäärätaidot – tehtäviksi. Se sisälsi lokakuussa 13 osiota (6 tehtäväkokonaisuutta) ja huhtikuussa 19 osiota (7 tehtäväkokonaisuutta).

TAULUKKO 1. Lukumäärätaitojen arvioinnissa käytetyt syksyn ja kevään tehtävät

Syksy	Kevät
1. Kuinka monta sormea sinulla on yhdessä kädessä?	1. Kuinka monta sormea sinulla on yhdessä kädessä?
2. Näytä 7 sormea.	2. Näytä 7 sormea.
3. Näytä 5 sormea kahdella kädellä.	3. Näytä 5 sormea kahdella kädellä.
4. a) Ota yhtä monta nappia kuin kortissa on karkkeja. (=5) b) Kuinka monta nappia otit? (=5)	4. a) Ota yhtä monta nappia kuin kortissa on karkkeja. (=5) b) Kuinka monta nappia otit? (=5)
5. a) Kerro kuinka monta pähkinää näet kortissa? (=4) b) Ota nappeja yksi enemmän kuin 4. c) Kuinka monta nappia otit? (=5) d) Kuinka monta nappia on enemmän kuin pähkinöitä? (=1)	5. a) Kerro kuinka monta pähkinää näet kortissa? (=4) b) Ota nappeja yksi enemmän kuin 4. c) Kuinka monta nappia otit? (=5) d) Kuinka monta nappia on enemmän kuin pähkinöitä? (=1)
6. a) Kerro kuinka monta perhosta näet kortissa? b) Ota nappeja yksi vähemmän kuin 7. c) Kuinka monta nappia otit? (=6) d) Kuinka monta perhosta on enemmän kuin nappeja? (=1)	6. a) Kerro kuinka monta perhosta näet kortissa? b) Ota nappeja yksi vähemmän kuin 7. c) Kuinka monta nappia otit? (=6) d) Kuinka monta perhosta on enemmän kuin nappeja? (=1) e) Ota nappeja kolme enemmän kuin seitsemän. f) Kuinka monta nappia otit? (=10)
	7. a) Kuinkas monta karkkia tässä olikaan? b) Kuuntele oikein tarkkaan. Tee nyt niin, että ota nappeja yksi vähemmän kuin 5 ja ota sitten vielä 3 nappia. c) Kuinka monta nappia otit yhteensä? (=7) d) Kuinka monta nappia on enemmän kuin karkkeja? (=2)

Lukumäärätaitoja mittaavat tehtävät esitettiin lapsille suullisesti. Lapsi myös vastasi tehtäviin suullisesti tutkijan kirjatessa vastaukset ylös. Osioista suurin osa (tehtävät 4–7) pisteytettiin kaksiluokkaisesti: 1 = oikea vastaus, 0 = ei vastausta. Osiot 1 ja 2 pisteytettiin kolmeen luokkaan: 2 = antaa laskematta oikean vastauksen, 1 = antaa oikean vastauksen yksitellen laskemisen jälkeen, 0 = ei vastausta/virheellinen vastaus. Osio 3 pisteytettiin neljään luokkaan: 3 = antaa laskematta oikean vastauksen, 2 = antaa oikean vastauksen yksitellen laskemisen jälkeen, 1 = antaa vastauksen sen jälkeen kun on näyttänyt 10 sormeaa, 0 = ei vastausta/virheellinen vastaus.

### *Kirjainten nimeäminen*

Kirjainten tuntemusta arvioitiin syksyllä ja keväällä ARMI-yksilötestillä (Lerikkanen, Poikkeus & Ketonen 2006). Testi piti sisällään kaikki suomen kielen kirjaimet (29). Kirjaimet oli jaettu kolmelle riville niin, että järjestys ei noudattanut aakkosjärjestystä. Testaaja näytti lapselle rivin kerrallaan ja pyysi lasta nimeämään kirjaimet. Lapselle kerrottiin, että hänen ei tarvitse vielä osata kirjaimia, mutta testaajaa kiinnosti, mitä kirjaimia lapsi jo osasi. Jokaisesta oikein nimetystä kirjaimesta tai äänteestä sai yhden pisteen. Maksimipisteet kirjainten nimeämisen tehtävässä oli 29.

TAULUKKO 2. Tässä tutkimuksessa käytetyt testiaineistot ja niiden pisteytys

Subitisaatiotaidot (nopeus) - 28 testiosiota	Välimatka- asteikko (jatkuva)	Reaktioaikojen (ms) mediaanit tasoilta 1-8
Subitisaatiotaidot (tarkkuus) - 28 testiosiota	Välimatka- asteikko (epäjatkuva)	Kaksiluokkainen pisteytys <ul style="list-style-type: none"> <li>• 1 = oikein</li> <li>• 0 = väärin</li> <li>• yhteensä 0-28</li> </ul>
Lukujonotehtävät - 4 tehtävää	Välimatka- asteikko (epäjatkuva)	Kolmiluokkainen pisteytys <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 = virheetön vastaus</li> <li>• 1 = 1-2 virhettä</li> <li>• 0 = ei osaa luetella / virheitä &gt; 2</li> <li>• yhteensä 0-8 pistettä</li> </ul>
Matemaattiset käsitteet (Boehm) - 4 tehtävää	Välimatka- asteikko (epäjatkuva)	Kaksiluokkainen pisteytys <ul style="list-style-type: none"> <li>• 1 = oikea vastaus</li> <li>• 0 = väärä vastaus</li> <li>• yhteensä 0-4 pistettä</li> </ul>

(jatkuu)

---

**TAULUKKO 2. (jatkuu)**

Lukumäärätaidot (MAVALKA) - syksy 13 tehtävää - kevät 19 tehtävää	Välimatka- asteikko (epäjatkuva)	Tehtävät 1-2 kolmiluokkainen pisteytys <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2 = laskematta oikea vastaus</li> <li>• 1 = oikea vastaus yksitellen laske- misen jälkeen</li> <li>• 0 = ei vastausta/virheellinen vastaus</li> </ul> Tehtävä 3 neljäloukkainen pisteytys <ul style="list-style-type: none"> <li>• 3 = laskematta oikea vastaus</li> <li>• 2 = oikea vastaus yksitellen laske- misen jälkeen</li> <li>• 1 = oikea vastaus sen jälkeen kun näyttänyt ensin 10 sormea</li> <li>• 0 = ei vastausta/virheellinen vastaus</li> </ul> Tehtävät 4-7 kaksiluokkainen pisteytys <ul style="list-style-type: none"> <li>• 1 = oikea vastaus</li> <li>• 0 = ei vastausta/virheellinen vastaus</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• yhteensä syksy 0-17 pistettä</li> <li>• yhteensä kevät 0-23 pistettä</li> </ul>
Kirjainten nimeäminen (ARMI)	Välimatka- asteikko (epäjatkuva)	Kaksiluokkainen pisteytys <ul style="list-style-type: none"> <li>• 1 = oikein</li> <li>• 0 = väärin</li> <li>• yhteensä 0-29</li> </ul>

---

## 5.4 Aineiston analyysi

Aineiston tilastollisessa analyysissä käytettiin SPSS -ohjelmaa. Jakaumien ja tunnuslukujen kuvailussa käytettiin keskiarvoja ja keskihajontoja. Keskiarvoja ja keskihajontoja käytetään muuttujien tyypillisten arvojen suuruuden kuvailuun (Nummenmaa 2009, 61; Metsämuuronen 2008, 339). Aineiston normaalisuutta testattiin Kolmogorov-Smirnovin testillä, joka sopii käytettäväksi kun tutkittavia on yli 50 (Kärkkäinen & Högmander 2008, 81). Tutkittavien lasten taitojen kehitystä esiopetusvuoden aikana testattiin joko parittaisten otosten t-testillä tai Wilcoxonin testillä sen mukaan, kuinka hyvin parittaisten otosten t-testin vaatimat oletukset täyttyivät. Parittaisten otosten t-testi sopii keskiarvojen vertailemiseen silloin kun samoilta henkilöiltä on mitattu tutkittavaa asiaa kahteen kertaan tai kahdella eri muuttujalla. Parittaisten otosten t-testi on parametrinen testi, jonka käyttö edellyttää tiettyjen oletusten voimassaoloa. Jos parittaisten otosten t-testin oletukset eivät täyty, sen epäparametrinen vastine on Wilcoxonin testi, joka testaa



keskiarvojen sijasta kahta jakaumaa järjestyslukujen perusteella. (Nummenmaa 2009, 180, 264; Metsämuuronen 2006, 381.)

Tutkimusjoukosta erotettujen alaryhmien (heikot vs tavanomaisesti suoriutuvat) välisiä keskiarvoeroja testattiin riippumattomien otosten t-testillä. Jos riippumattomien otosten t-testin oletukset eivät täytyneet, käytettiin Mann-Whitneyn U-testiä, joka on riippumattomien otosten t-testin epäparametrinen vastine. (Metsämuuronen 2006, 370; Nummenmaa 2009, 261.) Subitisaationopeuden tehtävissä heikon raja asetettiin heikoimman kahdeksan prosentin kohdalle (n=10). Muissakin tehtävissä heikon raja asetettiin kahdeksan prosentin kohdalle jos se oli mahdollista. Esimerkiksi syksyn lukujonotehtävistä nolla pistettä oli saanut 25,4 prosenttia tutkittavista, joten heikkojen alaryhmään tuli neljännes tutkittavista.

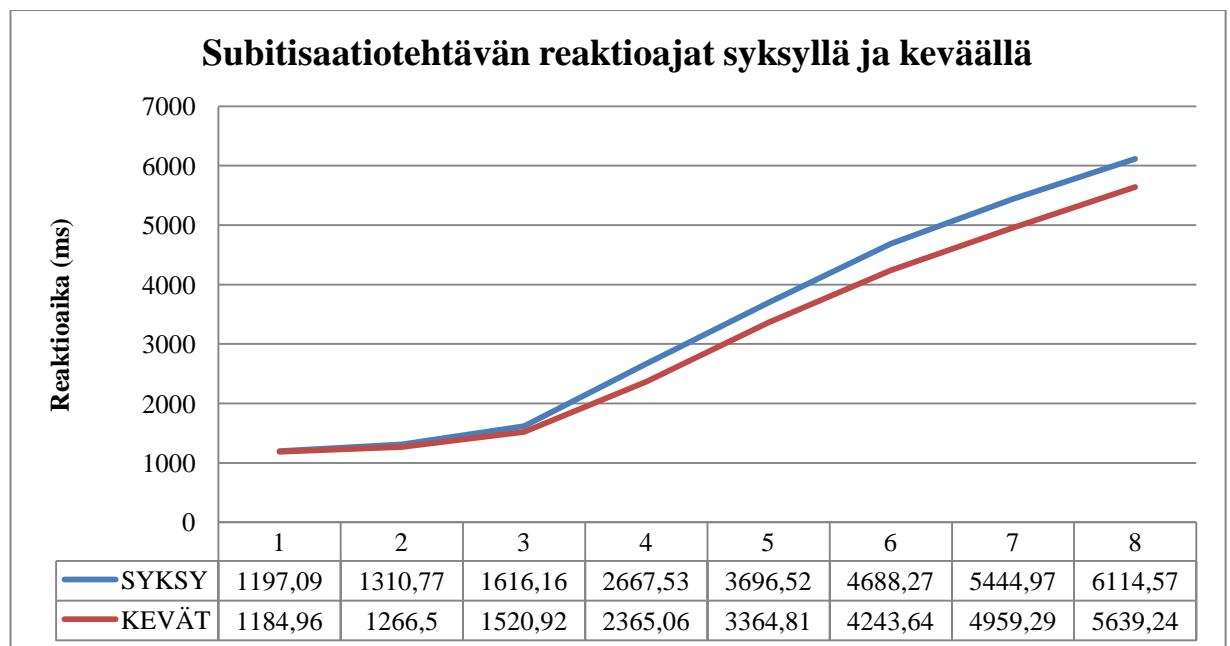
Tutkimuksessa testattujen matemaattisten taitoalueiden yhteyksiä toisiinsa samassa ja eri ikävaiheessa analysoitiin korrelaatiokertoimet laskemalla. Korrelaatiokertoimista Pearson on parametrinen korrelaatiokerroin, joka kuvaa kahden muuttujan välistä lineaarista yhteyttä. Pearsonin tulomomenttikorrelaatiokertoimen laskeminen edellyttää vähintään välimatka-asteikollisia, normaalisti jakautuneita muuttujia. Monotonisen yhteyden tai järjestysasteikolla mitattujen muuttujien välisen korrelaation arviointiin Pearsonin tulomomenttikorrelaatiokerroin ei sovellu. Silloin parempi vaihtoehto on käyttää Spearmanin järjestyskorrelaatiokerrointa, joka perustuu havaittujen arvojen sijasta muuttujien järjestykseen. (Nummenmaa 2009, 283.)

Subitisaatiotarkkuutta ja -nopeutta matemaattisen kouluvalmiuden selittäjänä testattiin logistisella regressioanalyysillä. Logistisen regressioanalyysin etu lineaariseen regressioanalyysiin verrattuna on, ettei selittävien muuttujien normaalisuudesta ja lineaarisesta riippuvuudesta ole oletuksia. Logistisessa regressioanalyysissä pyritään mallittamaan selitettävässä muuttujassa tapahtuvaa vaihtelua tärkeiksi tiedettyjen muuttujien avulla. (Metsämuuronen 2006, 670–671; Nummenmaa 2009, 330–332.) Tässä tutkimuksessa matemaattista kouluvalmiutta (lukumäärätaitoja) pyrittiin selittämään lukujonotaidoilla, matemaattisten käsitteiden hallinnalla ja subitisaatiotaidoilla.

## 6 TULOKSET

### 6.1 Subitisaatiotaitojen kehitys esiopetusvuoden aikana

Tutkittavien subitisaatiotaitoja mitattiin esiopetusvuoden alussa ja lopussa. Subitisaatiotaidoista mitattiin sekä nopeutta (reaktioaikoja) että tarkkuutta. Kuvio 3 näkyy koko aineiston subitisaatiotehtävien reaktioaikojen mediaanien keskiarvot syksyllä ja keväällä.



KUVIO 3. Subitisaatiotehtävän reaktioajat syksyllä ja keväällä

Lukumäärien 1-3 osalta reaktioajat sekä syksyn että kevään tehtävissä ovat hyvin lähellä toisiaan sekä osioita keskenään verrattaessa että syksyn ja kevään suorituksia keskenään verrattaessa. Myös keskihajonnat (taulukko 3) jäävät lukumäärissä 1–3 selvästi pienemmiksi kuin isompien lukumäärien tehtävissä. Lukumäärästä 4 alkaen reaktioajat kasvavat voimakkaasti sekä syksyllä että keväällä. Hahmotettavan lukumäärän kasvaessa myös keskihajonnat suurenevat. Sekä syksyn että kevään aineistossa lukumäärien kolme ja neljä välillä reaktioaikojen keskihajonnat kaksinkertaistuvat. Lukumäärästä kolme alkaen syksyn ja kevään reaktioajoissa näkyy selvä ero.

TAULUKKO 3. Subitisaatiotehtävän reaktioaikojen (ms) syksyn ja kevään keskiarvot ja keskihajonnat.

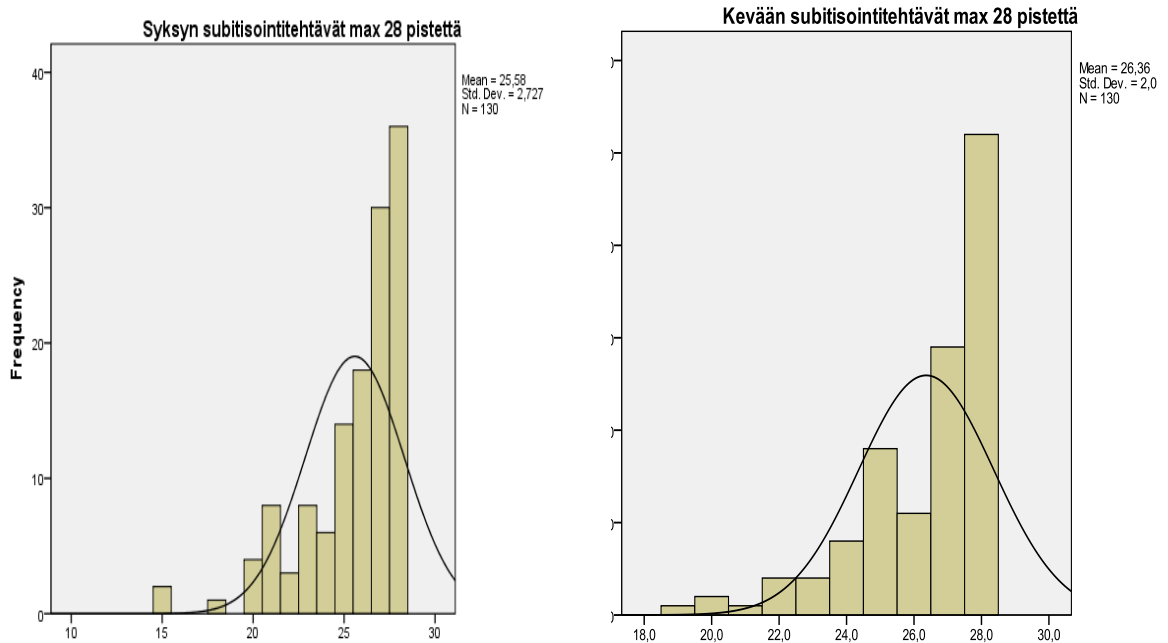
Mustien pallojen laskemistehtävä tietokoneella	Syksy ka (sd)	Kevät ka (sd)
Palloja 1	1197,09 (227,12)	1184,96 (199,97)
Palloja 2	1310,77 (311,59)	1266,50 (281,27)
Palloja 3	1616,16 (534,98)	1520,92 (417,26)
Palloja 4	2667,53 (1014,08)	2365,06 (841,67)
Palloja 5	3696,52 (1120,85)	3364,81 (1001,34)
Palloja 6	4688,27 (1552,65)	4243,64 (1511,55)
Palloja 7	5444,97 (1768,10)	4959,29 (1446,71)
Palloja 8	6114,57 (1837,52)	5639,24 (1614,87)

Subitisaatiotehtävien reaktioaikoja testattiin parittaisten otosten t-testillä, sillä syksyn ja kevään subitisaatiotehtävien summamuuttujat olivat Kolmogorov-Smirnovin testin mukaan normaalisti jakautuneet (syksyn aineisto  $Z=1.002$ ,  $p=.253$ , kevään aineisto  $Z=1.201$ ,  $p=.104$ ). Reaktioajat subitisaatiotehtävissä kokonaisuudessaan (lukumääräalueella 1–8) pienenevät syksystä keväeseen ( $t(129)=3.016$ ,  $p<.01$ ). Kun reaktioaikoja testattiin pienillä ja isoilla lukumäärillä erikseen, lukumäärillä 1–2 reaktioajoissa ei ollut eroa syksyn ja kevään välillä. Sen sijaan lukumäärien 3–8 tuloksissa syksyn ja kevään reaktioaikojen välillä oli tilastollisesti merkitsevä ero (taulukko 4, kaikki  $p:t < .05$ ).

TAULUKKO 4. Parittaisten otosten t-testin tulokset syksyn ja kevään reaktioajoista lukumäärillä 1–8 (df 129).

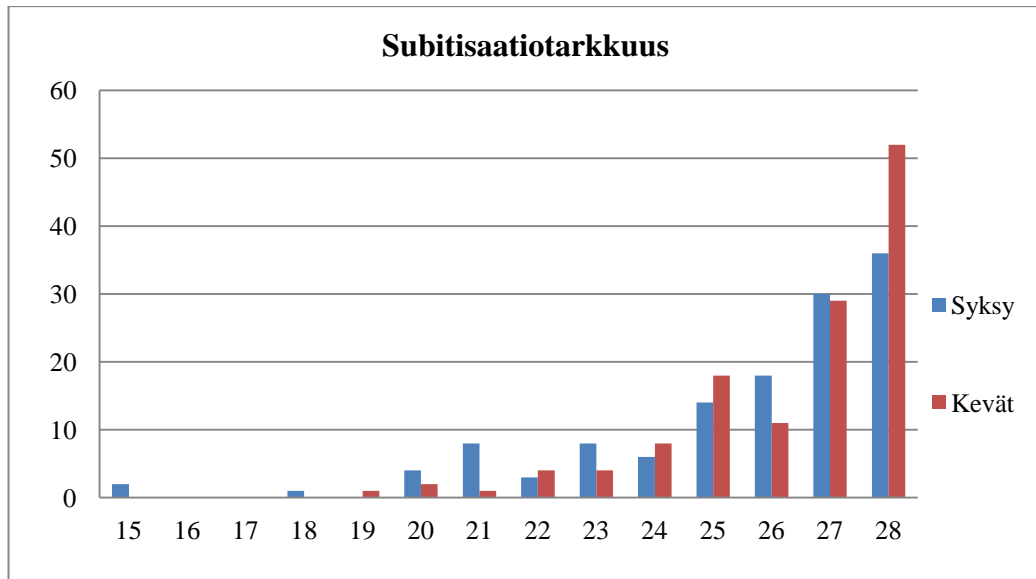
Pisteiden								
lukumäärä	1	2	3	4	5	6	7	8
t	.540	1.411	2.381	3.355	3.419	2.804	2.767	2.848
Sig (2-tailed)	.590	.161	.019	.001	.001	.006	.006	.005

Subitisaatiotarkkuuksista oli käytettävissä ainoastaan lasten summapistemäärät syksyllä ja keväältä (molemmissa maksimi 28 pistettä). Subitisaatiotarkkuuden osalta ei siis pystytty tekemään sen tarkempaa analyysia. Alla olevista kuvioista (kuvio 4) voi havaita, että sekä syksyn että kevään jakaumat ovat oikealle vinot. Näin ollen suurelle osalle lapsista tehtävät olivat jo syksyllä helppoja (syksyllä 28% ja keväällä 40% lapsista osasi kaikki tehtävät oikein).



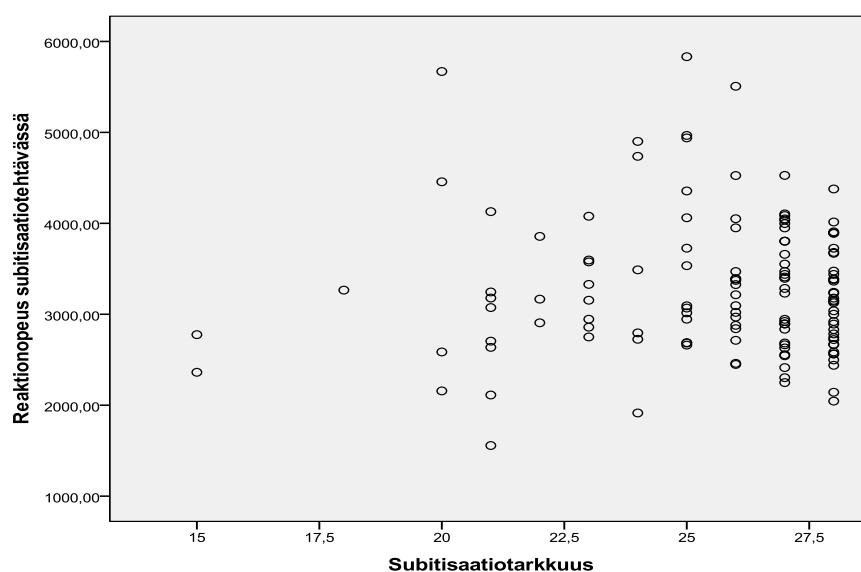
KUVIO 4. Lasten subitisoititarkkuus syksyllä ja keväällä.

Syksyn keskiarvo tehtävissä oli 25,6, kevään keskiarvo oli 26,4. Mediaani subitisaatiotarkkuuden tehtävissä oli 27 sekä syksyllä että keväällä. Koska subitisaatiotarkkuuden aineisto ei ollut jakautunut normaalisti, testasin syksyn ja kevään subitisaatiotarkkuuden eroja Wilcoxonin testillä, joka on toistettujen mittausten t-testin epäparametrinen vastine. Vaikka jo esiopetusvuoden alussa lukumäärien määrittämisen tehtävä oli usealle lapselle helppo (kuvio 5), tapahtui esiopetusvuoden aikana subitisaatiotarkkuudessa kuitenkin merkittävää edistymistä ( $Z=-2.977$ ,  $p=.003$ ).



KUVIO 5. Subitisaatiotarkkuuden kehittyminen esiopetusvuoden syksystä keväeseen.

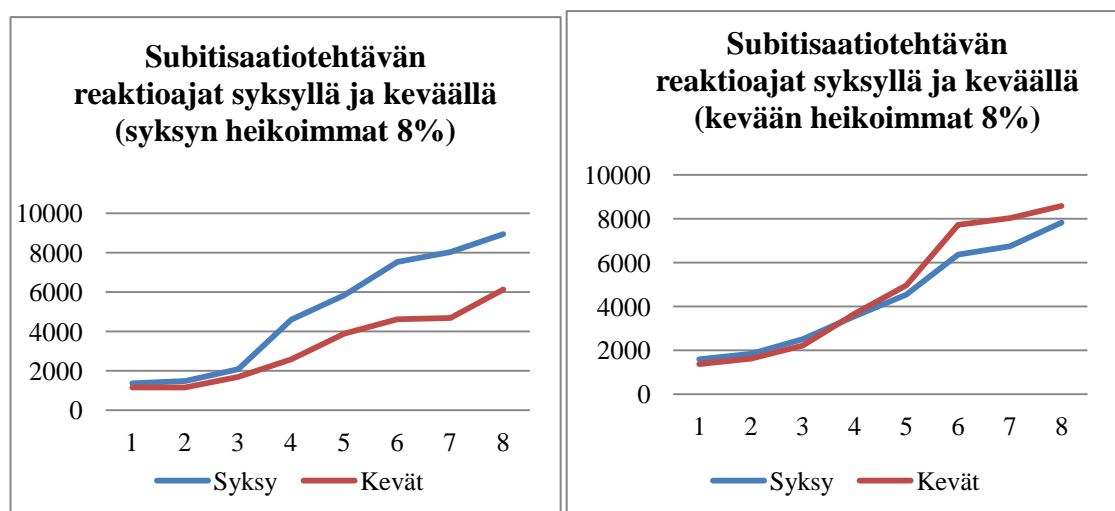
Subitisaationopeuden ja tarkkuuden yhteyttä tarkasteltiin sirontakuviosta (kuvio 6) ja Spearmanin järjestyskorrelaatiokertoimet laskemalla. Syksyn subitisaatiotarkkuus ei ollut koko aineistosta tarkasteltuna yhteydessä syksyllä tai keväällä mitattuihin subitisaationopeuksiin (syksy  $r=-.038$ ,  $p=.664$ , kevät  $r=-.472$ ,  $p=.076$ ). Myöskään kevään subitisaatiotarkkuus ei ollut yhteydessä syksyn subitisaationopeuteen ( $r=-.036$ ,  $P=.688$ ). Sen sijaan kevään subitisaatiotarkkuus oli heikosti yhteydessä kevään subitisaationopeuteen ( $r=-.261$ ,  $p=.003$ ).



KUVIO 6. Subitisaatiotarkkuuden ja nopeuden yhteys.

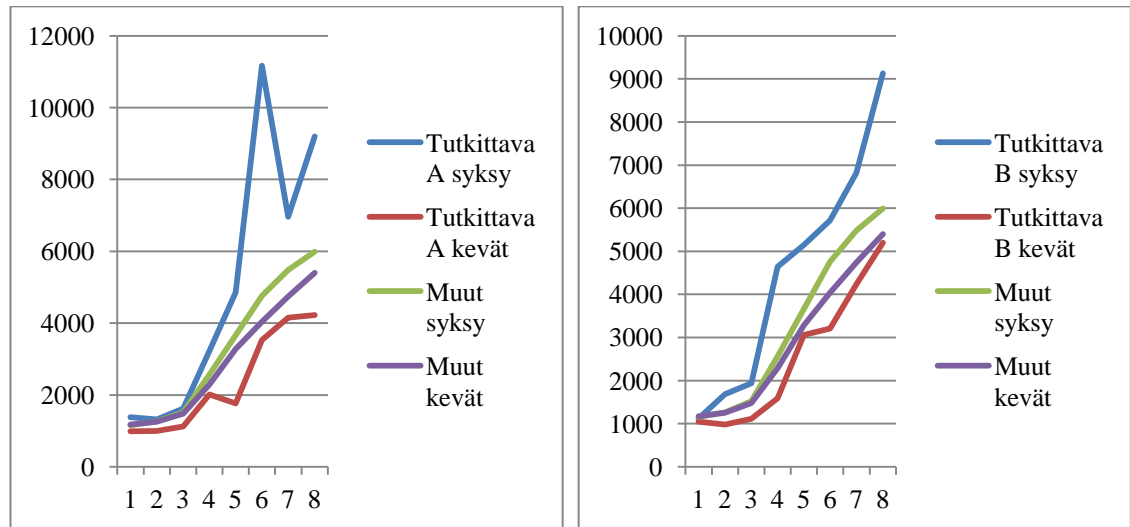
## 6.2 Subitisaatiotaidoiltaan heikkojen lasten profiilit

Tarkempaan tarkasteluun erotettiin sekä syksyn että kevään subitisaatioaineistoista reaktioaikojen perusteella heikoimmat 8 prosenttia lapsista (10 lasta syksyn aineistosta ja 10 lasta kevään aineistosta). Yhteensä tarkasteluun valikoitui 16 lasta, sillä lapsista neljä oli sekä syksyn että kevään kymmenen heikoimman joukossa. Syksyn heikkojen ja kevään heikkojen subitisoijien suorituksia testattiin Wilcoxonin testillä, koska nämä aineistot eivät täyttäneet t-testin oletuksia. Wilcoxonin testin mukaan syksyn heikkojen suoritukset paranivat esiopetusvuoden aikana. Heidän reaktioaikansa erosivat tilastollisesti merkittävästi sekä pienillä (1–3) lukumäärillä ( $Z=-2.395$ ,  $p=.017$ ) että isoilla (4–8) lukumäärillä ( $Z=-2.497$ ,  $p=.013$ ). Kevään heikkojen suorituksissa taas ei ollut eroa syksyn ja kevään reaktioajoissa pienten lukumäärien tehtävissä ( $Z=-.968$ ,  $p=.333$ ) eikä isojen lukumäärien tehtävissä ( $Z=-1.274$ ,  $p=.203$ ). Kuva x havainnollistaa sitä, kuinka syksyn heikkojen suoritukset kehittyivät voimakkaasti esiopetusvuoden aikana. Heidän profiilinsa muistuttaa koko aineistosta piirrettyä profiilia (kuvio 7), mutta ero syksyn ja kevään suoritusten välillä on suurempi muuhun aineistoon verrattuna. Sen sijaan kevään heikkojen subitisoijien profiili eroaa sekä koko aineiston profiilista että syksyn heikkojen profiilista. Kevään heikoilla ei tapahdu taidoissa edistymistä esiopetusvuoden aikana. Heillä suoritukset saattavat jopa heikentyä vuoden aikana. Kevään heikkojen yksilölliset suoritusprofiilit (liite 1) eroavat toisistaankin huomattavasti verrattuna syksyn heikkojen yksilöprofiileihin (liite 2).



KUVIO 7. Subitisaationopeuden syksyn ja kevään profiilit syksyn heikoimmilla ja kevään heikoimmilla.

Syksyn heikoista subitisoijista kevään heikkoihin subitisoijiin valikoitui mukaan ainoastaan neljä lasta. Pelkästään syksyn subitisaatiotehtävissä reaktioajoiltaan heikoimman kahdeksan prosentin joukossa olleet lapset kehittyivät voimakkaasti esiopetusvuoden aikana. Kaksi syksyn heikoista subitisoijista paransivat tuloksiaan niin huomattavasti, että keväällä he alittivat muun ryhmän keskiarvot kaikissa tehtävissä (kuvio 8), vaikka syksyllä heidän reaktioaikansa olivat jääneet jokaisessa tehtävässä selvästi vertaisryhmää heikommaksi.



KUVIO 8. Syksyllä heikkojen, mutta esiopetusvuonna voimakkaasti kehittyneiden lasten reaktionopeudet syksyllä ja keväällä suhteessa muihin tutkittuihin lapsiin.

Vaikka syksyn heikkojen subitisoijien joukossa oli kolme lasta, joiden taidot kehittyivät esiopetusvuoden aikana voimakkaasti, jäivät loppujen seitsemän taidot myös kevään mittauksissa koko aineiston heikoimman 25 prosentin joukkoon. Henkilökohtaisesta edistymisestä huolimatta he eivät saavuttaneet muiden tutkittavien keskiarvotaitoja (kuvio 9). Sekä syksyn heikot että kevään heikot subitisoijat erosivatkin Mann-Whitneyn U-testin mukaan tilastollisesti merkittävästi kaikista muista tutkituista sekä syksyn että kevään reaktioaikojen mittauksissa (syksyn heikot  $U=.000$ ,  $p<.001$  ja  $U=284$ ,  $p=.006$ ; kevään heikot  $U=241$ ,  $p=.002$  ja  $U=.000$ ,  $p<.001$ ). Syksyn hitaiden ja kevään hitaiden tulokset erosivat myös toisistaan sekä syksyllä että keväällä (syksy  $U=19$ ,  $p=.019$ ; kevät  $U=22$ ,  $p=.034$ ). Syksyn hitaiden subitisoijien ja kevään hitaiden subitisoijien profiilit subitisaatiotehtävissä olivat siis erilaiset.





Subitisaatiotarkkuuden perusteella aineistosta erotettiin syksyn heikoimmat (11,5%, n=15) ja kevään heikoimmat (9,2%, n= 12). Tarkkuudeltaan heikoista lapsista ainoastaan kaksi oli sekä syksyn että kevään heikkojen joukossa. Kun subitisaatiotarkkuudeltaan heikkoja lapsia verrattiin subitisaationopeudeltaan heikkoihin, erotteli tarkkuus heikoiksi eri lapsia kuin subitisaationopeus. Syksyn aineistosta tarkkuuden perusteella heikoimmat 11,5 % (n=15) pitivät sisällään ainoastaan kaksi lasta, jotka olivat myös syksyn reaktioajoissa heikoimman kahdeksan prosentin joukossa. Kevään heikoimman tarkkuuden (heikoin 9,2 % aineistosta, n=12) perusteella mukaan tuli kevään reaktioajoiltaan heikoista kaksi lasta.

Aineistosta erotettujen tarkkuudessa heikkojen subitisoijien tarkkuudella ja nopeudella ei ollut yhteyttä syksyllä eikä keväällä (syksyn heikot tarkkuudessa  $r=.267$ ,  $p=.335$ ,  $r=-.472$ ,  $p=.076$ ; kevään heikot tarkkuudessa  $r=.484$ ,  $p=.067$ ,  $r=-.169$ ,  $p=.546$ ). Syksyn subitisaatiotehtävän reaktionopeuksissa ei ollut eroja subitisaatiotarkkuudessa heikkojen ja tavanomaisten välillä (syksyn heikot tarkkuudessa  $U=650$ ,  $p=.121$ , kevään heikot tarkkuudessa  $U=699$ ,  $p=.942$ ). Sen sijaan kevään subitisaatiotehtävän reaktioajoissa oli eroa heikosti ja tavanomaisesti subitisaatiotarkkuudessa pärjänneiden kesken (syksyn heikko tarkkuus  $U=421$ ,  $p=.001$ , kevään heikko tarkkuus  $U=568$ ,  $p=.260$ ).

### **6.3 Subitisaatiotaidoissa heikkojen ja tavanomaisten lasten taidot muilla matematiikan taitoalueilla sekä kirjainten tuntemuksessa**

Subitisaationopeudessa ja –tarkkuudessa heikosti ja tavanomaisesti suoriutuvien lasten taitoja lukujonotehtävissä, matemaattisten käsitteiden ymmärtämisessä, lukumäärätaidoissa ja kirjainten tuntemuksessa vertailtiin riippumattomien otosten t-testillä (taulukko 6). T-testin oletusten ollessa heikot, tulokset tarkistettiin Mann-Whitneyn U-testillä.

TAULUKKO 6. Subitisaatiotaidoissa heikkojen ja tavanomaisten lasten keskiarvojen erot subitisaatiotehtävissä, lukujonotehtävissä, matemaattisten käsitteiden ymmärtämisen tehtävissä, lukumäärätaitojen tehtävissä ja kirjainten nimeämisen tehtävissä.

	Subitisaatiotarkkuus		Subitisaationopeus	
	Syksyn heikot	Kevään heikot	Syksyn heikot	Kevään heikot
<b>Subitisaationopeus</b>				
syksy	t(128)=1.167 p=.245	t(12)=-.481 p=.639	<b>t(128)=-10.106</b> <b>p&lt;.001</b>	<b>t(128)=-4.161</b> <b>p&lt;.001</b>
kevät	<b>t(15)=-3.217</b> <b>p=.006</b>	t(128)=-1.276 p=.204	<b>t(10)=-2.679</b> <b>p=.024</b>	<b>t(128)=-10.824</b> <b>p&lt;.001</b>
<b>Subitisaatiotarkkuus</b>				
syksy	<b>t(128)=14.002</b> <b>p&lt;.001</b>	<b>t(128)=3.100</b> <b>p=.002</b>	t(128)=1.683 p=.095	<b>t(10)=2.633</b> <b>p=.026</b>
kevät	<b>t(128)=2.882</b> <b>p=.005</b>	<b>t(128)=12,877</b> <b>p&lt;.001</b>	t(10)=1.214 p=.254	<b>t(128)=2.277</b> <b>p=.024</b>
<b>Lukujonotaidot</b>				
syksy	<b>t(128)=2.916</b> <b>p=.004</b>	<b>t(128)=2.726</b> <b>p=.007</b>	<b>t(128)=-2.647</b> <b>p=.009</b>	<b>t(12)=-4.276,</b> <b>p=.001</b>
kevät	<b>t(128)=2.908</b> <b>p=.004</b>	<b>t(128)=2.464</b> <b>p=.015</b>	t(10)=-1.118 p=.291	<b>t(128)=-3.506</b> <b>p=.001</b>
<b>Matemaattiset käsitteet</b>				
syksy	<b>t(128)=2.042</b> <b>p=.043</b>	<b>t(128)=2.587</b> <b>p=.011</b>	t(128)=-1.739 p=.084	t(128)=.704 p=.482
kevät	t(128)=.149 p=.882	t(128)=.816 p=.416	t(128)=-1.365 p=.175	t(128)=.500 p=.618
<b>Lukumäärätaidot</b>				
syksy	<b>t(128)=2.681</b> <b>p=.008</b>	<b>t(128)=3.091</b> <b>p=.002</b>	<b>t(128)=-4.201</b> <b>p&lt;.001</b>	<b>t(10)=-2.915</b> <b>p=.016</b>
kevät	<b>t(128)=2.045</b> <b>p=.043</b>	<b>t(128)=2.583</b> <b>p=.011</b>	<b>t(128)=-2.826</b> <b>p=.005</b>	t(128)=-1.674 p=.097
<b>Kirjainten nimeäminen</b>				
syksy	t(128)=1.867 p=.064	t(128)=.634 p=.527	t(128)=-1.612 p=.109	<b>t(128)=-2.190</b> <b>p=.030</b>
kevät	t(128)=.805 p=.422	t(12)=1.167 p=.266	t(10)=-1.072 p=.310	<b>t(128)=-2.108</b> <b>p=.037</b>

#### *Subitisaatiotaidot ja lukujonotaidot*

Heikosti ja tavanomaisesti subitisaatiotarkkuudessa pärjäävät erosivat sekä syksyn että kevään lukujonotehtävissä tilastollisesti merkitsevästi. Subitisaationopeudessa syksyllä heikosti pärjänneet erosivat lukujonotaidoissa tavanomaisesti pärjänneistä ainoastaan syksyllä, mutta keväällä heidän suorituksissaan ei ollut tilastollisesti merkitsevää eroa

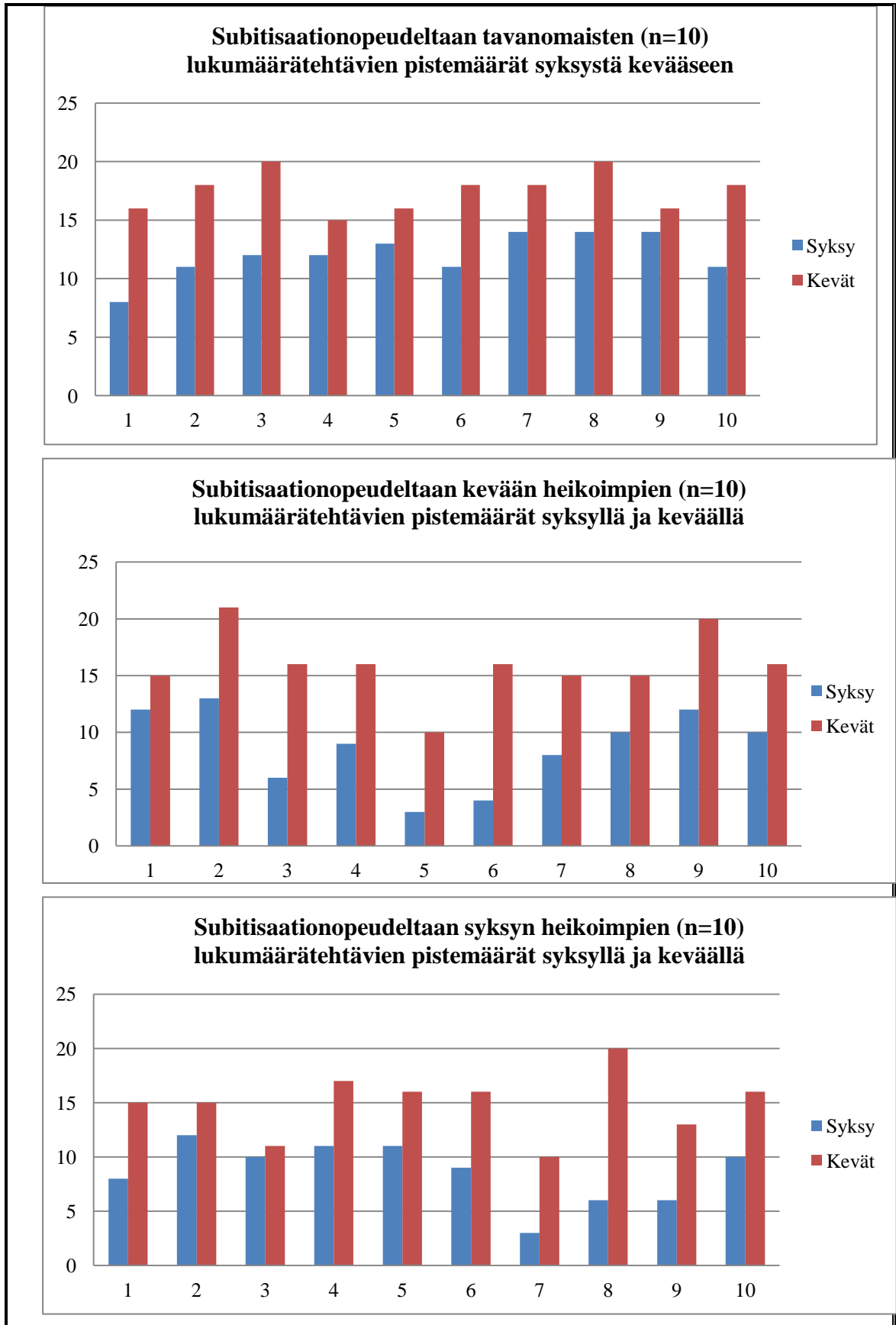
Kevään hitaat subitisoijat sen sijaan erosivat lukujonotaidoissaan tavanomaisesti subitisoineista sekä syksyllä että keväällä. (Taulukko 6)

#### *Subitisaatiotaidot ja käsitteiden ymmärtäminen*

Matemaattisten käsitteiden tehtävissä sekä syksyn että kevään subitisaatiotarkkuudeltaan heikot erosivat tavanomaisesti tarkkuudessa suoriutuneista vain syksyn tehtävissä. Kevään matemaattisten käsitteiden tehtävissä kumpikaan tarkkuudessa heikkojen ryhmä ei eronnut tavanomaisesti subitisaatiotarkkuudessa suoriutuneista. Subitisaationopeudeltaan heikkojen ja tavanomaisten suorituksissa ei ollut eroa matemaattisten käsitteiden tehtävissä syksyllä eikä keväällä. (Taulukko 6)

#### *Subitisaatiotaidot ja lukumäärätaidot*

Subitisaatiotarkkuudessa syksyllä ja keväällä heikkojen lasten lukumäärätaidot erosivat tavanomaisesti suoriutuneiden lasten lukumäärätaidoista kaikilla mittauskerroilla. Subitisaationopeudessa syksyn heikkojen ja tavanomaisesti suoriutuneiden laskemisen taidot erosivat sekä syksyllä että keväällä. Sen sijaan subitisaationopeudessa kevään heikkojen tulokset erosivat tavanomaisesti subitisoineista ainoastaan syksyllä. (Taulukko 6) Kun syksyn ja kevään subitisaationopeuksissa heikkojen ryhmiä vertaa kuviosta 10, voi todeta että kevään ryhmässä oli laskutaidoiltaan ainoastaan yksi selvästi heikompi, mutta syksyn ryhmässä selvästi heikompia oli kolme. Lisäksi kevään heikkojen subitisoijien joukossa oli kaksi keskivertoa taitavampaa laskijaa kun syksyn heikkojen subitisoijien joukossa niitä oli vain yksi (kuvio 10).



KUVIO 10. Subitisaationopeudeltaan tavanomaisten, subitisaationopeudeltaan keväällä heikoimpien ja subitisaationopeudeltaan syksyllä heikoimpien pistemäärät lukumäärätehtävissä syksyllä ja keväällä (n=10).

Subitisaationopeuksiltaan syksyn heikkojen ja kevään heikkojen lähtötaso lukumäärätehtävissä oli hyvin samankaltainen. Syksyn heikkojen subitisoijien keskiarvo lukumäärätehtävissä oli syksyllä 8.60 (Md 9.50, Sd 2.836) ja kevään heikkojen subitisoijien keskiarvo lukumäärätehtävissä oli syksyllä 8.70 (Md 9.50, sd 3.433). Muun aineiston keskiarvo syksyn lukumäärätehtävissä oli 11.93 (Md 12.00, Sd 2.327). Keväällä vastaavat keskiarvot olivat syksyn heikoilla subitisoijilla 14.90 (Md 15.50, Sd 2.923), kevään heikoilla subitisoijilla 16.00 (Md 16.00, Sd 2.981) ja tavanomaisesti pärjänneillä 17.82 (Md 18.00, Sd 3.320). Kevään heikot subitisaationopeudessa siis pärjäivät kevään lukumäärätehtävissä paremmin kuin syksyn heikot subitisoijat.

### *Subitisaatiotaidot ja kirjainten tuntemus*

Subitisaatiotarkkuudeltaan heikkojen ja tavanomaisten lasten kirjainten nimeämisen taidot eivät eronneet tilastollisesti merkitsevästi toisistaan syksyllä eikä keväällä. Subitisaationopeudeltaan syksyn heikkojen tulos ei poikennut muun aineiston tuloksista syksyllä eikä keväällä. Kevään subitisaationopeudessa heikkojen tulokset erosivat kirjainten nimeämisen tehtävässä tavanomaisesti subitisaationopeudessa pärjänneiden tuloksista sekä syksyllä että keväällä (taulukko 6). Koko aineiston keskiarvo kirjainten nimeämisen tehtävissä oli syksyllä 17.72 (Md 20, Std 8.87) ja keväällä 25.08 (Md 28, Std 5.501). Kevään subitisaationopeudessa heikkojen keskiarvo syksyn kirjainten nimeämisen tehtävissä oli 11.90 (Md 11, Std 9.88) ja kevään kirjainten nimeämisen tehtävissä 21.60 (Md 23,50, Std 7.471). Kevään subitisaationopeudessa heikot kehittyivät kirjainten nimeämisessä voimakkaasti esiopetusvuoden aikana, mutta silti 60% heistä jäi kirjainten nimeämisessä keskiarvon alapuolelle sekä syksyllä että keväällä. Syksyn subitisaationopeudessa heikot eivät eronneet tilastollisesti merkitsevästi kirjainten nimeämisen tehtävissä subitisaatiotaidoiltaan tavanomaisista, vaikka heilläkin tulokset jäivät alle koko aineiston keskiarvon (syksy 13.40, Md 13, Std 9.52; kevät 22.4, Md 26.50, Std 8.42).

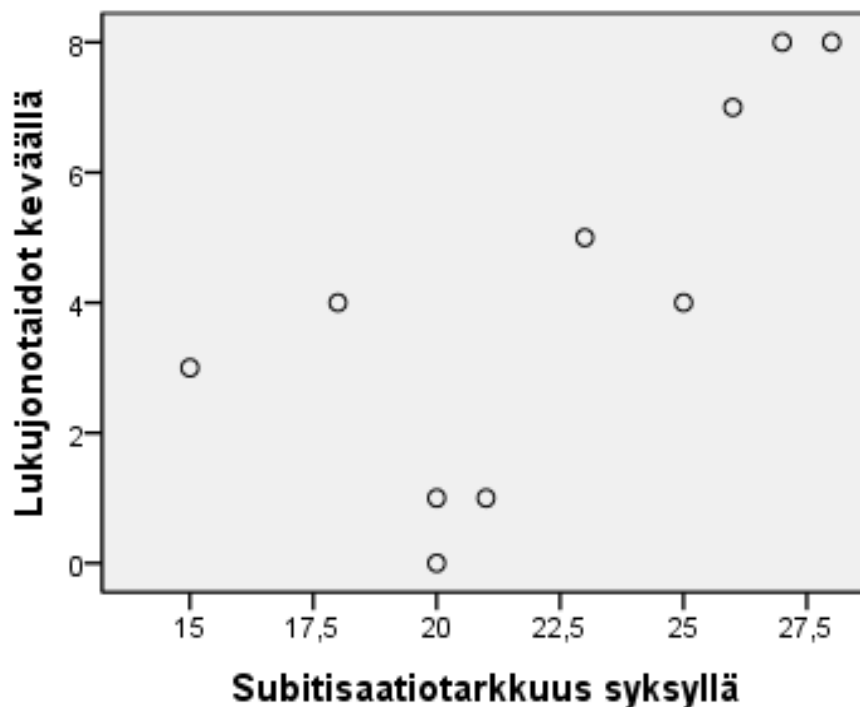
## 6.4 Subitisaatiotaitojen yhteys muihin matemaattisen kouluvalmiuden osataitoihin sekä kirjainten nimeämisen taitoihin

Tässä tutkimuksessa haluttiin selvittää subitisaatiotaitojen merkitystä matemaattisena kouluvalmiutena. Tämän vuoksi aineistosta tutkittiin subitisaatiotaitojen yhteyksiä muihin matemaattisen kouluvalmiuden osataitoihin, joita olivat lukujonotaidot, matemaattiset käsitteet ja lukumäärätaidot. Lisäksi tutkimuksessa haluttiin pitää mukana kielellisen taidon ulottuvuuksista kirjainten nimeämisen taidot. Subitisaatiotaitojen yhteyttä muihin matematiikan osataitoihin analysoitiin korrelaatiotarkasteluilla sekä logistisella regressioanalyysillä.

TAULUKKO 7. Subitisaatiotaitojen ja muiden matematiikan osataitojen välisiä korrelatiivisia yhteyksiä (Pearsonin tulomomenttikorrelaatiokerroin)

	Subitisaatio- nopeus syksyllä	Subitisaatio- nopeus keväällä	Subitisaatio- tarkkuus syksyllä	Subitisaatio- tarkkuus keväällä
<b>Lukujonotaidot</b>				
syksyllä	r=-.300 p=.001**	r=-.408 p<.001**	r=-.341 p<.001**	r=-.353 p<.001**
keväällä	r=-.204 p=.020*	r=-.364 p<.001**	r=-.281 p=.001**	r=-.302 p<.001**
<b>Matemaattiset käsitteet</b>				
syksyllä	r=-.158 p=.073	r=-.225 p=.010*	r=.292 p=.001**	r=-.251 p=.004**
keväällä	r=-.100 p=.259	r=-.142 p=.106	r=.087 p=.326	r=.098 p=.268
<b>Lukumäärätaidot</b>				
syksyllä	r=-.367 p<.001**	r=-.392 p<.001**	r=.370 p<.001**	r=.345 p<.001**
keväällä	r=-.206 p=.019*	r=-.290 p=.001**	r=.291 p=.001**	r=.298 p=.001**
<b>Kirjainten nimeäminen</b>				
syksyllä	r=-.265 p=.002**	r=-.306 p<.001**	r=.189 p=.032*	r=.178 p=.043*
keväällä	r=-.280 p=.001**	r=-.323 p<.001**	r=.063 p=.476	r=.179 p=.041*

Subitisaationopeuden ja -tarkkuuden taidot koko aineistosta tarkasteltuna ovat yhteydessä useimpiin muihin matemaattisen kouluvalmiuden osataitoihin tilastollisesti merkitsevästi. Yhteys oli kuitenkin korrelaatiokertoimien valossa heikkoa (taulukko 7). Subitisaatiotaitojen ja lukujonotaitojen sekä subitisaatiotaitojen ja lukumäärätaitojen välillä oli havaittavissa syksyllä aavistuksen voimakkaampi yhteys kuin keväällä. Vertailun vuoksi laskin vielä erikseen korrelaatiot kevään subitisaationopeuksissa heikoimmille kahdeksalle prosentille (liite 3). Heidän subitisaatiotaitonsa eivät olleet tilastollisesti merkitsevästi yhteydessä mihinkään muihin matemaattisen kouluvalmiuden osataitoihin kuin kevään lukujonotaitoihin. Kevään lukujonotaitojen ja syksyn subitisaatiotarkkuuden välillä oli näillä kevään hitaimmilla subitisoijilla tilastollisesti merkitsevä voimakas yhteys ( $r=.727$ ,  $p=.017$ ). (Kuvio 11)



KUVIO 11. Kevään subitisaationopeudessa heikoimpien kevään lukujonotaitojen ja syksyn subitisaatiotarkkuuden välinen yhteys.

Koska logistisella regressioanalyysillä haluttiin selittää subitisaatiotaitojen osuutta matemaattisena kouluvalmiutena, valittiin analyysiin selitettäväksi muuttujaksi esikoulu-  
laisten kevään lukumäärätaidot, jotka kuvasivat hyvin aritmeettista kouluvalmiutta, sillä tehtävät pitivät sisällään lukumäärän laskemista, luvun hajottamista, lukumäärien vertailua sekä alkeellisia yhteen- ja vähennyslaskuja. Lukumäärätaitoja selittäviksi muuttujiksi valittiin subitisaationopeus, subitisaatiotarkkuus, matemaattiset käsitteet, lukujonotaidot ja kirjainten nimeämisen taidot syksyllä ja keväällä.

*Syksyn mallissa* kevään lukumäärätaitoja selitettiin syksyllä mitatuilla subitisaationopeudella, subitisaatiotarkkuudella, matemaattisten käsitteiden hallinnalla, lukujonotaidoilla ja kirjainten nimeämisen taidoilla. Vaikka malliin valitut muuttujat muodostivat tilastollisesti merkitsevän mallin (Omnibus Tests of Model Coefficients  $\chi^2 = 25,159$ ,  $df = 5$ ,  $p < .001$ ), jäi mallin selitys aste melko matalaksi (Nagelkerken  $R^2 = .368$ ). Valituilla muuttujilla pystyttiin selittämään 36,8% kevään lukumäärätaitojen vaihtelusta. Valittu malli ennusti kevään lukumäärätaidoissa tavanomaisesti suoriutuvista 98,3 % oikein, mutta heikoista suoriutujista vain 23,1% . Ainoa muuttujista, joka selitti kevään lukumäärätaitoja tilastollisesti merkitsevästi ( $\beta = 1,257$ ,  $p < .001$ ) oli matemaattiset käsitteet. Subitisaationopeus ja -tarkkuus eivät olleet tilastollisesti merkitseviä selittäjiä lasten kevään lukumäärätaidoissa (subitisaationopeus  $\beta = -.001$ ,  $p = .081$ , subitisaatiotarkkuus  $\beta = -.168$ ,  $p = .237$ ).

*Kevään mallissa* kevään lukumäärätaitoja selitettiin keväällä mitatuilla subitisaationopeudella, subitisaatiotarkkuudella, matemaattisten käsitteiden taidoilla, lukujonotaidoilla ja kirjainten nimeämisen taidoilla. Kevään mallissa (Omnibus Tests of Model Coefficients  $\chi^2 = 29.709$ ,  $df = 5$ ,  $p < .001$ ) selitysaste oli hieman parempi kuin syksyn mallissa (Nagelkerken  $R^2 = .427$ ) eli valituilla muuttujilla pystyttiin selittämään 42,7% kevään lukumäärätaitojen vaihtelusta. Malli myös ennusti paremmin heikosti suoriutuvia kuin syksyn malli. Kevään malli ennusti heikosti suoriutuvista yli puolet (53,8%) oikein. Tavanomaisesti suoriutuvista kevään malli ennusti 98,3 prosenttia oikein, joten tässä suhteessa kevään malli onnistui syksyn mallia paremmin. Kevään mallissa lukumäärätaitoja selitti tilastollisesti merkitsevästi edelleen matemaattisten käsitteiden hallinta ( $\beta = .848$ ,  $p = .039$ ), mutta vielä merkittävämpi selittäjä oli lukujonotaidot ( $\beta = .509$ ,



$p=.003$ ). Subitisaationopeudella ja –tarkkuudella ei ollut keväälläkään tilastollisesti merkittävää selitysoisuutta lasten lukumäärätaitoihin (subitisaationopeus  $\beta=.000$ ,  $p=.988$ , subitisaatiotarkkuus  $\beta=.210$ ,  $p=.187$ ). Kirjainten nimeämisellä ei myöskään ollut selitysoisuutta kevään lukumäärätaidoissa ( $\beta=-.049$ ,  $p=.480$ ).

Logistiseen regressioanalyysiin valittujen muuttujien yhteyttä esikoululaisten lukumäärätaitoihin tutkittiin vielä Pearsonin korrelaatiokertoimet laskemalla (taulukko 8). Korrelaatiokertoimet vahvistivat lukujonotaitojen ja matemaattisten käsitteiden vahvimman yhteyden lukumäärätaitoihin (kevään lukujonotaidot  $r=.504$ ,  $p<.001$ , syksyn matemaattiset käsitteet  $r=.389$ ,  $p<.001$ , kevään matemaattiset käsitteet  $r=.405$ ,  $p<.001$ ). Subitisaatiotaitojen yhteys lukumäärätaitoihin jäi korrelaatiotarkastelussakin heikoksi (nopeus syksy  $r=-.206$ ,  $p=.019$ , nopeus kevät  $r=-.290$ ,  $p=.001$ , tarkkuus syksy  $r=.291$ ,  $p=.001$ , tarkkuus kevät  $r=.298$ ,  $p=.001$ ).

TAULUKKO 8. Matemaattisten osataitojen korrelatiiviset yhteydet lukumäärätaitoihin

<b>Lukumäärätaidot keväällä</b>		
<b>Lukujonotaidot</b>	syksyllä	$r=.338$ , $p<.001^{**}$
	keväällä	$r=.504$ , $p<.001^{**}$
<b>Matemaattiset käsitteet</b>	syksyllä	$r=.389$ , $p<.001^{**}$
	keväällä	$r=.405$ , $p<.001^{**}$
<b>Kirjainten nimeäminen</b>	syksyllä	$r=.205$ , $p=.019^*$
	keväällä	$r=.145$ , $p=.099$
<b>Subitisaatiotarkkuus</b>	syksyllä	$r=.291$ , $p=.001^{**}$
	keväällä	$r=.298$ , $p=.001^{**}$
<b>Subitisaationopeus</b>	syksyllä	$r=-.206$ , $p=.019^*$
	keväällä	$r=-.290$ , $p=.001^{**}$

Riippumattomien otosten t-testin mukaan keväällä heikosti lukumäärätaidoissa pärjänneiden ja tavanomaisesti lukumäärätaidoissa pärjänneiden lasten kevään subitisaationopeuksissa ei ollut eroja ( $t(128)=1.408$ ,  $p=.162$ ), mutta heidän syksyn subitisaationopeutensa erosivat tilastollisesti merkitsevästi ( $t(128)=-2.864$ ,  $p=.005$ ). Tarkemmin tarkasteltuna kevään lukumäärätaidoiltaan heikoissa lapsissa oli kolme sellaista, joiden syksyn subitisaationopeus jäi yli keskihajonnan päähän keskiarvosta. Näistä kolmesta keväällä enää yhden subitisaationopeus jäi keskihajonnan päähän kevään keskiarvosta. Muiden lukumäärätaidoiltaan heikkojen lasten subitisaationopeudet olivat keskiarvon tuntumassa.

Subitisaatiotarkkuudessa oli eroja lukumäärätaidoissa heikosti ja tavanomaisesti pärjävien lasten välillä. Syksyn subitisaatiotarkkuudessa eroa ei ollut ( $t(128)=.278$ ,  $p=.782$ ), mutta kevään subitisaatiotarkkuudessa ero oli tilastollisesti merkitsevä ( $t(128)=2.647$ ,  $p=.009$ ). Syksyllä keskiarvon subitisaatiotarkkuudessa saavutti 51% aineiston tutkituista. Lukumäärätaidoiltaan heikoista subitisaatiotarkkuuden keskiarvon saavutti 46% tutkituista. Keväällä sen sijaan koko aineiston tutkituista subitisaatiotarkkuuden keskiarvon saavutti 62%, kun lukumäärätaidoiltaan heikoista lapsista keskiarvoon ylsi vain 23%. Niistä lapsista, jotka kuuluivat aineiston subitisaationopeudeltaan heikoimpaan kahdeksaan prosenttiin, subitisaatiotarkkuuden keskiarvoon ylsi syksyllä 30% tutkituista ja keväällä 40%. Subitisaatiotarkkuudessa pärjäsivät siis keväällä paremmin ne lapset, jotka olivat subitisaationopeudessa heikoimpia kuin ne, jotka olivat lukumäärätaidoiltaan heikoimpia.

Aineisto ei mahdollistanut subitisaatiotarkkuuden erittelyä eri lukumäärien tasolla. Näin ollen lukumäärätaidoiltaan heikkojen osalta ei pystytty analysoimaan sen tarkemmin, oliko heikon subitisaatiotarkkuustuloksen taustalla kyse oikeasti subitisaatiosta vai laskemisen taidosta. Lukumäärätaidoiltaan heikoista nimittäin 70% kuului sekä syksyllä että keväällä lukujonotaidoiltaan heikoimpien joukkoon. Subitisaationopeudessa kevään heikoimmista kuului lukujonotaidoiltaan heikoimpien joukkoon myös tuo 70% syksyllä, mutta keväällä enää vain 10%. Lukumäärätaidoiltaan heikot ja subitisaatiotaidoiltaan heikot erotti toisistaan myös matemaattisten käsitteiden hallinta. Subitisaatiotaidoiltaan heikoimpien joukosta ainoastaan 10% kuului sekä syksyllä että keväällä matemaattisten käsitteiden hallinnan heikoimpaan ryhmään. Lukumäärätaidoissaan heikoista tähän ryhmään kuului syksyllä 40% ja keväällä 70%.

## 7 POHDINTA

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää esiopetusikäisten lasten subitisaatiotaitojen merkitystä matemaattisena kouluvalmiutena. Kouluvalmiuden käsitettä käytetään laajasti, mutta siitä, mitä se oikeastaan tarkoittaa esimerkiksi matemaattisina taitoina, ei ole lukuisista aihetta käsittelevistä tutkimuksista huolimatta oltu täysin varmoja. Syynä tähän on ollut se, että jo yksinkertaiset matemaattiset osataidot edellyttävät monivaiheisia keskenään vuorovaikutuksessa olevia suorituksia. Matemaattiset valmiudet ovat siis kokonaisuus erilaisia taitoja. Matematiikan varhaisten taitojen tutkimuksessa onkin keskitytty ottamaan selvää, mikä on näiden erillisten taitojen keskinäinen suhde ja mikä on näiden erillisten taitojen merkitys erityisesti aritmeettisiin taitoihin. Näin on syntynyt erilaisia malleja siitä, mitkä osataidot ovat matemaattisina valmiuksina olennaisia. Yksi tällainen malli on Aunio ja Räsänen Taitorypäsmodellin (Aunio 2008, 65-68), joka on muokattu lasten varhaista matemaattista kehitystä koskevan tutkimustiedon pohjalta.

Taitorypäsmodellissa matemaattinen kouluvalmius rakentuu lukumääräisyydentajusta, matemaattisten suhteiden ymmärtämisestä, laskemisen taidoista ja aritmeettisistä perustaidoista. Näistä osa-alueista laskemisen taitojen, erityisesti lukujonotaitojen, merkitys on osoitettu lukuisissa tutkimuksissa aritmeettisten taitojen kannalta kriittiseksi valmiudeksi (Hannula & Lepola, 145; Aunola, Leskinen, Lerikkanen & Nurmi 2004, 699-713; Seethaler & Fuchs 2010, 38). Myös matemaattisten suhteiden ymmärtämisen merkitys aritmeettisten taitojen kannalta on kiistaton (Männamaa, Kikas, Peets & Palu 2012; Kilpatrick & Swafford 2002, 9; Rittle-Johnson & Siegler 1998, 109). Sen sijaan lukumääräisyydentajun eli subitisaatiotaitojen merkitys aritmeettisena kouluvalmiutena on edelleen tutkimustiedon valossa ristiriitainen. Osa tutkijoista pitää subitisaatiotaitoja myöhempien matemaattisten taitojen, jopa aritmeettisten taitojen, olennaisena perustana (Aunio 2008, 68; Sarama & Clements 2009, 9, 37; Benoit, Lehalle & Jouen 2004, 291; Fischer, Gebhardt & Hartnegg 2008, 24-25, 28). Isompi osa tutkijoista suhtautuu kuitenkin subitisaatiotaitojen merkitykseen kriittisesti, olettaen muiden matemaattisten taitojen selittävän subitisaationa tutkittuja matemaattisia valmiuksia (Göbel, Watson, Lervåg & Hulme 2014, 1-2; Gilmore, Attridge, De Smedt & Inglis 2014, 50-58; De

Smedt, Verschaffel & Ghesquiére 2009, 469). Koska n ytt a joka tapauksessa on, että subitisaatiotaidot vaikuttavat matematiikan taitojen kehittymiseen, tässä tutkimuksessa haluttiin selvitt a, millainen merkitys subitisaatiotaidoilla on esiopetusiässä matemaattisen kouluvalmiuden kannalta.

## 7.1 Tulosten tarkastelua

Subitisaatiotaitojen kehitystä esiopetusvuoden aikana tarkasteltiin subitisaationopeuden ja -tarkkuuden kehityksen . Aineistosta erotettiin subitisaatiotehtävissä tavanomaisesti suoriutuneet lapset ja heikoimmat kahdeksan prosenttia lapsista. Heikoimmat kahdeksan prosenttia erotettiin sekä nopeuden että tarkkuuden tehtävissä. Heikoimmat kahdeksan prosenttia erotettiin vielä syksyn ja kev en mittauksissa erikseen. Näin pystyttiin tarkastelemaan, olivatko heikoimmat subitisoijat samoja lapsia syksyllä ja kev all .

Kokonaisuutena subitisaationopeus syksystä keväeseen parani tilastollisesti merkitsevästi. Tarkemmin eroteltuna lukum ariss  yksi ja kaksi ei tapahtunut syksystä keväeseen merkitt v a kehitystä. Syksyn ja kev en reaktioaikojen erot tapahtuivat lukum arien 3-8 välillä. Tämä kertonee siitä, että esiopetusikäiset lapset tunnistivat jo syksyllä lukum arat yksi ja kaksi laskematta, mutta lukum arist  kolme alkaen he m arittiv t lukum aran laskemalla, eivät subitisoimalla. Toisaalta reaktioaikojen huomattava kasvu lukum arien kolme ja neljä välillä viittasi siihen, että subitisoiminen muuttui laskemiseksi lukum arist  neljä alkaen. Aikaisempien tutkimusten mukaan aikuiset tunnistavat lukum arat yhdestä kolmeen subitisoimalla (Sarama & Clements 2009, 38). Myös lasten on havaittu m aritt v n lukum arat yhdestä kolmeen subitisoimalla (Moeller, Neuburger, Kaufmann, Landerl & Nuerk 2009, 371–372). Tässä tutkimuksessa mitatut esi-kouluikäisten lasten reaktioajat olivat yhteneväiset aikaisemmissa tutkimuksissa saatuihin aikuisten reaktioaikoihin. Lasten kohdalla reaktioaikojen erot lukum arien välillä olivat vain selvästi suuremmat. (Sarama & Clements 2009, 38).

Esiopetusvuoden syksyllä mitatut subitisaatiotehtävän reaktioajat eivät yksin an erotelleet lapsista kouluvalmiuden kannalta heikkoja laskijoita. Syksyn reaktionopeudeltaan hitaista subitisoijista (n=10) kev en hitaimpien joukossa oli en n  neljä. Syksyn heikoista subitisoijista kolme paransi tuloksiaan voimakkaasti. Kaksi näistä paransi tuloksiaan

niin huimasti, että keväällä he alittivat koko aineiston keskiarvot. Vaikka syksyn heikoista muut jäivät taidoissaan voimakkaasta kehityksestä huolimatta aineiston heikoimpaan neljännekseen, kertoo syksyn heikkojen tulos siitä, että syksyllä heikkojen joukossa on lapsia, joiden heikot taidot johtuivat harjoituksen puutteesta. Syksyn heikot subitisoijat, lukuun ottamatta kolmea erityisen voimakkaasti taidoissaan kehittynyttä lasta, erosivat tilastollisesti merkitsevästi muista tutkituista sekä syksyllä että keväällä. Tämä kertoo siitä, että vaikka osa syksyn heikoista kehittyi henkilökohtaisissa taidoissaan paljon, olivat heidän taitonsa esiopetusvuoden syksyllä niin paljon keskivertoa heikommat, etteivät he pystyneet esiopetusvuoden aikana kuroma tällä eroa umpeen.

Kevään heikko subitisointinopeus erotteli syksyn heikkoa subitisointinopeutta paremmin profiililtaan erilaisia lapsia. Kevään mittauksissa heikkoja tuloksia subitisaationopeudessa saaneiden lasten taidoissa ei tapahtunut esiopetusvuoden aikana juurikaan edistymistä. Seethalerin ja Fuchsin (2010, 55–56) mukaan on luonnollista, että esiopetusvuoden keväällä testatut matematiikan taidot erottelevat paremmin mahdollisia matematiikan oppimisvaikeuksia, sillä esikouluun tulevat lapset ovat vielä syksyllä kehityksessään hyvin eri vaiheessa, ja heidän kokemuksensa matematiikasta vaihtelevat suuresti. Verrattaessa heikkojen subitisoijien reaktioaikoja tavanomaisesti subitisoineiden reaktioaikoihin, erosivat kevään heikkojen tulokset tilastollisesti merkitsevästi kaikilla lukumääräalueilla sekä syksyllä että keväällä. Syksyn hitaat subitisoijat erosivat syksyn mittauksissa tavanomaisesti suoriutuneista kaikilla lukumääräalueilla. Heidän taitonsa kuitenkin kehittyivät esiopetusvuoden aikana niin, että keväällä heidän tuloksensa erosivat tavanomaisesti subitisoineista ainoastaan lukumäärien 5–8 määrittämisessä. Syksyn heikot subitisoijat määrittivät siis lukumäärät 1–3 vielä syksyllä laskemalla, mutta jo keväällä he tekivät sen subitisoimalla. Moellerin ym (2009, 371–386) mukaan matematiikan oppimisvaikeuksia omaavien lasten ja tavanomaisesti matematiikassa pärjäävien lasten subitisaatiotaidot eroavat lukumääräalueella 1–3. Tavanomaisesti matematiikassa pärjäävät tunnistavat lukumäärät 1–3 subitisoimalla, mutta matematiikan oppimisvaikeuksia omaavat lapset laskevat lukumäärät 1–3 luetteluun pohjautuvalla strategialla.

Syksyn heikot subitisoijat siis saavuttivat kevääseen mennessä tavanomaisesti subitisoineet nimenomaan subitisointialueen (1–3) lukumäärätehtävissä. Heidän reaktioaikojen profiilinsa osoittivat voimakasta kehitystä myös lukumäärien 4–8 määrittämisen tehtävissä. Tästä huolimatta ero lukumäärien 5–8 määrittämisen tehtävissä säilyi tilastollises-

ti merkitseväenä suhteessa tavanomaisesti subitisoineisiin. Sinänsä on mielenkiintoista, että syksyn heikkojen subitisoijien ja tavanomaisesti subitisoineiden ero lukumäärien 5–8 määrittämisessä säilyi, vaikka syksyn heikot subitisoijat kehittyivät myös lukujonotehtävissä niin paljon, ettei niissä ollut enää keväällä tilastollisesti merkitsevää eroa tavanomaisesti subitisaationopeudessa pärjänneisiin.

Pelkän subitisaationopeuden perusteella ei voi tehdä päätelmiä suhteessa muihin matemaattisiin taitoihin, sillä keväällä subitisaationopeudessa heikosti pärjänneet pärjäisivät syksyn heikkoja subitisoijia paremmin kevään lukumäärätehtävissä. Tässä tutkimuksessa heikko subitisaationopeus ei yhdistynyt selkeästi muihin matemaattisiin taitoihin. Heikkojen subitisoijien profiileistakaan ei löytynyt yhtäläisyyksiä tarkasteltaessa heidän pärjäämistään muilla mitatuilla muuttujilla. Subitisaationopeus jäi ikään kuin omaksi erilliseksi taidokseen, joka ei yhdistynyt muihin taitoihin. Sophian (1998, 31) onkin todennut, että itse asiassa subitisaatio on hyvin rajoittunut prosessi. Se tarjoaa vain vähän numeerista informaatiota verrattuna esimerkiksi laskemiseen. Pelkästään subitisoimalla on mahdollista erottaa lukumäärät kaksi ja kolme toisistaan ymmärtämättä kuitenkaan lukumäärien välisiä suhteita, kuten esimerkiksi että kolme on enemmän kuin kaksi. Moeller ym. (2009, 382) oletivat omien subitisaatiotutkimustensa pohjalta, että joillekin lapsille on vain yksinkertaisesti todella vaikeaa hahmottaa laskettavien objektien kokonaismäärää pienilläkin lukumäärillä, joten he turvautuvat luettelemalla laskemiseen.

Subitisaationopeus nosti esiin aineistosta eri lapsia kuin subitisaatiotarkkuus. Tarkkuudeltaan syksyn heikoista ainoastaan kaksi oli myös kevään heikoimpien joukossa. Subitisaatiotarkkuuden tehtävät yhdistyivät tässä aineistossa vahvasti lukujonotehtäviin tai lukumäärätaitoihin. Heikosti ja tavanomaisesti subitisaatiotarkkuudessa pärjänneet erosivat tilastollisesti merkitsevästi sekä syksyn että kevään lukujonotehtävissä. Koska subitisaatiotarkkuuden tehtävissä reaktioajoilla ei ollut merkitystä, tuli väistämättä mieleen, oliko tehtävässä mitattu subitisaatiota vai laskemisen taitoa. Jos aineisto olisi tarjonnut mahdollisuuden eritellä subitisaatiotarkkuutta eri lukumäärien tasolla, olisi se tässä kohdalla ollut mielenkiintoista, koska näin olisi voitu analysoida tarkemmin subitisaatiotarkkuuden vaihtelua lukumäärätaidoiltaan heikkojen ja subitisaationopeudeltaan heikkojen välillä.

Subitisaatiotaitojen yhteyttä muihin matemaattisiin valmiuksiin tarkasteltiin korrelaatioiden ja logistisen regressioanalyysin avulla. Subitisaationopeudella ja –tarkkuudella oli tilastollisesti merkitsevä yhteys muihin matematiikan osa-alueisiin, mutta yhteys oli korrelaatiokertoimien valossa heikko. Koko aineistossa subitisaatiotaitojen yhteys lukujonotaitoihin ja lukumäärätaitoihin oli syksyllä aavistuksen voimakkaampi kuin keväällä. Subitisaatiotarkkuudeltaan heikkojen kohdalla yhteys lukujonotaitoihin oli voimakas. Tämä ei kuitenkaan vahvistanut subitisaatiotaitojen vaan lukujonotaitojen merkitystä. Subitisaatiotaidot eivät olleet tässä tutkimuksessa yhteydessä aritmeettisiin taitoihin vaan lukumäärätaitoja selittivät vahvimmin syksyllä matemaattisten käsitteiden hallinta ja keväällä lukujonotaidot ja matemaattisten käsitteiden hallinta. Lukumäärätaidoiltaan heikoilla oli selkeästi puutteita lukujonotaidoissa syksyllä ja keväällä ja matemaattisten käsitteiden hallinnassa sekä syksyllä että keväällä. Subitisaatiokyky ei ollut siis tässä tutkimuksessa olennainen selittäjä lukumäärätaidoissa.

Lukujonotaitojen ja matemaattisten käsitteiden merkitys aritmeettisten taitojen ennustajana on osoitettu jo aiemmissa tutkimuksissa. Lukujonotaitojen on havaittu olevan matemaattisista valmiuksista kaikista voimakkaimmin yhteydessä myöhempisiin aritmeettisiin taitoihin (Hannula & Lepola, 145; Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi 2004, 699-713; Seethaler & Fuchs 2010, 38). Matemaattisten käsitteiden ymmärtämistä tarvitaan aritmeettisissä suorituksissa muun muassa oikeiden laskumenetelmien valitsemiseksi (Männamaa, Kikas, Peets & Palu 2012; Kilpatrick & Swafford 2002, 9; Rittle-Johnson & Siegler 1998, 109). Jotta esikoululainen pystyy valitsemaan oikean laskumenetelmän yksinkertaisenkin ongelman ratkaisemiseksi, täytyy hänen ymmärtää tehtävän tavoite ja menetelmien laadullisia ominaisuuksia (esimerkiksi yhteen- ja vähennyslaskun ero). Matemaattisten käsitteiden ymmärtämisen on osoitettu korreloivan positiivisesti matemaattisten menettelytapojen käyttämisen kanssa. (Rittle-Johnson & Siegler 1998, 75-76.)

Vaikka subitisaatiotaidot eivät nousseet tässä tutkimuksessa lukumäärätaitojen kannalta merkittävään selitysosuuteen, oletan silti subitisaatiotaidoilla olevan merkitystä matemaattisten taitojen, myös aritmeettisten taitojen kehityksessä. Vaikuttaa siltä, että subitisaatiotaitojen merkitys korostuu nimenomaan siinä vaiheessa kun lapsi oppii ymmärtämään lukusanojen merkityksen liittämällä subitisaation avulla lukusanan tuntemaansa

kokonaisuuteen (Benoit, Lehalle & Jouen 2004, 291). Tämä tapahtuu jo ennen esiopetusvuotta, joten tässä merkityksessä subitisaatiotaidot eivät ole enää esiopetusvuonna niin merkityksellisessä roolissa. Siinä vaiheessa kun lapsi alkaa laskea yhteenlaskuja lukualueella 1–10, hänen prosessointinopeutensa vaikuttaa taas subitisaatiokyvyt: pystyykö lapsi hahmottamaan pieniä lukumääriä suoraan vai joutuuko hän laskemaan ne luettelemalla. Clements ja Sarama (2009, 9) väittävät, että subitisaatiokyky vaikuttaa ratkaisevasti lapsen matemaattiseen kehitykseen. Tämän tutkimuksen tulokset antavat viitteitä subitisaatiotaitojen merkityksestä yhtenä tärkeänä taustataitona matemaattisessa kehityksessä, mutta itsenäistä selitysvoimaa subitisaatiotaidoilla ei näyttäisi aritmeettiseen kouluvalmiuteen olevan.

## **7.2 Tutkimuksen merkitys, luotettavuus ja jatkotutkimushaasteet**

Tässä tutkimuksessa tarkasteltiin esiopetusikäisten lasten subitisaatiotaitojen merkitystä matemaattisena kouluvalmiutena. Subitisaatiotaidot valittiin tutkimuskohteeksi, koska niiden merkitys aritmeettisten taitojen kannalta on jäänyt aiempien tutkimusten valossa kiistellyksi. Tutkijat ovat väitelleet subitisaation ja laskemisen suhteesta vuosia. Erilaisia näkemyksiä on esitetty muun muassa taitojen merkityksestä ja primitiivisyydestä. Tällä hetkellä vallalla on käsitys, että subitisaatiotaidot muodostavat matemaattisten taitojen oppimisen perustan ja ovat primitiivisempi taito kuin laskeminen. (Benoit, Lehalle & Jouen 2004, 303; Warren, deVries & Cole 2009, 47; Wender & Rothkegel 2000, 81.) Vaikka subitisaatiotaitoja pidetään jonkinlaisena perustana muiden matemaattisten taitojen oppimiselle, on subitisaatiotaitojen ja muiden matemaattisten taitojen yhteyden tutkiminen jäänyt hyvin vähäiseksi (Warren ym. 2009).

Tutkimuksen luotettavuus perustuu käytetyn mittarin luotettavuuteen (Metsämuuronen 2006, 115) ja otoksen edustavuuteen. Jos otoskoko on riittävän suuri ja otos on poimittu niin, että se muistuttaa riittävästi populaatiota, voidaan otoksen perusteella tehdä tilastollisia menetelmiä soveltaen populaatiota koskevia päätelmiä (Nummenmaa 2009, 25). Tämän tutkimuksen otos muodostui yhden kunnan 13 esiopetusryhmästä. Tutkittavia oli yhteensä 130. Näin ollen otoskoko oli riittävän suuri tilastollisten menetelmien soveltamiseen ja otoksen poimintatapaa voidaan pitää hyvänä.



Tässä tutkimuksessa esiopetusikäisten lasten subitisaatiotaitoja mitattiin sekä syksyllä että keväällä. Tämä mahdollisti taitojen kehityksen seurannan esiopetusvuoden aikana. Lisäksi tässä tutkimuksessa testattiin muista matemaattisista taidoista matemaattisten käsitteiden hallintaa, lukumäärätaitoja ja lukujonotaitoja. Näin subitisaatiotaitojen kehitystä pystyttiin tarkastelemaan suhteessa muihin samanaikaisiin matemaattisiin taitoihin. Subitisaatiotaitoja mitattuina tietokonetehtävissä samaa taitoa mitattiin useaan kertaan. Kullakin lukumäärätasolla oli vähintään kolme toistoa. Reaktioajoista virheelliset ääriarvot poistettiin. Mittausvirhettä saattoi aiheutua eri testaaajien erilaisista reaktioajoista, sillä lapsi ilmoitti oman vastauksensa suullisesti, jonka testaja syötti tietokoneelle. Myös lukujonotaitoja, matemaattisten käsitteiden hallintaa ja lukumäärätaitoja mitattiin tässä tutkimuksessa sekä syksyllä että keväällä. Lukumäärätaitoja testattiin syksyllä 13 tehtävällä ja keväällä 19 tehtävällä. Lukumäärätaitojen mittaria voi pitää kattavana. Lukujonotaitoja ja matemaattisten käsitteiden hallintaa testattiin kumpaakin neljällä tehtävällä. Suurempi tehtävien lukumäärä olisi parantanut tutkimuksen kykyä erotella lapsia paremmin.

Tulokset subitisaatiotaitojen tasosta ja kehityksestä koko aineistossa vastasivat aiempia tutkimuksia. Yllättävä tulos tässä tutkimuksessa oli se, että subitisaationopeus erotteli aineistosta eri lapsia kuin subitisaatiotarkkuus. Subitisaatiotarkkuuden tehtävät yhdistyivät vahvasti lukujonotehtäviin. Koska subitisaatiotarkkuuden tehtävissä reaktioajoilla ei ollut merkitystä, on syytä olettaa, että kyseinen tehtävä on mitannut itse asiassa laskemisen taitoja. Subitisaatiotarkkuuden tehtävistä oli käytettävissä ainoastaan summuuttuja, joten subitisaatiotarkkuutta ei pystytty analysoimaan eri lukumäärien tasolla. Jatkossa olisi mielenkiintoista kartoittaa tarkemmin subitisaatiotarkkuuden ja -nopeuden välisiä yhteyksiä eri lukumäärien tasoilla sekä lukumäärätaidoiltaan heikkojen ja tavanomaisesti suoriutuvien välillä. Berchin (2005, 335) mukaan on ratkaisevan tärkeää mitata tarkkuuden lisäksi lukumäärien erottelun nopeutta, koska nopeuden mittaaminen paljastaa numeerisen informaation prosessoinnin eroja, joita ei saada esille pelkästään tarkkuutta arvioimalla.

Mielenkiintoinen tulos tässä tutkimuksessa oli nopeudeltaan heikkojen subitisoijien ero tavanomaisesti suoriutuneisiin myös pienten lukumäärien 1–3 erottelussa. Kun syksyn heikot subitisoijat kehittivät taidoissaan, tuo ero pienten lukumäärien erottelussa hävisi heidän ja tavanomaisesti subitisoineiden väliltä. Sen sijaan ero isompien lukumäärien

5–8 määrittämisen tehtävissä säilyi, vaikka syksyn heikot olivat kehittyneet lukujonotaidoissaan niin paljon, ettei niissä ollut tilastollisesti merkitsevää eroa tavanomaisesti subitisoineisiin. Lapset, joiden subitisointinopeus oli keväällä heikko, eivät juuri kehittyneet subitisointinopeudessaan esiopetusvuoden aikana. Heidän tuloksensa saattoivat jopa heikentyä. Moeller ym. (2009, 382) ovat arvelleet, että joillekin lapsille lukumäärin määrittäminen hahmottamalla on ylivoimaista, joten heidän on pakko määrittää pieniäkin lukumääriä luettelemalla laskien. Jatkossa olisikin mielenkiintoista tutkia, kuinka hahmottamisen taidot ovat yhteydessä subitisaatiotaitoihin.

Subitisaatiotaidot eivät nousseet tässä tutkimuksessa lukumäärätaitojen kannalta merkittävään selitysosuuteen. Lukumäärätaidot tässä tutkimuksessa tarkoittivat monipuolisia laskemisen tehtäviä. Oletan, että subitisaatiotaidot eivät ole esiopetusvuonna enää yhtä merkityksellisiä kuin esimerkiksi siinä vaiheessa kun lapsi oppii lukusanojen merkityksen. Olisikin mielenkiintoista tutkia nuorempia lapsia ja heidän subitisaatiotaitojaan. Näin voisi saada tietoa subitisaatiotaitojen merkityksestä matemaattisten taitojen perustana. Subitisaatiotaitojen yhteyttä alkuopetusikäisten aritmeettisten laskujen sujuvuuteen olisi myös kiinnostavaa selvittää, sillä lapset, joilla on matematiikan oppimisen vaikeuksia käyttävät yhteenlaskuissa hitaita luetteluun pohjautuvia laskustrategioita (Koponen, Mononen, Kumpulainen & Puura 2011, 9) aivan kuten heikot subitisoijat tekevät lukumäärien hahmottamisen tehtävissä.

## LÄHTEET

- Andersson, U. 2010. Skill Development in Different components of Arithmetic and Basic cognitive Functions: Findings From a 3-Year Longitudinal Study of Children With Different Types of Learning Difficulties. *Journal of Educational Psychology* 102(1), 115-134.
- Anghileri, J. 2000. *Teaching Number Sense*. London: Continuum
- Aunio, P. 2006. Number sense in young children: (Inter)national group differences and an intervention programme for children with low and average performance. Helsingin yliopisto, käyttäytymistieteellinen tiedekunta, soveltavan kasvatustieteen laitos. Viitattu 25.5.2014 <http://urn.fi/URN:ISBN:952-10-3007-0>.
- Aunio, P. 2008. Matemaattiset taidot ennen koulun alkua. *NMI-bulletin* 18 (4), 63-74.
- Aunio, P., Hannula, M. M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisten taitojen varhaiskehitys. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: NMI, 198-221.
- Aunio, P. & Niemivirta, M. 2010. Predicting children´s mathematical performance in grade one by early numeracy. *Learning and Individual Differences* 20, 427-435
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M-K & Nurmi J-E. 2004. Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology* 96 (4), 699-713.
- Barbarin, O. A. & Wasik, B. H. (ed.) 2009. *Handbook of child development and early education : research to practice*. New York : Guilford Press.
- Benoit, L., Lehalle, H. & Jouen, F. 2004. Do young children acquire number words through subitizing or counting? *Cognitive Development* 19(3), 291-307.
- Ben-Shalom, T., Berger, A. & Henik, A. 2012. The Beginning of the Road: Learning Mathematics for the First Time. Teoksessa Breznitz, Z., Rubinsten, O., Molfese, V. J., & Molfese, D. L. (ed.) *Reading, Writing, Mathematics and the Developing Brain: Listening to Many Voices*. Dordrecht: Springer Netherlands, 195-208. Viitattu 22.1.2014. [http://download.springer.com.ezproxy.jyu.fi/static/pdf/621/bok%253A978-94-007-4086-0.pdf?auth66=1390554972\\_4bc457dca53ab46f780b08fa56dec6ec&ext=.pdf](http://download.springer.com.ezproxy.jyu.fi/static/pdf/621/bok%253A978-94-007-4086-0.pdf?auth66=1390554972_4bc457dca53ab46f780b08fa56dec6ec&ext=.pdf)
- Berch, D. B. 2005. Making Sense of Number Sense: Implications for Children With Mathematical Disabilities. *Journal of Learning Disabilities* 38 (4), 333-339.

- Boehm, A. E. 1986. Boehm Test of Basic Concepts. Sidcup, UK: The Psychological corporation.
- Breznitz, Z., Rubinsten, O., Molfese, V. J., & Molfese, D. L. (ed.) Reading, Writing, Mathematics and the Developing Brain: Listening to Many Voices. Dordrecht: Springer Netherlands, 195-208. Viitattu 22.1.2014. [http://download.springer.com.ezproxy.jyu.fi/static/pdf/621/bok%253A978-94-007-4086-0.pdf?auth66=1390554972\\_4bc457dca53ab46f780b08fa56dec6ec&ext=.pdf](http://download.springer.com.ezproxy.jyu.fi/static/pdf/621/bok%253A978-94-007-4086-0.pdf?auth66=1390554972_4bc457dca53ab46f780b08fa56dec6ec&ext=.pdf)
- Clarke, B. & Shinn, M. R. 2004. A Preliminary Investigation Into the Identification and development of early Mathematics Curriculum\_based measurement. School Psychology Review 33(2), 234-248.
- Clements, D. H. & Sarama, J. 2009. Learning and Teaching Early Math. The Learning Trajectories Approach. UK: Routledge.
- De Smedt, B., Verschaffel, L. & Ghesquiére, P. 2009. The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. Journal of Experimental Child Psychology 103(4), 469-479.
- Defever, E., De Smedt, B. & Reynvoet, B. 2013. Numerical matching judgments in children with mathematical learning disabilities. Research in Developmental Disabilities 34(10), 3182-3189.
- Desoete, A., Ceulemans, A., De Weerd, F. & Pieters, S. 2012. Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study. British Journal of Educational Psychology 82(1), 64-81.
- Dockett, S. & Perry, B. 2009. Readiness for school: A relational construct. Australasian Journal of Early Childhood 34(1), 20-26.
- Duncan, G., Dowsett, C., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A., Klebanov, P., Pagani, L., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K. & Japel, C. 2007. School Readiness and Later Achievement. Developmental Psychology 43(6), 1428-1446.
- Esiopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2010. Viitattu 25.5.2014 [http://www.oph.fi/download/131115\\_Esiopetuksen\\_opetussuunnitelman\\_perusteet\\_2010.pdf](http://www.oph.fi/download/131115_Esiopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2010.pdf).
- Fischer, B., Gebhardt, C. & Hartnegg, K. 2008. Subitizing and Visual Counting in Children with Problems in Acquiring Basic Arithmetic Skills. Optometry & Vision Development 39(1), 24-29.

- Fletcher, J. M., Lyon, G. R., Fuchs, L. S. & Barnes, M. A. 2009. Oppimisvaikeudet: tunnistamisesta interventioon. Kuopio: Unipress.
- Geary, D. C., Hamson, C. O. & Hoard, M. K. 2000. Numerical and Arithmetical Cognition: A Longitudinal Study of Process and Concept Deficits in Children with Learning Disability. *Journal of Experimental Child Psychology* 77(3), 236-263.
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L. & Bailey, D. H. 2012. Mathematical Cognition Deficits in Children With Learning Disabilities and Persistent Low Achievement: A Five-Year Prospective Study. *Journal of Educational Psychology* 104(1), 206-223.
- Gersten, R., Clarke, B. Jordan, N. C., Newman-Gonchar, R. Haymond, K. & Wilkins, C. 2012. Universal Screening in Mathematics for the Primary Grades: Beginnings of a Research Base. *Exceptional Children* 78(4), 423-445.
- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. 2005. Early Identification and Interventions for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities* 38(4), 293-304.
- Gilmore, C., Attridge, N., De Smedt, B. & Inglis, M. 2014. Measuring the approximate number system in children: Exploring the relationships among different tasks. *Learning & Individual Differences* 29, 50-58.
- Göbel, S. M., Watson, S. E., Lervåg, A. & Hulme, C. 2014. Children's Arithmetic Development: It Is Number Knowledge, Not the Approximate Number Sense, That Counts. *Psychological Science* published online 30 January 2014. Viitattu 8.2.2014 <http://pss.sagepub.com/content/early/2014/01/30/0956797613516471>
- Hannula, M.M. & Lehtinen, E. 2005. Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction* 15 (3), 237-256.
- Hannula, M.M. & Lepola, J. 2006. Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä? Teoksessa Lepola, J. & Hannula, M.M. (toim.) Kohti koulua. Kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys. Turun yliopiston kasvatustieteiden tiedekunnan julkaisuja A:205, 129-153.
- Heimo, H. 1993. Boehmin peruskäsitteistä. Helsinki: Psykologien kustannus.

- Hihnala, K. 2005. Laskutehtävien suorittamisesta käsitteiden ymmärtämiseen: peruskoululaisen matemaattisen ajattelun kehittyminen aritmetiikasta algebraan siirryttäessä. Jyväskylä studies in education, psychology and social research. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.
- Hojnoski, R. L., Silbergitt, B. & Floyd, R. G. 2009. Sensitivity to Growth Over Time of the Preschool Numeracy Indicators With a Sample of Preschoolers in Head Start. *School Psychology Review* 38(3), 402-418.
- Ikäheimo, H., Aalto, A. & Puumalainen, K. 1997. Opi matematiikkaa leikkien esi- ja alkuopetuksessa. Helsinki: Oy Opperi Ab.
- Ikäheimo, H. & Risku, A-M. 2004. Matematiikan esi- ja alkuopetuksesta. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: NMI, 222-240.
- Johansson, B. S. 2005. Number-word sequence skill and arithmetic performance. *Scandinavian Journal of Psychology* 46(2), 157-167.
- Jordan, N. C., Glutting, J., Ramineni, C. & Watkins, M. W. 2010. Validating a Number Sense Screening Tool for Use in Kindergarten and First Grade: Prediction of Mathematics Proficiency in Third Grade. *School Psychology Review* 39(2), 181-195.
- Jordan, N. C. & Hanich, L. B. 2003. Characteristics of Children with Moderate Mathematics Deficiencies: A Longitudinal Perspective. *Learning Disabilities Research & Practice* 18(4), 213-221
- Kikas, E., Peets, K., Palu, A. & Afanasjev, J. 2009. The role of individual and contextual factors in the development of math skills. *Educational psychology* 29(5), 541-560.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. 2001. *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kilpatrick, J. & Swafford, J. 2002. *Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kinnunen, R. 2003. Miksi kertotauluun kompastuu? Lukujen hallinta oppimisen perustana. Turun yliopisto: Oppimistutkimuksen keskus.
- Koponen, T., Mononen, R., Kumpulainen, T. & Puura, P. 2011. *Selkis! Yhteenlaskua ymmärtämään*. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti ja Haukarannan koulu.

- Koponen, T., Salmi, P., Eklund, K. & Aro, T. 2013. Counting and RAN: Predictors of arithmetic calculation and reading fluency. *Journal of Educational psychology* (105(1), 162-175.
- Kuula, A. 2008. Lapsi tutkimuskohteena – eettinen ennakoarviointi ja aineistojen arkistoinnin etiikka. Viitattu 26.5.2014  
[http://www.fsd.uta.fi/fi/ajankohtaista/tapahtumat/lapset\\_ja\\_nuoret\\_2008/ArjaKuula\\_eay\\_31102008.pdf](http://www.fsd.uta.fi/fi/ajankohtaista/tapahtumat/lapset_ja_nuoret_2008/ArjaKuula_eay_31102008.pdf).
- Kärkkäinen, S. & Högmänder, H. 2008. Tilastomenetelmien peruskurssi TILP150. 5., uudistettu painos. Jyväskylän yliopisto: Matematiikan ja tilastotieteen laitos.
- Lago, R. M. & DiPerna, J. c. 2010. Number Sense in Kindergarten: A Factor-Analytic Study of the Construct. *School Psychology Review* 39(2), 164-180.
- Lampinen, A., Ikäheimo, H. & Dräger, M. 2007. Mavalka I ja II. Helsinki: Opperi.
- Lampinen, A., Ikäheimo, H. & Dräger, M. 2010. MAVALKA Matematiikan valmiuksien kartoitusta. Opettajan ohje. Helsinki: Opperi.
- Lembke, E. & Foegen, A. 2009. Identifying Early Numeracy Indicators for Kindergarten and First-Grade Students. *Learning Disabilities Research & Practice* 24(1), 12-20.
- Lerikkanen, M-K. & Poikkeus, A-M. 2006. Lukemisvalmiuksien ja matemaattisten taitojen kehityksen riskitekijät esiopetusvuonna. Alkuportaattutkimuksen pilottivaiheen tuloksia. *NMI-bulletin* 16(3), 4-12.
- Lerikkanen, M-K., Poikkeus, A-M. & Ketonen, R. 2006. ARMI. Luku- ja kirjoitustaidon arviointimateriaali 1. luokalle. Helsinki: WSOY.
- Linnilä, M-L. 2006. Kouluvalmiudesta koulun valmiuteen. Poikkeuksellinen koulunaloitus koulumenestyksen, viranomaislausuntojen ja perheiden kokemusten valossa. *Jyväskylä studies in education, psychology and social research* 294.
- Lyons, I. M. & Beilock, S. L. 2011. Numerical ordering ability mediates the relation between number-sense and arithmetic competence. *Cognition* 121(2), 256-261.
- Mattinen, A. 2006. Huomio lukumääriin. Tutkimus 3-vuotiaiden lasten matemaattisten taitojen tukemisesta päiväkodissa. Sarja C. Osa 247. Turku: Turun yliopisto.
- Merenluoto, K. & Lehtinen, E. 2004. Käsitteellisen muutoksen näkökulma matematiikan oppimiseen ja opettamiseen. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen*. Jyväskylä: NMI, 301-319.

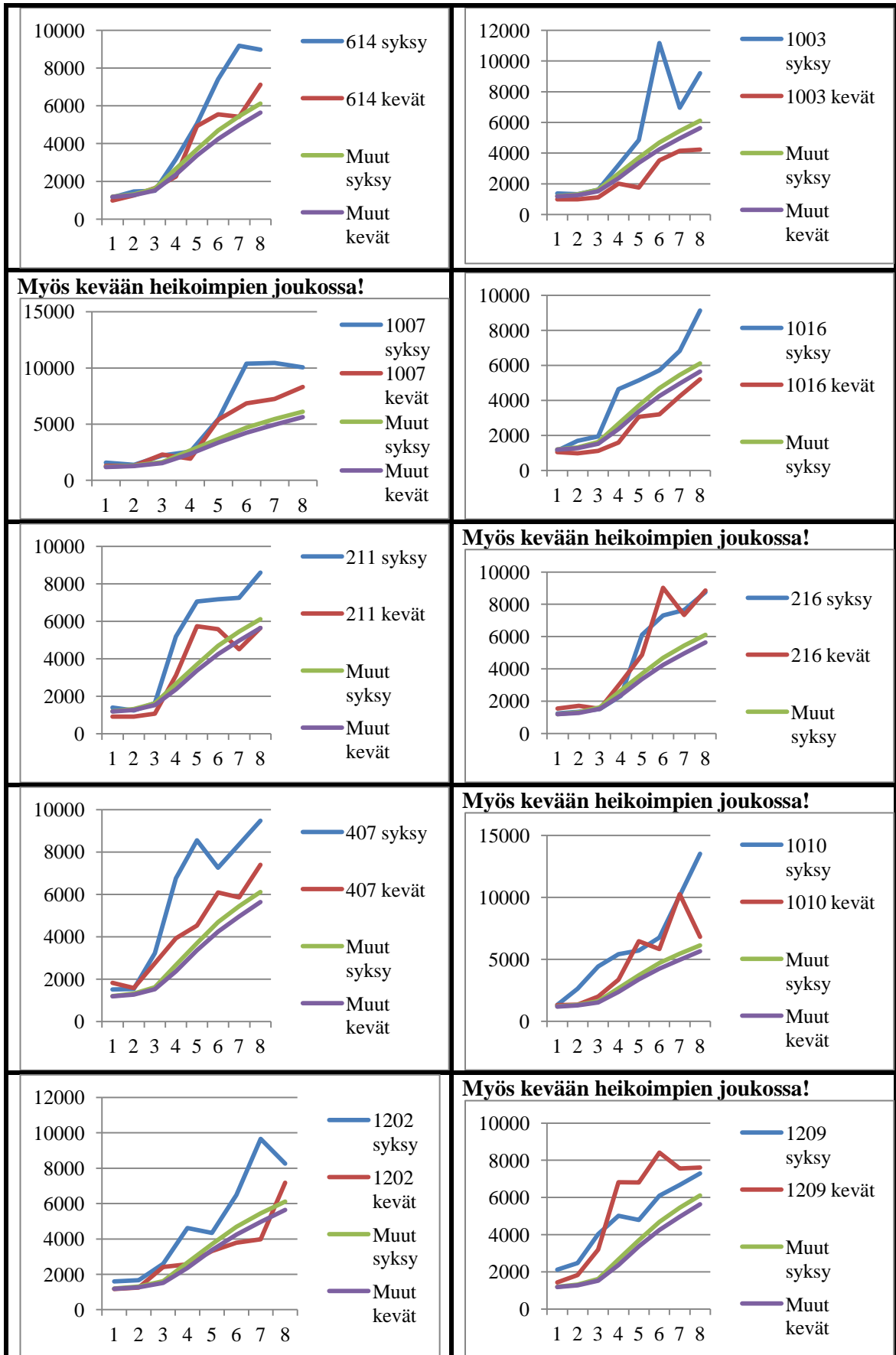
- Methe, S. A., Hintze, J. M. & Floyd, R. G. 2008. Validation and Decision Accuracy of Early Numeracy Skill Indicators. *School Psychology Review* 37(3), 359-373.
- Metsämuuronen, J. 2008. Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteessä 2. 4. painos. Helsinki: Gummerus.
- Michalczyk, K., Krajewski, K., Preßler, A-L. & Hasselhorn, M. 2013. The relationships between quantity-number competencies, working memory, and phonological awareness in 5- and 6-year-olds. *British Journal of Developmental Psychology* 31(4), 408-424.
- Moeller, K., Neuburger, S., Kaufmann, L., Landerl, K. & Nuerk, H.-C. 2009. Basic number processing deficits in developmental dyscalculia: Evidence from eye tracking. *Cognitive Development* 24(4), 371-386.
- Muldoon, K., Towse, J., Simms, V., Perra, O. & Menzies, V. 2013. A longitudinal analysis of estimation, counting skills, and mathematical ability across the first school year. *Developmental Psychology* 49(2), 250-257.
- Munn, P. 1998. Symbolic function in pre-schoolers. Teoksessa C. Donlan (ed.) *The development of mathematical skills*. UK: Psychology Press, 47-71.
- Männamaa, M., Kikas, E., Peets, K. & Palu, A. 2012. Cognitive correlates of math skills in third-grade students. *Educational Psychology* 32(1), 21-44.
- Nieminen, L. 2010. Kuukauden kolumni: Lapsen etu ja tutkimukseen osallistuminen: kuka määrittelee lapsen edun? Viitattu 26.5.2014 <https://www.jyu.fi/edu/laitokset/lanka/lapsuudentutkimuksen-verkosto/kuukauden-kolumni-lapsen-etu-ja-tutkimukseen-osallistuminen-kuka-maearittelee-lapsen-edun>.
- Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, L. Evans, B. & Ansari, D. 2013. A Two-Minute Paper-and-Pencil Test of Symbolic and Nonsymbolic Numerical Magnitude Processing Explains Variability in Primary School Children's Competence. *PLoS ONE* 8(7), 1-12.
- Nummenmaa, L. 2009. Käyttäytymistieteiden tilastolliset menetelmät. Helsinki: Tammi.
- Paananen, M., Aro, T., Kultti-Lavikainen, N. & Ahonen, T. 2005. KUMMI 4. Arviointi-, opetus- ja kuntoutusmateriaaleja. Oppimisvaikeuksien arviointi: psykologin, opettajien ja vanhempien yhteistyötä. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Perusopetuslaki 21.8.1998. Viitattu 23.1.2014.  
<http://www.finlex.fi/fi/laki/ajantasa/1998/19980628#L4P16>.
- Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004. Viitattu 25.5.2014.  
[http://www.opi.fi/download/139848\\_pops\\_web.pdf](http://www.opi.fi/download/139848_pops_web.pdf).



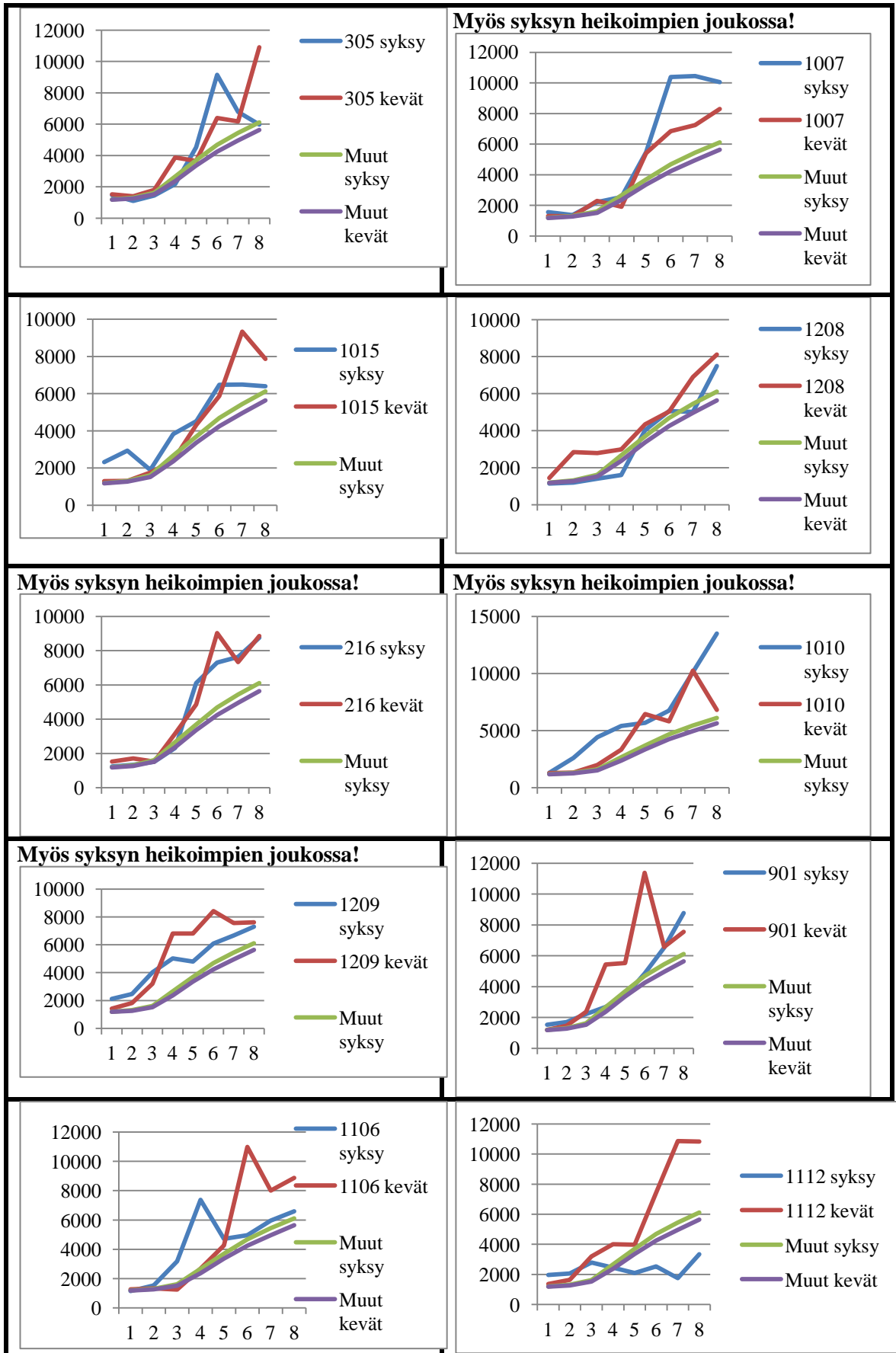
- Peterson, P. L., Fennema, E. & Carpenter, T. 1988. Using Knowledge of How Students Think About mathematics. Teachers informed about recent research on children's learning can modify their instruction to help students construct knowledge. *Educational Leadership* 6(1), 42-46.
- Purpura, D. J., Baroody, A. J. & Lonigan, C. J. 2013. The Transition From Informal to Formal Mathematical Knowledge: Mediation by Numeral Knowledge. *Journal of Educational Psychology* 105(2), 453-464.
- Rittle-Johnson, B. & Siegler, R. S. 1998. The relation between conceptual and procedural knowledge in learning mathematics. A review. Teoksessa Donlan, C. (ed.) *The development of mathematical skills*. UK: Psychology Press, 75-110.
- Rousselle, L. & Noel, M. P. 2007. Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition* 102(3), 361-395.
- Räsänen, P. & Ahonen, T. 2002. Matemaattiset oppimisvaikeudet. Teoksessa H. Lyytinen, T. Ahonen, T. Korhonen, M. Korkman & T. Riita (toim.) *Oppimisvaikeudet. Neuropsykologinen näkökulma*. 2. uudistettu painos. Helsinki: WSOY, 191–234.
- Seethaler, P. M., Fuchs, L. S., Fuchs, D. & Compton, D. L. 2012. Predicting First Graders' Development of Calculation Versus Word-Problem Performance: The Role of Dynamic Assessment. *Journal of Educational Psychology* 104(1), 224-234.
- Seethaler, P. M. & Fuchs, L. S. 2010. The Predictive utility of Kindergarten Screening for Math Difficulty. *Exceptional Children* 77(1), 37-59.
- Siegler, R. S. 2009. Improving Preschoolers' Number Sense Using Information-Processing Theory. Teoksessa Barbarin, O. A. & Wasik, B. H. (ed.) 2009. *Handbook of child development and early education : research to practice*. New York : Guilford Press, 429-454.
- Sood, S. & Jitendra, A. K. 2013. An exploratory Study of a Number Sense Program to Develop Kindergarten Students' Number Proficiency. *Journal of Learning Disabilities* 46(4), 328-346.
- Sophian, C. 1998. A developmental perspective on children's counting. Teoksessa Donlan, C. (ed.) *The development of mathematical skills*. UK: Psychology Press, 27-46.

- Taleb, A. & Fathi, T. 2013. Necessary school readiness skills for kindergarten success according to Jordanian teachers. *Early Child Development & Care* 183(12), 1878-1890.
- Warren, E., deVries, E. & Cole, A. 2009. Closing the gap: Myths and truths behind subitisation. *Australasian journal of Early Childhood* 34 (4), 46-53.
- Wender, K. F. & Rothkegel, R. 2000. Subitizing and its subprocesses. *Psychological Research* 64 (2), 81-92.
- Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. 2007. Whole number concepts and operations. Teoksessa Lester, F. K, Jr. (ed.) *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Volume 1. National Council of Teachers of Mathematics, 557-628.
- Wynn, K. 1998. Numerical competence in infants. Teoksessa C. Donlan (ed.) *The development of mathematical skills*. UK: Psychology Press, 3-25.
- Yang, D-C. & Li, M-N. 2012. Assessment of Animated Self-Directed Learning Activities Modules for Children's Number Sense Development. *Educational Technology & Society* 16(3), 44-58.

## LIITE 1: Syksyn subitisaationopeuksissa heikkojen profiilit



## LIITE 2: Kevään subitisaationopeuksissa heikkojen profiilit



### LIITE 3: Subitisaatiotaitojen ja muiden matemaattisten osataitojen väliset korrelaatiot kevään hitaimmilla subitisoijilla

Subitisaationopeudessa kevään heikoimpien (8%) subitisaatiotaitojen ja muiden matematiikan osataitojen välisiä korrelatiivisia yhteyksiä

	Subitisaatio- nopeus syksyllä	Subitisaatio- nopeus keväällä	Subitisaatio- tarkkuus syksyllä	Subitisaatio- tarkkuus keväällä
<b>Lukujonotaidot</b>				
syksyllä	r=-.169 p=.640	r=-.505 p=.136	r=-.452 p=.189	r=-.185 p=.609
keväällä	r=-.106 p=.770	r=-.509 p=.133	r=-.727 p=.017*	r=-.032 p=.930
<b>Matemaattiset käsitteet</b>				
syksyllä	r=-.151 p=.676	r=-.252 p=.483	r=.474 p=.166	r=.210 p=.561
keväällä	r=-.544 p=.104	r=-.081 p=.823	r=.196 p=.587	r=-.550 p=.099
<b>Lukumäärätaidot</b>				
syksyllä	r=-.336 p=.342	r=-.035 p=.924	r=.298 p=.402	r=.098 p=.787
keväällä	r=-.416 p=.231	r=-.283 p=.428	r=.389 p=.267	r=.210 p=.561
<b>Kirjainten nimeäminen</b>				
syksyllä	r=-.426 p=.219	r=-.448 p=.194	r=.337 p=.341	r=.370 p=.293
keväällä	r=-.138 p=.705	r=-.250 p=.487	r=.054 p=.883	r=.354 p=.315