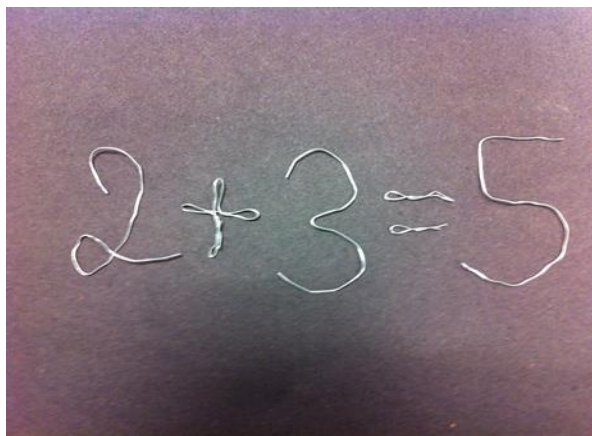


PITÄISKÖ MATIKKAA VÄÄNTÄÄ RAUTALANGASTA?

Luokanopettajien kokemuksia toiminnallisesta matematiikasta alkuopetuksessa



Eija Parvela-Westerinen

Kasvatustieteen pro gradu
Jyväskylän yliopisto
Kokkolan yliopistokeskus Chydenius
Luokanopettajien aikuiskoulutus
Kevät 2013

Parvela-Westerinen, E. 2013. Pitäiskö matikkaa vääntää rautalangasta? Luokanopettajien kokemuksia toiminnallisesta matematiikasta alkuopetuksessa. Jyväskylän yliopisto. Kokkolan yliopistokeskus Chydenius. Kasvatustieteen pro gradu-tutkielma, 97 sivua, 5 liitettä.

Tässä tutkimuksessa tarkastellaan opettajien kokemuksia toiminnallisesta matematiikasta alkuopetuksessa. Toiminnallinen matematiikan opetus on määritelty opetuksiksi, jossa oppiminen tapahtuu näkö- tai kuuloaistin lisäksi tunto – ja/tai liikeaistin kautta tulevaksi oppimiseksi. Myös puhe katsotaan tässä tutkimuksessa toiminnallisuudeksi. Tutkimuksen teoreettisessa osuudessa tuodaan esille Piaget'n, Galperinin ja Haapasalon tutkimuksia matemaattisen ajattelun kehittymisestä. Opetusta ohjaavan opetussuunnitelman oppimiskäsityksen mukaan lapsi on oman oppimisensa keskiössä ja rakentaa oman tietonsa itse omaan kokemusmaailmaansa nähden. Lapsen matemaattinen ajattelu kehittyy konkreettisesta toiminnasta kohti abstraktia. Monikanavaisuus ja oppimisympäristö jäsentävät toiminnallisen matematiikan kenttää alkuopetuksessa. Lapsen yksilölliset lähtökohdat ja tarpeet luovat pohjan matematiikan opetukselle. Opettaja nähdään oppimistilanteen ohjaajana ja hyvän toimintaympäristön luojana.

Tutkimus toteutettiin fenomenologis-hermeneuttista menetelmää noudattaen. Aineisto muodostui kuudesta haastattelusta. Haastattelut tehtiin talvella 2013 ja analysoinnissa käytettiin aineistolähtöistä sisällönanalyysiä. Opettajien puhetta ryhmiteltiin ja saatiin aikaiseksi luokkia,, joiden avulla saatiin vastauksia tutkimuskysymyksiin. Tutkimustulokset toivat esiin perusteluja toiminnallisten opetusmenetelmien käytölle. Alkuopetusikäinen lapsi on konkreettisen oppimisen vaiheessa, oppimisen tulee tapahtua mahdollisimman monen aistikanavan kautta, lapsen omaan kokemusmaailmaan sitoutuen. Opettajat toivat esiin myös kehon avulla tapahtuvan matematiikan oppimisen, toimintamateriaalien käyttämisen ja matematiikka-puheen merkityksen alkuopetuksessa. Erityisesti toimintamateriaalien käyttämisestä opettajilla oli runsaasti kokemuksia. Opettajat kokivat toiminnallisen matematiikan hyödyttävän kaikkia oppilaita ja sopivan useisiin matematiikan vaiheisiin ja tilanteisiin. Opettajilla oli kuitenkin myös kokemuksia toiminnallisuuden haasteellisesta suunnittelusta, oppikirjan merkittävästä osuudesta opetuksessa sekä ristiriitaa matematiikan opetukseen liittyvien ajatusten ja toteutuksen välillä. Opettajat halusivat käyttää enemmän toiminnallisia menetelmiä opetuksessaan kuin mitä tällä hetkellä käyttävät. Johtopäätöksenä todetaan, että opettajat ymmärtävät toiminnallisuuden merkityksen ja ovat kehittäneet monia keinoja sen toteuttamiseen, mutta toiminnallisuuden pitäisi olla paljon yleisempää ja laajempaa.

Asiasanoja: toiminnallinen matematiikka, toimintamateriaali, oppimiskäsitys, aistikanavat, alkuopetus

SISÄLLYS

Sisällys.....	3
1 JOHDANTO	5
2 TOIMINNALLISEN MATEMATIIKAN TAUSTAA.....	7
2.1 Matemaattisen ajattelun kehittyminen alkuopetusiässä	7
2.1.1 Primaarit ja sekundaariset taidot	8
2.1.2 lukukäsite ja lukujonotaidot	9
2.1.3 Piagetin näkemys ajattelun kehitymisestä.....	11
2.1.4 Galperinin malli henkisten operaatioiden synnystä	12
2.1.5 Aivojen arkkitehtuuri	14
2.1.6 Yhteenvetoa matemaattisen ajattelun kehitymisestä	15
2.2 Oppimiskäsitys matematiikan näkökulmasta	16
2.2.1 Konstruktivistinen oppimiskäsitys ja sen muodot	16
2.2.2 Konstruktivistinen matematiikan opetus.....	20
2.3 Toiminnallisen matematiikan määrittelyä	22
2.3.1 Aistikanavat toiminnallisen matematiikan määrittäjänä	24
2.3.2 Puhe toiminnallisen matematiikan määrittäjänä.	26
2.3.3 Varga-Nemèneyi – menetelmä – esimerkki toiminnallisen matematiikan mallista	27
3 MATEMATIIKAN OPETUS ENSIMMÄISELLÄ JA TOISELLA LUOKALLA	29
3.1 Matemaattisen ajattelun kehittymistä tukeva oppimisympäristö	29

3.2 Opettajan rooli toiminnallisen matematiikan ohjaajana.....	32
3.3 Erilaiset oppijat alkuopetuksen matematiikassa.....	34
3.4 Matematiikan oppimisen solmukohdat alkuopetuksessa	37
4 TUTKIMUSTEHTÄVÄ	40
5 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN.....	43
5.1 Fenomenologia opettajien kokemusten tutkimuksessa	44
5.2 Hermeneuttinen tulkinta opettajien näkemyksistä.....	46
5.3 Teemahaastattelulla tietoa opettajien kokemuksista	47
5.4 Opettajat tiedonantajina.....	49
5.5 Aineistolähtöinen sisällönanalyysi	51
6 TUTKIMUSTULOKSET	61
6.1 Perusteluja toiminnallisen matematiikan käytölle.....	61
6.2 Toiminnallisen matematiikan muotoja.....	66
6.3 Toiminnallisen matematiikan tilanteet.....	71
6.4 Opettajien kokemuksia toiminnallisen matematiikan opetuksesta	73
6.5 Yhteenvetoa tuloksista	78
6.6 Tutkimuksen luotettavuus ja eettisyys	79
7 POHDINTAA	83
Lähteet.....	90
Liitteet	97

1 JOHDANTO

Kukapa olisi uskonut, että minä teen pro gradu-tutkielmani matematiikasta. Omat kokemukseni koulun matematiikan opetuksesta ovat harmaita ja ajoittain mustan puhuvia. Koin alusta asti olevani huono laskemaan. Liikunta oli minun juttuni. Kymmenen tikkua laudalla oli pihaleikkien suosikki, hipassa laskettiin sataan, ennen kuin sai lähteä etsimään. Kun leikittiin maata, alue jaettiin yhtä suuriin osiin. Hyppynarulla osasin hyppiä kahdeksikkoa paremmin kuin kukaan ja pallolla pelattiin kymppistä. Matematiikka ei siis yksinkertaisesti kuulunut minun elämäni.

Eteeni tuli kuitenkin päivä, jolloin jouduin opettamaan matematiikkaa toisille. Opettajanoppaasta löysin selvät sävelet matematiikan tunnin kulkuun ja vastauskirjasta ratkaisut tehtäviin. Varsin pian havaitsin, että minun kaltaisiani, matematiikkaa ymmärtämättömiä on muitakin. Oli siis muitakin, joille matikkaa piti vääntää rautalangasta. Kiinnostuin aiheesta ja uteliaisuudesta syntyi tutkielma ja sitä kautta havahduin huomaamaan, että matematiikka on kuulunut minun elämäni - joka päivä. Katsoin matematiikan kirjaa uusin silmin ja näin ongelman. Matematiikan opetuksesta puuttuu toiminta, liike ja kosketus, omakohtainen kokemus.

Piaget, Galperin, Dehane, Haapasalo ja Ikäheimo edustavat vain pientä osaa niistä ajattelijoina, jotka vahvistavat toiminnallisuuden tarvetta matemaattisen ajattelun alkutaipaleella. Matemaattisen ajattelun kehittyminen lähtee konkreettisesta toiminnasta ja liittyy kiinteästi lapsen henkilökohtaiseen kokemukseen. Konkreettisen toiminnan, kuvallisen hahmottamisen ja sanallistamisen avulla edetään kohti abstraktia ajattelua. Alkuopetusikä-

nen lapsi on konkreettisessa vaiheessa ja tarvitsee siksi oppiakseen toiminnallisia työtapoja. Toiminnallisuus voi ilmetä kehollisena toimintana, kuten laskemiseen liitettyinä hyppyinä ja taputuksina tai välineiden avulla tapahtuvana, jolloin oppilaan tuntoaistin kautta saadaan kokemus matemaattisesta tapahtumasta. Välineinä voivat olla erilaiset matematiikan opetukseen suunnitellut välineet, askartelutarvikkeet tai arjen toimiin liittyvät välineet, kuten pyykkipojat tai napit. Matematiikan opetusta käsittelevässä kirjallisuudessa toiminnallisuutta pidetään välttämättömänä tienä matematiikan ymmärtämiselle. Lapset oppivat asioita leikin ja rakentelun avulla. Hiekkalaatikolla opitaan laskemaan kakkuja ja vertailemaan niiden kokoa toisiinsa, kotileikissä katetaan lautasia oikea määrä ja legoilla syntyy toinen toistaan upeampia rakennelmia, vaikka välillä rakennelma hajoaakin paloiksi. Myös opetussuunnitelma tukee tätä ajatussuuntaa, sillä konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaan lapsi on itse oman tiedollisen ainekseen rakentajana. Toiminnallisuutta nähdään koulutyössä varsin vähän, vaikka opettajat tunnustavatkin konstruktivistista oppimiskäsitystä ja pitävät toiminnallisuutta tärkeänä osana oppimistapahtumaa.

Tutkimuksessa lähestytään toiminnallista matematiikkaa ilmiönä, josta pyritään opettajien kokemusten kautta saamaan tietoa. Tutkimuksen kannalta on mielenkiintoista selvittää miksi toiminnallisia työtapoja kannattaa käyttää ja miten ne soveltuvat koulun arkeen, mikä on niiden hyöty ja min-kälaisia muotoja opettajat ovat toiminnallisuudelle kehittäneet.

2 TOIMINNALLISEN MATEMATIIKAN TAUSTAA

Tässä osuudessa tarkastelen toiminnallista matematiikkaa teoreettisen näkökulman kautta. Teoreettinen osuus antaa taustatietoa aiheesta ja on siten osaltaan vaikuttamassa sekä tutkimustehtävän muodostumiseen, että tulosten tarkasteluun. Teoreettinen tarkastelu luo muodon myös toiminnallisen matematiikan määrittelylle. Luvun alussa pohdin matemaattisen ajattelun kehittymistä, jossa korostuu konkreettisen toiminnan tarpeellisuus. Lapsella on sekä synnynnäisiä että ympäristön avulla opittuja taitoja, jotka kehittyvät lapsen ikätasolle ominaisten kykyjen mukaan. Alkuopetusikäinen lapsi ajattelee konkreettisesti toiminnan ja leikin avulla. Seuraavaksi tarkastelen toiminnallista matematiikan opetusta konstruktivistisen oppimiskäsityksen näkökulmasta, jossa omaan kokemukseen perustuva toiminta mahdollistaa tietorakenteiden kiinnittymisen aiempiin tietoihin ja toisaalta antaa tiedolle mahdollisuuden kehittyä edelleen. Kolmanneksi tuon esiin alkuopetuksen oppimisympäristön ja opettajan osuuden toiminnallisen matematiikan käytölle.

2.1 Matemaattisen ajattelun kehittyminen alkuopetuksessä

Ihmisellä on synnynnäinen kyky havaita määriä, mutta varsinaisesti matemaattisen ajattelun taidot kehittyvät ympäristötekijöiden ja koulutuksen vaikutuksesta. Havainnoinnilla ja toiminnalla on täten erityinen paikka matemaattisen ajattelun kehittämisessä. Jo vuosituhansien ajan laskeminen

on perustunut kehonosiin. Kun laskeminen etenee kehonosia pitkin, oma ikänikin voitaisiin ilmaista toisen miehen vasemmankäden keskisormena. Englanninkielinen laskemista tarkoittava sana calculation tulee latinankielen sanasta calculus, joka tarkoittaa pieniä kiviä. Tätä voidaan pitää merkinä toiminnallisen matematiikan historiallisesta ulottuvuudesta. (Dehaene 1997, 92, 94). Kuten sormien käyttäminen lukumäärän konkreettisena vastineena osoittaa, konkreettiset keinot kuuluvat luonnollisena osana matematiikan oppimiseen ja sitä kautta myös matematiikan opettamiseen.

2.1.1 Primaarit ja sekundaariset taidot

Matemaattisen ajattelun kehitystä voidaan tarkastella sekä primaarien että sekundaaristen taitojen näkökulmasta. Primaarit taidot ovat synnynnäisiä, kulttuurista riippumattomia taitoja, eivätkä ne edellytä kielellisiä taitoja. Samankaltaisia taitoja esiintyy osittain myös eläimillä. Sekundaariset taidot puolestaan ovat opittuja ja vaativat kehittyäkseen ympäristön tukea, etenkin kielen osuus on merkittävä. (Aunio, Hannula & Räsänen 2004, 199.) Vastasyntyneellä lapsella on todettu olevan kyky erottaa lukumääriä hahmottamalla. Tämä synnynnäinen, implisiittinen kyky rajoittuu kuitenkin vain pienten yksiköiden havainnoimiseen. (Kortessalmi 2008, 9; Dehaene 1997, 56–57.) Näköhavainnon kautta määrä tarkentuu, mutta määrällisen hahmottamisen täsmällisyys heikkenee määrän kasvaessa.

Ihmisen synnynnäiseen kykyyn havaita määriä liittyy pienten täsmällisten määrien lisäksi kyky hahmottaa lukumäärien välisiä suhteita. Tämä tulee esiin kyvyssämme arvioida ja pyöristää suuria määriä. (Kortessalmi 2008, 9-10; Aunio ym., 2004, 201). Astuessamme 17 oppilaan luokkaan voimme arvioida oppilasmäärän ehkä 15 ja 20 väliin, mutta tuskin tulisi mieleen arvioida tätä määrää 767:ään. Ihmisellä on mahdollisuus kehittyä matemaattisina ajattelijoina, koska meillä on kyky käyttää kieltä ja symboleja muisti-

toimintojemme tukena. Ryhmittely ja pyöristäminen helpottavat muistitoimintoja. Myös kaikki peruslukuihin perustuvat järjestelmät, kuten oma kymmenjärjestelmämme perustuvat tähän ryhmittelyajatukseen. Tukkimiehen kirjanpidossa yksittäisten viivojen lukeminen helpottuu, kun viivat ryhmitellään viiden sarjoihin. (Dehaene 1997, 63–66, 102.)

2.1.2 lukukäsite ja lukujonotaidot

Lapsi oppii jo leikki-iässä luettelemaan lukuja lukujonona, mutta lukujen taustalla oleva määrällinen ajattelu kehittyy vasta suhteessa määrän ja lukua vastaavan sanan yhteiseen kohtaamiseen (Kinnunen 2003, 4-6). Kun pieneltä lapselta kysytään ikää, hän saattaa näyttää neljää sormeaan, vaikka osaisikin jo luetella lukusanoja kymmeneen asti. Tässä kielellinen lukusana ja konkreettinen kokemus määrästä eivät ole vielä kohdanneet (Dehaene 1997, 120). Kehittyäkseen lapset tarvitsevat taitojen kehittymiselle suotuisan ympäristön (Shayer ja Adhami 2010, 248). Jotkut lapset havainnoivat ympäristöstään jatkuvasti määriä ja niiden suhteita. Toiset lapset näkevät lukumäärien sijaan nappien värit, koon ja muodon, eivätkä kiinnitä lainkaan huomiota lukumäärään. Matemaattinen havainnointi on yksilöllistä ja sillä on todettu olevan merkitystä lapsen tulevaan matemaattiseen ajatteluun. Lasta voidaan kuitenkin ohjata havainnoimaan lukumääriä. (Hannula ja Lehtinen 2005, 239, 256; Aunio ym. 2004, 208–210.)

Lapset saavat ympäristöstään mallin lukujonosta ja kykenevät vähitellen yhdistämään kielellisen symbolin ja kappalemäärän (Dehaene 1997, 106). Tämän jälkeen he oivaltavat varsin pian, että lukusana tarkoittaa tiettyä määrää ja lukusanojen luettelemisella on tulos (McGuire, Kinzie ja Berch 2012, 215; Kortessalmi 2008, 16). Kun nämä kardinaali – ja ordinaalimerki-

tykset ovat kehittyneet, lapsi ymmärtää yksityhteen-vastaavuuden ja järjestyksen periaatteen yhdistymisen. Pöydällä olevia nappeja laskettaessa jokainen nappi lasketaan vain kerran ja ne voidaan laskea missä järjestyksessä tahansa. Viimeiseksi sanottu lukusana vastaa nappien lukumäärää. Näiden taitojen hallitseminen on osa lukukäsitteen ymmärtämistä (Haapasalo 2011,87).

Hyvät ja sujuvat lukujonotaidot edellyttävät kykyä aloittaa lukujonon luetteleminen jonon mistä kohdasta tahansa, kumpaan suuntaan tahansa. Tämä edellyttää vahvaa lukukäsitystä. Lapsi on saavuttanut vahvat lukujonotaidot, kun hän ymmärtää, että kaksi pienempää lukua muodostaa suuremman luvun. (Aunio ym. 2004, 202–203.)

Hyvä lukukäsitys ja sujuvat lukujonotaidot mahdollistavat luvuilla operoinnin. Lapsi oppii vähitellen ymmärtämään lukujen yhdistämistä, hajottamista, kertautumista ja jakamista. Alkuopetusvaiheessa koululaisen lukukäsitys kehittyy ja lapsi oppii arvioimaan laskutapoja ja valitsemaan parhaan strategian ongelman ratkaisemiseen (Dehaene 1997,127). Onnistumisen itsearviointi on merkittävä osa kehittymistä. Lukukäsitteen hallinta määrittää laskutoimituksen helppouden ja sen mikä strategia valitaan. Ratkaisut syntyvät oikeiden ja väärin valintojen kautta ja ohjaavat näin strategian tehokkuutta. (Demetriou 2010, 188,198.) Matemaattiset kokemukset lukujen käytöstä ja tehokkaan strategian valinnasta jättävät jäljen muistiin, josta se voidaan ottaa käyttöön uusissa tilanteissa (Dehaene 1997, 128). Jos ratkaisua ei löydy suoraan muistista, valitaan sopiva strategia ratkaisun löytymiseen. Laskuun 3×3 löytyy vastaus muistista, mutta 12×16 herättää jo miettimään parasta ratkaisutapaa.

2.1.3 Piaget'n näkemys ajattelun kehittymisestä

Matemaattisen ajattelun kehityksen yhteydessä on mainittava Jean Piaget, jonka teoriat ovat edelleenkin monin osin päteviä. Hänen yhtenä mielenkiintonsa kohteena oli lukukäsitys, eikä hän uskonut lukujonon luettelemisella olevan yhteyttä määrälliseen ymmärrykseen (Haapasalo 1994, 88). Piaget uskoi kaiken tiedon olevan yksilön itsensä rakentamaa, eikä hän nähnyt ihmisellä voivan olla synnynnäisiä kykyjä matemaattiseen ajatteluun (Haapasalo 2011, 87). Lapsen omakohtaisella kokemuksella on Piaget'n teorioissa suuri merkitys matemaattisten käsitteiden ja operaatioiden perustana. Matemaattiset henkiset toiminnot syntyvät erilaisista matemaattisista kokemuksista. Matemaattinen tieto syntyy sensomotoristen kokemusten ja henkisten toimintojen pyrkimyksestä tasapainoon. (Piaget 1988, 21–25, 73, 116.) Tätä Piaget'n väitettä kohtaan on esitetty kritiikkiä (Haapasalo 2011, 79).

Piaget'n teoriassa yksilö voi yhdistää tietoa omiin rakennelmiinsa assimilaation ja akkomodaation avulla. Assimilaatiossa yksilö muodostaa tiedosta käsityksen ja sen avulla yhdistää sen omiin tietorakennelmiinsa. Akkomodaatiossa puolestaan tietorakenne sopeutuu uuteen tietoon. Lapsi on jatkuvassa vuorovaikutuksessa ympäristönsä kanssa ja siksi hänen tiedolliset rakennelmansa muuttuvat jatkuvasti. (Haapasalo 2011,79; Piaget 1998, 133–136.) Piaget kutsuu konkreettisiksi operaatioiksi niitä toimintoja, joiden avulla käsitellään käsin kosketeltavia esineitä, sen sijaan että käytettäisiin ainoastaan verbaalisia muotoja (Piaget 1988, 104–105). Lindgren (1990, 58) vahvistaa tätä ajatusta omassa tutkimuksessaan. Korkeamman tason ajattelu perustuu alemman tason ajatteluun. Vaaditaan konkreettista välineiden käyttöä, jotta korkeampi sanallinen ymmärtäminen olisi mahdollista. Kognitiivisen kehityksensä varhaisessa vaiheessa, lapsi ei koe ongelmanratkaisua älyllisenä tehtävänä, vaan tehtävän kiinnostavuus ja toiminnan tarve ohjaavat hänen ongelmanratkaisuaan (Hautamäki 2010, 130).

Piaget'n (1988, 104–106) esittelemät ajattelun kehitysvaiheet ovat merkittävä osa hänen tutkimuksiaan. Alkuopetusikäiset lapset ovat siirtyneet tai siirtymässä intuitiiviselta tasolta operationaaliselle tasolle. Intuitiivisella tasolla oleva lapsi ei vielä ymmärrä lukumäärän säilyvyyttä. Operationaalisella tasolla oleva lapsi ymmärtää, että helmiä on yhtä paljon, olivatpa ne sitten kasassa, hajallaan tai piilossa. Piaget'n (1988, 100–101) tutkimuksessa tuli myös esille luokittelun kehittyminen tasolta toiselle. Operationaalisella tasolla oleva lapsi pystyy tunnistamaan yhtä aikaa sekä samanlaisuuden että erilaisuuden. Legopalikat voivat olla erikokoisia, mutta samanvärisiä. Lindgren (1990, 62–63) tukeutuu Piaget'hen kirjoittaen, että tälle vaiheelle on ominaista lapsen kyky suorittaa henkisiä operaatioita, jotka perustuvat konkreettisiin toimintoihin. Piaget'n konkreettisten operaatioiden vaiheessa onkin siis tarpeellista keskittyä lapsen omaan kokemukseen perustuvaan toimintaan (Ikäheimo 2002, 9). Lukumäärien säilyvyys, vastaavuus, vertailu, luokittelu ja jaksottelu ovat esi- ja alkuopetusvaiheessa vahvistuvia taitoja. Joillakin oppilailla nämä taidot ovat paremmin hallinnassa kuin toisilla. Konkreettisten operaatioiden vaiheesta lapset siirtyvät vähitellen formaalille tasolle, jossa abstrakti ajattelu yleistyy.

2.1.4 Galperinin malli henkisten operaatioiden synnystä

Galperin korostaa henkisten toimintojen syntyvän oikeanlaisen harjaantumisen kautta, kun ulkoinen toiminto sisäistyy asteittain. Tämä on toiminnallisen matematiikan kannalta mielenkiintoista. Perusedellytyksenä on lapsen kyky havainnoida maailmaa. Ääneen puhuminen, perustelu ja toisten näkemysten kuuleminen antavat lisäkenttää ajattelun kehittymiselle. Galperin esittää jokaisen henkisen toiminnon olevan ulkoisen toiminnon heijastus. Ajattelun kehittyminen lähtee orientoitumisesta, jossa lapsen mie-

lenkiinto asiaan herää. Kun jokin asia on lapselle täysin uusi, hän pyrkii löytämään jonkin sitä vastaavan vanhan mallin ja sopeuttamaan uuden asian siihen. Oppiminen on näiden mallien ja todellisuuden vastaavuuden muovautumista. Ihmiselle on luontaista oppia vuorovaikutuksessa todellisten ilmiöiden kanssa.

Piaget'n ja Galperin mallit selittävät tiedon konstruointiprosessia eli mitä tapahtuu, kun lapsi saa eteensä uuden tiedon tai ongelman. Mikäli tieto on lapselle uusi, hän ei kykene liittämään sitä aikaisempiin rakenteisiinsa, vaan syntyy ristiriita. Tämän seurauksena pyritään löytämään tietoa vastaavia kokemuksia tai havaintoja, joihin tietoa voitaisiin liittää. Piaget korostaa akkomodaatiota ja assimilaatiota, kun taas Galperin esittää teoriasaan asteittaista siirtymistä ulkoisesta toiminnasta sisäiseen. (Haapasalo 2011,79 101.) Ristiriita uuden informaation ja olemassa olevien tietorakenteiden välillä voi johtaa ei toivottuun, virheellisen käsityksen oppimiseen, mutta se voi myös toimia motivoijana uuden oppimiseen. Ristiriitatilanteessa ulkoisella ohjauksella voidaan vaikuttaa opittavaan tietoon. (Berry ja Sahlberg 2000, 26.)

Galperinin mallissa orientaation tapahduttua luodaan materiaalien avulla yhteys aiempiin tietorakenteisiin. Oppimisen edetessä tiedon käsittelyaika ja polku lyhenee tiedon muuttuessa ulkoisesta toiminnasta sisäiseksi päässä laskemiseksi. Galperinin teoriaan liittyy viisi oppimisen vaihetta. Aiheeseen orientoituminen on tärkeä lähtökohta uuden oppimiselle. Riittävän kiinnostuksen herättäminen ja tarpeellisen aiheeseen liittyvän tiedon antaminen käynnistävät oppimistapahtuman. Oppimisen alkuvaiheessa tiedon käsittely tapahtuu konkreettisten tapahtumien kautta. Välineet, kuvat ja mallit tuovat käsiteltävän tiedon kokemuksellista reittiä pitkin ajatteluun. Opetuksen tavoite ja lapsen ikä määrittelevät minkälaisia malleja tai välineitä opetuksessa kannattaa käyttää. Mallin ei tarvitse olla elementitään samanlainen kuin asia jota yritetään opettaa, mutta siinä tulee ilmetä opetettavan aiheen piirteet. (Lindgren 1990, 56.) Kun lasketaan yhteen lemmiä ja hevosia, kyseisiä eläimiä ei tarvitse tuoda luokkaan, vaan niitä

vastaamaan voidaan asettaa erivärisiä palikoita. Asioiden ja ilmiöiden väliset suhteet ovat merkittävä osa oppimista. Materiaalit ja mallit toimivat tietorakenteen muovaajina. Toiminnan yhteydessä ääneen puhuminen muo-
vaa tietorakenteita paremmin jäsentyneeseen muotoon. Seuraavaksi jä-
sentynyt puhe voidaan siirtää sisäiseksi puheeksi, josta päästää viimein
sisäistyneeseen vaiheeseen (Ikäheimo 2004,12).

2.1.5 Aivojen arkkitehtuuri

Dehaene perustaa matemaattisen ajattelun kehityksen aivojen rakenteeseen, jota ympäristötekijät muovaavat. Tuhansia vuosia sitten ihmisen aivokuoren hermorakenne oli rakentunut toisenlaista elämää varten. Havainnointi ja toiminta suuntautuivat sen ajan tarpeisiin. Matemaattiseen ajatteluun osallistuu useita aivojen kuorikerroksen osa-alueita ja siksi on tärkeää käyttää useita aistikanavia matematiikan oppimiseen. (Dehaene 1997, 155, 201.) Haapasalo (2011, 78) kirjoittaa neuroverkkoteoriasta, jossa mentaaliset toiminnot ovat koko kehon toimintaa. Lähes kaikki aivojen verkostossa liittyvät toisiinsa toiminnan tarpeen mukaan muodostaen mahdollisimman tehokkaan tuloksen. Sormilla laskemisessa käytetään useampaa osa-aluetta, sillä abstrakti strategia ei vielä ole riittävän kypsää toimimaan yksin. Joskus lapset sormilla laskiessaan koskettavat sormella nenäänsä. Tällöin he tarvitsevat tuntoaistia liike- ja näköaistin tueksi. (Dehaene 1997, 191.) Ratkaisun tehokkuus riippuu osa-alueiden yhteistyön tehokkuudesta sekä ratkaisutavan toistumisesta. Kaikki osa-alueet kehittyvät syntymästä alkaen suhteessa niiden käyttöön. Hermoverkosto on monimutkaisia järjestelmiä omine säännönmukaisuuksineen. (Dehaene 1997, 195, 218.) Aivokuoren ja sen hermorakenteen joustavuus mahdollistavat ajattelun ja toimintojen kehityksen ajan ja ympäristön tarpeita vastaaviksi (Dehaene 1997, 202).

Erityisen suuri osuus matemaattisten ongelmien ratkaisussa on lyhytkestoisella muistilla. Havaintojen kautta saatu informaatio siirtyy lyhytkestoiseen muistiin peräkkäisinä sarjoina. Lyhytkestoinen muisti on kuitenkin varsin rajallinen sekä ajallisesti, että kapasiteetiltaan ja siksi organismi pyrkii muokkaamaan tietoa ryppäiksi, jotta muisti toimisi tehokkaammin. Aiemmin mainittu yksiköiden ryhmittely auttaa siirtämään havaintoja muistiin pakatussa muodossa. Lyhytkestoisesta muistista informaatio siirtyy pitkäkestoiseen muistiin, jossa se säilyy lähes rajattomasti. Sen ongelmana on kuitenkin tiedon löytyminen uudelleen aktivoitavaksi. Jos informaatio kiinnittyy aiempiin samankaltaisiin tietorakennelmiin, se on helpommin aktivoitavaa, kun yksittäisenä informaationa tallentunut tiedonjyvä. (Haapasalo 2011, 73–74.) Tästä johtuen esimerkiksi puhelinnumerot on helpompi muistaa, jos se opetellaan kolmen tai neljän numeron sarjoissa.

2.1.6 Yhteenvetoa matemaattisen ajattelun kehittymisestä

Kuten Piaget'n, Galperinin, Dehaenen mallit ovat osoittaneet, matematiikan todellinen ymmärtäminen mahdollistuu konkreettisten toimintojen kautta. Kehityopsykologiset tosiasiat tuovat esiin lapsen kyvyn omaksua ja soveltaa vain sellaisia tietoa, joita hän on itse, omalla kokemuksellaan rakentanut. Domino (2010, 89) on osoittanut omalla tutkimuksellaan toiminnallisten opetusmenetelmien käyttämisen vahvuuden. Toimintamateriaalien käyttö vahvisti syvällistä matematiikan oppimista ja johti sitä kautta parempaan menestymiseen matematiikassa kuin perinteinen ilman toimintamateriaalia edennyt oppiminen.

Edellä esittämäni kehityopsykologiset näkökulmat selittävät matemaattisen ajattelun kehittymisestä ja vahvistavat yksiselitteisesti toiminnallisten työtapojen välttämättömyyttä alkuopetusikäisten lasten matematiikan opetuksessa. Matematiikan oppiminen perustuu alkuopetuksessa konkreettiseen

toimintaan ja lapsen luontaiseen kokemusmaailmaan. Liike- ja tuntoaistien kautta tulevat havainnot ovat edellytys abstraktille ajattelulle. Matemaattisen ajattelun kehittyminen on oman tutkimukseni perusta, jonka avulla olen hahmottanut lapsen ajattelun kehittymistä ja sen näyttäytymistä alkuopetuksen matematiikan oppitunneilla.

2.2 Oppimiskäsitys matematiikan näkökulmasta

Olen aiemmassa luvussa tarkastellut matemaattisen ajattelun kehittymistä, joka vahvistaa ajatusta lapsen omasta osuudesta oppimistapahtumassa. Seuraavassa esittelen tarkemmin konstruktivistisen oppimiskäsityksen, jossa lapsi itse on oman oppimisensa keskiössä.

2.2.1 Konstruktivistinen oppimiskäsitys ja sen muodot

Konstruktivistinen oppimiskäsitys on laaja ja monitahoinen näkemys tiedonrakentamisesta ja sille on nähtävissä useita muotoja. Kaikkia konstruktivistisia näkemyksiä yhdistää kuitenkin käsitys tiedosta, joka konstruoituu konkreettisen toiminnan välityksellä abstraktiksi ajatteluksi. Lisäksi matematiikkaan liittyy tiedollisia rakenteita, joihin voidaan vaikuttaa konstruomisella. Kognitiiviset rakenteet ovat jatkuvasti muotoutuvia ja kehittyviä. (Kaasila 1997, 31–32.) Yksilön tieto ei voi koskaan olla ontologisesti objektiivista, vaan se on aina valikoivaa ja tulkitsevaa sen viitekehyksen mukaan, joka tulkitsoijalla ja tiedon alkuperällä on. Tieto on alkuperältään yksilön kokemusmaailman uudelleen järjestymistä. Näitä konstruktivismiin tietoteoreettisia periaatteita sovelletaan eri tavoin ja näin syntyvät konstruktivismiin lukuisat muodot. (Haapasalo 2011, 97.)

Oppimisen kannalta konstruktivismiin liittyy tietynlainen pragmatismi, jota edusti muun muassa John Dewey. Hän korosti oppimisen olevan luonnollisinta ja tehokkainta silloin kun se tapahtuu lapsen omaan kokemukseensa perustuen. (Hytönen 2007, 31–33.) Myös Piaget oli ehdottomasti konstruktivistisen oppimiskäsityksen kannattaja. Piaget'n oppimiskäsitystä voidaan pitää radikaalina konstruktivismin muotona, koska hän ei usko matemaattisen tiedon geneettiseen alkuperään eikä tiedon empiristiseen luonteeseen (Haapasalo 2011, 96). Piaget'n näkemys perustuu ajatukseen, jossa lapsi rakentaa oman tiedollisen rakenteensa yhdessä ympäristönsä kanssa (Piaget 1988,99). Havainnot ja tulkinnat perustuvat yksilön aikaisempiin tietorakenteisiin ja ovat siten subjektiivisia kokemuksia. Radikaalin konstruktivismin edustajat eivät näe juuri minkäänlaisten oppimistavoitteiden asettamisen olevan mahdollista, sillä tavoiteltava tieto on objektiivista, ulkoapäin määriteltä. (Haapasalo 2011, 98.)

Heikosta konstruktivismista puhutaan, kun tarkastellaan oppimista ainoastaan oppijan tiedonmuodostuksen näkökulmasta. Tieto ei silloin ole subjektiivisesti oppijan omista havainnoista rakentamaa, vaan sen alkuperä on objektiivinen. Sosiaalisessa konstruktivismissa tiedon rakentamista tarkastellaan puolestaan vuorovaikutuksen tuloksena. (Kaasila 1997, 31–32.) Oppiminen on prosessi, jossa oppija on aktiivisessa vuorovaikutuksessa kulttuuriinsa sosiaalisten siteidensä ja aktiivisen osallistumisensa kautta. Kielellä on merkitystä tiedon kommunikaatiovälineenä enemmän kuin informaation välittäjänä. Matematiikkaa voidaan pitää yksilön sosiaalisissa ja kulttuurisissa yhteyksissä syntyneenä kommunikaation muotona. (Haapasalo 2011, 100.)

Galperinin oppimisenäkemyksiä voidaan sanoa sosio-kulttuuriseksi, koska siinä tarkastellaan henkilön ulkoisen ja sisäisen toiminnan välistä suhdetta ja suuntaa. Galperinin mallin taustalla vaikuttaa Lev Vygotskyn teorian tiedon muodostumisesta, jossa puheella ja sosiaalisella ympäristöllä on merkittävä asema (Haapasalo 2011, 89; Silvonen 2010, 51–52). Ääneen pu-

huminen luo kielellisen muodon liike-, tunto- kuulo- tai näköaistin kautta vastaanotetulle tiedolle. Yhteistoiminta ja keskustelu ovat Galperin teorian mukaan merkittävä osa tiedon konstruoimista. Kun uusi tieto on saanut kielellisen muodon, puhe siirtyy ulkoisesta puheesta sisäiseen, pään sisäiseen puheeseen. Puhutussa vaiheessa materiaalia ei enää tarvita (Lindgren 1990, 56.) Riittävä sisäisen puheen toistaminen mahdollistaa tiedon sisäistämisen. Tiedon vahvistuttua puhe muuttuu hiljaiseksi, sisäiseksi puheeksi, ajattelun tai järkeilyn avulla (Ikäheimo 2002, 12; Berry & Sahlberg 2000, 42). Sisäistyneessä vaiheessa ajatus on puhetta nopeampaa. Galperinin tutkimukset ovat osoittaneet, että kaikki toiminnan vaiheet ovat tarpeellisia, sillä jonkin tason pois jättäminen, aiheuttaa oppimisvaikeuksia. (Lindgren 1990, 57.)

Omakehtainen havainto ja kokemus nousevat matemaattisen tiedon oppimisessa merkittävään asemaan. Piaget jakaa matemaattiset toiminnot fyysikaalisiin ja loogis-matemaattisiin toimintoihin. Fysikaalisissa toiminnoissa lapsi toimii järjestelemällä ympäristöään, ryhmitellen, luokitellen, yhdistellen ja jakaen. Loogis-matemaattisissa toiminnoissa hän saa tietoa toiminnasta itsestään. (Piaget 1988, 118–122.) Käytännössä tämä tarkoittaa esimerkiksi nappien värin, muodon ja pinnan materiaalin havainnointia fyysikaalisena toimintona ja nappirivin laskeminen loogismatemaattista toimintona. Loogis-matemaattisten toimintojen kehittymiseen voidaan vaikuttaa erityisesti konkreettisella toiminnalla. (Tikkanen 2008, 68; Kaasila 1997, 29.)

Piaget'n (1988, 102–109) teorioissa lapsen ajattelu kehittyy tasolta toiselle. Tasot liittyvät tiiviisti toisiinsa ja niissä voidaan liikkua tarvittaessa molempiin suuntiin. Alkuopetusvaiheessa koululainen on Piaget'n tasoajattelun mukaan siirtynyt intuitiiviselta tasolta ja konkreettiselle tasolle. Hänen lukukäsityksensä on vielä kehittymässä ja abstrakti matemaattinen ajattelu on vielä vähäistä, mutta suunta kulkee kohti formaalia vaihetta, jossa abstraktin ajattelun osuus lisääntyy. Tikkanen (2008, 73–74) puolestaan toteaa, jotta ajattelua saataisiin ohjattua abstraktimpaan suuntaan, tulee op-

pimisessä käyttää runsaasti konkreettisia keinoja. Tuntoaistiin perustuvat, sensomotoriset kokemukset ovat tärkeimpiä. Omakohtaiset kokemukset luvuista ja niiden operaatioista antavat laajemman kiinnityspinnan tietorakenteisiin luodessaan mielikuvia toiminnasta. Konkreettiset kokemukset jäsentyvät ja saavat vähitellen myös abstraktimman muodon.

Myös Haapasalo (2011,201) vahvistaa konkreettisten työtapojen välttämättömyyttä matematiikan oppimisessa ja esittelee oman käsityksensä konstruktivistisesta oppimiskäsityksestä. Haapasalo nimeää tämän muodon systemaattiseksi konstruktivismiksi. Jotta tiedon haltuunotto olisi mahdollista, tiedolla on oltava riittävästi merkitystä oppilaan omaan käsitemaailmaan. Ennakkokäsitykset, kuten uskomukset ja tunteet vaikuttavat uuden asian oppimiseen (Haapasalo 1991,4).

Haapasalo erittelee oppimisen viiteen vaiheeseen. Ensimmäisessä, orientoitumisen vaiheessa, oppilas ohjataan aiheen pariin omakohtaisten ongelmatilanteiden kautta. Määrittelyvaiheessa, pyritään saamaan oppilas havaitsemaan ongelman tunnusmerkit matematiikalle ominaisessa muodossa. Näissä kahdessa ensimmäisessä vaiheessa oppilas liittyy uutta ongelmakenttää omiin aiempiin tietorakenteisiinsa. Tiedon omaksuminen tapahtuu kolmessa vaiheessa. Haapasalo pitää erityisen merkittävänä tunnistamisvaihetta, jossa oppilaan tulee saada luoda yhteyksiä omiin tiedostoihinsa niin kuvallisesti, sanallisesti kuin verbaalisestikin. Näiden attribuuttien ja niiden kaikkien yhdisteiden harjoittelu on tärkein osa oppimista. Seuraava vaihe on tuottamisvaihe, jossa oppilasta ohjataan ilmaisemaan käsite pyydetyssä muodossa eli valitsemaan yksi tietty attribuutti. Viimeisessä lujittamisvaiheessa oppilasta voidaan ohjata soveltamaan tietoa sekä liittämään sitä seuraaviin opittaviin aiheisiin. (Haapasalo 2011, 201; 1991,3.)

2.2.2 Konstruktivistinen matematiikan opetus

Konstruktivismi on opettajien laajasti tuntema ja tunnustama oppimiskäsitys. Konstruktivismista on useita suuntauksia ja lähes kaikkea opetusta voidaan sanoa konstruktivistista oppimiskäsitystä tukevaksi. Haapasalo (1994, 105) toteaa, että edelleen useat oppilaat ja opettajat kokevat, että ”*opettajan tehtävä on opettaa ja oppilaan tehtävä on kuunnella*”. Tiedetään kuitenkin, että oppilaan tulee itse rakentaa opittava tieto aikaisempiin tietoihinsa tukeutuen, jotta hän voisi käyttää tietoa hyödyksi soveltaessaan tietoa käytäntöön. Koska uusi tieto konstruoituu oppilaan aiempiin tietorakenteisiin, opetuksen kannalta on tärkeää tehdä näkyviksi oppilaan aiheeseen liittyvät ennakkokäsitykset. Erityisesti matematiikan opetuksessa ennakkokäsitysten osuus on merkittävä, sillä matematiikka on hierarkkinen järjestelmä, jossa rakenteet liittyvät kiinteästi toisiinsa. Vain omiin aiempiin tietorakenteisiin konstruoituneella tiedolla on soveltamismahdollisuuksia (Leino 1993, 4).

Liian usein opettaja ohjaa oppilasta rakentamaan tietoa opettajan haluamalla tavalla. Kuitenkin jo Piaget (1988, 66) korosti tiedonrakentamisen etenevän asteittain lapsen omassa käsitemaailmassa. Myös Patrikainen (2012, 290–292) tuo esiin opettajien edelleen käyttävän opetusmallia, jossa tunti koostuu opettajajohtoisesta johdannosta, uuden asian esittelystä ja harjoittelusta, joka yleisimmin tarkoittaa kirjan tehtävien tekemistä. Opetussuunnitelman perusteet asettavat opetukselle tavoitteet ja tunnustaa konstruktivistista oppimisenäkemyksiä. Patrikainen (2012, 74–76) on koostanut konstruktivistisen oppimisenäkemyksen mukaisia ilmentymiä opetussuunnitelmassa. Tiedon tulee rakentua oppilaan aiempiin tietoihin ja sen tulee kohdata lapsen oman kokemusmaailman. Oppilaan tulee olla aktiivinen toimija ja opettajan tämän prosessin ohjaaja. Oppilaan itseohjautuvuuden ja opiskelua ohjaavien metakognitiivisten taitojen kehittämistä tulisi lisätä. Oppimisen tulisi olla tilanne- ja kontekstisidonnaista ja sen tulisi suuntautua ymmärtämiseen ulkoa oppimisen sijaan. Opettajaa ohjataan

käyttämään yhteistoiminnallisia työtapoja sosiaalisten vuorovaikutustaitojen kehittämiseksi. (Opetussuunnitelman perusteet 2004, 18.) Opettajan olisi tunnettava oppilaan käsityksiä, tulkintoja, tarkoituksia ja merkityksiä ymmärtääkseen hänen henkilökohtaista tiedon rakentamistaan (Berry ja Sahlberg 2000, 25–26; Leino 1993, 39).

Opettajat tuntevat ja hyväksyvät tiedon rakentumistavan, mutta opetuksessa tätä oppimiskäsitystä ei käytetä riittävästi hyväksi. Vaikka opettajan oppimiskäsitys onkin moderni, hänen käsityksensä matematiikasta on perinteinen. Tämä johtaa siihen, että opetuksen päätavoitteena on hierarkkisen tietorakennelman opettelu, johon oppilaiden omat käsitykset ja uskomukset eivät sovi lähtökohdaksi (Leino 1993, 47). Radikaalin konstruktivismiin mukaan tavoitteiden ja jopa opettamisen käsitteet ovat mahdottomia, jos pyritään täysin subjektiiviseen tietoon.

Matematiikka on ongelmien ratkaisuväline ja matematiikan osaaminen puolestaan ongelmatilanteiden ratkaisemista yksin tai yhdessä muiden kanssa. Matematiikan ongelmien muodostamista kielelliseen muotoon pidetään merkittävänä näyttönä osaamisesta (Leino 1993, 49). Koulumatematiikan luonteen ei tulisi olla vain numeroihin, laskutoimituksiin ja kaavoihin suuntautunut, vaan loogiselle päättelylle tulisi olla enemmän mahdollisuuksia (Räty-Záborszky 2006, 43). Opettajan rooli asiantuntijana on konstruktivismiin myötä muuttunut. Matematiikan opetuksen tulisi olla monipuolisiin opetusmenetelmiin ja työtapoihin perustuvaa toimintaa. Sen tulee sisältää opettajan esityksiä, keskustelua, käytännön tekemistä, perustaitojen vahvistamista, todellisten ongelmien ratkaisemista ja tutkimustehtävien tekemistä (Berry ja Sahlberg 2000,33.) Ymmärtäminen tapahtuu ihmisaivojen sensomotorisella alueella ja siksi konkreettisten välineiden, pelien leikkien ja tutkimuksen osuutta tulisi lisätä kaikilla koulutustasoilla. Tämä vaatii paljon suunnittelua, valmistelua ja opettajan tiivistä läsnäoloa oppimistilanteissa.

Oppiminen on sisäinen prosessi, jota yksilö ei voi itse tiedostaa. Matematiikan oppimisen saavat aikaan matemaattiset kokemukset ja niiden reflektointi (Yrjönsuuri 2004, 114). Itsesäätely kehittyy ulkoisesta sisäiseen ja siksi esi- ja alkuopetuksessa ulkoiset motivaatiotekijät ohjaavat laajalti oppimiseen sitoutumista. Positiivinen palaute ja onnistumisen kokemukset motivoivat oppimiseen. Hyvä menestyminen koulussa motivoi oppimaan, kun taas myöhemmin sisäisen motivaation osuuden kohotessa, oppiminen motivoi hyvään koulumenestykseen. (Thuneberg 2010, 107–108.) Tunteilla ja asenteilla tiedetään olevan merkitystä oppimiseen. Hyvä ja innostava ilmapiiri luo mainiot lähtökohdat oppimiselle. Toisaalta oppiminen luo omalta osaltaan motivaatiota lisääoppiin. (Tikkanen 2008, 19, 269.)

Yhteenvedona oppimiskäsityksen näkökulmasta voidaan todeta, että konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaan lapsi rakentaa itse oman tietorakenteensa omasta kokemusmaailmastaan käsin. Vain näin tuotetun tiedon avulla hänen on mahdollista soveltaa oppimaansa käytäntöön. Kuten edellä esitetyt teoreettiset näkökulmat tuovat esiin myös oppimiskäsitys puoltaa toiminnallisten toimintatapojen käyttöä alkuopetuksen matematiikan opetuksessa. Opetusta ohjaavassa opetussuunnitelmassa on konstruktivistinen näkökulma oppimiseen, joten jo tästäkin syystä toiminnalliset, monipuoliset menetelmät ovat välttämättömiä alkuopetuksen matematiikan oppitunneilla.

2.3 Toiminnallisen matematiikan määrittelyä

Kehityspsykologinen teoria ja konstruktivistinen oppimiskäsitys korostavat matemaattisen ajattelun kehittymisessä konkreettisten kokemusten merkitystä. Matematiikan opetuksessa voidaan tarjota konkreettisia kokemuksia toiminnallisten työtapojen avulla. Toiminnallisessa matematiikassa lapsi on

aktiivinen toimija ja saa oman kehonsa ja kokemusmaailmansa kautta useita aistihavaintoja. Aiheen määrittelyssä on usein käytetty määrittävänä tekijänä toimintamateriaalia. Domino (2010, 2-3) määrittelee omassa tutkimuksessaan toiminnallisuuden välineiden avulla tapahtuvaksi oppimiseksi. Domino käyttää käsitettä ”manipulative materials”. Välineiden kautta lapsi käyttää eri aisteja havaintojensa tukena. Välinettä voi koskettaa ja liikuttaa, sen avulla voi rakentaa ja sitä voi muovailla. Domino on jakanut materiaalit arjen välineisiin, kaupallisiin välineisiin ja erityisiin matematiikkavälineisiin. Lisäksi Domino määrittelee toimintamateriaaleihin kuuluvaksi virtuaalisen materiaalin, jossa visuaalinen aistimus tulee tietokoneen kuva-ruudulta ja kosketusaistimus tietokoneen näppäimistöltä tai hiirestä. Domino ei ota kantaa koko kehon liikkeeseen ja sen merkitykseen kinesteettisenä aistimuksena.

Lindgren (1990, 90–94) puolestaan määrittelee omassa tutkimuksessaan toiminnallisuuden matematiikan abstraktin ajattelun ja symbolien konkreettisenä mallina. Lindgren lisää määritelmäänsä toimintamateriaalin oikeanlaiset käyttötavat. Näillä tavoilla hän viittaa oikea-aikaisuuteen, yksinkertaisuuteen ja toistuvuuteen. Lisäksi hän korostaa toimintamateriaalien käyttöä muiden materiaalien yhteydessä. Lindgrenin mukaan lasta on autettava materiaalin avulla vaiheesta toiseen ja useat materiaalit kulkevat opetuksessa rinnakkain.

Toiminnallisen matematiikan taustalla vaikuttaa aikaisemmin esittelemäni kehityspsykologiset näkökohdat. Usean aistin kautta tulevat havainnot vahvistavat oppimista ja etenkin alkuopetusikäisen lapsen iässä konkreettisilla havainnoilla on suuri merkitys. Dominon ja Lindgrenin määritelmässä toimintamateriaalit toimivat käsitteen määrittäjinä. Toimintamateriaalin liikuttaminen kattaa edellisten määritelmien mukaan liikeaistimukset. Dominon ja Lindgrenin määritelmässä kinesteettinen ja taktiilinen aistikanava toimivat yhdessä, mutta koko kehon kautta saatavat aistimukset vahvistavat kuitenkin matemaattisen ajattelun alkuvaihetta paremmin kuin pelkän käden liikkeen avulla saatavat aistimukset. Hyppiminen, heittäminen ja kävely antavat suuremman aistimuksen kuin käden liikuttaminen. Jotta toi-

minnallisuuden muotoja saataisiin monipuolisemmin esiin, määritellään toiminnallisuus tässä tutkimuksessa myös koko kehon avulla saataviksi aistimuksiksi.

Erityisesti Vygotskyn ja Galperinin tutkimusten kautta on tullut esiin puheen merkitys matemaattisen ajattelun kehittämisessä. Kun lapsi leikkii, hän kertoo tekemisestään ja sitä kautta hän jäsentää omia ajatuksiaan. Matematiikkatarinat ja tehtävien ratkaisutavan suullinen esittäminen ovat osa toiminnallista matematiikkaa.

Toiminnallinen matematiikka tässä tutkimuksessa tarkoittaa matematiikkaa, jossa oppija on itse aktiivisena tekijänä käyttäen kuulo- ja näköaistinsa tukena liike- ja tuntoaistiaan. Myös puheen käyttäminen matematiikan opetuksessa katsotaan toiminnallisuudeksi.

2.3.1 Aistikanavat toiminnallisen matematiikan määrittäjänä

Koska toiminnallinen matematiikka määritellään, kuten olen aikaisemmin esittänyt, on syytä tarkastella aistikanavien kautta saatavaa havainnointia tarkemmin. On syytä selvittää, miten alkuopetusikäinen lapsi tekee havainnoita ja mikä on näiden havaintojen merkitys oppimiselle.

Oppiminen on helppoa kun lapset voivat käyttää oppimiseen useita aistikanavia. Mitä pienempi lapsi, sen enemmän tarvitaan koko kehoon ja kosketukseen perustuvaa matematiikanopetusta. (Ikäheimo 2004, 240–243.) Kuten matemaattisen ajattelun kehittymistä käsittelevässä luvussa tuli esille, konkreettiset, omaan kokemukseen perustuvat havainnot tuottavat pysyvämpää oppimista. Havaintojen tekeminen usean aistikanavan kautta johtaa laajempaan tietorakenteeseen. Perinteinen didaktiikka on tarjonnut opetusta näköaistin (visuaalinen aistikanava) ja kuuloaistiin (auditiivinen aistikanava) kautta. Oppilas on nähnyt asioita kirjasta ja kuullut opettajan

opettavan. Liikeaisti (kinesteettinen aistikanava) ja tuntoaisti (taktiilinen aistikanava) ovat jääneen vähemmälle käytölle koulutyössä. Prashnig (2000, 191–193) on kuitenkin tuonut esiin, että lapsen kehittyessä ensin on vallalla kinesteettinen tapa havainnoida ympäristöä, sitten kehittyä taktiilinen kyky. Visuaalinen kyky alkaa kehittyä vasta noin kahdeksan vuoden iässä ja auditiivinen vielä muutamaa vuotta myöhemmin. Näin ollen tämäkin näkökulma vahvistaa toiminnallisten työtapojen merkitystä alkuopetuksessa.

Toiminnallinen matematiikka voi olla koko kehon liikettä. Lapset voivat heitellä toisilleen palloa ja laskea ääneen kuinka monta kertaa onnistuvat heittämään ennen kuin pallo putoaa maahan. Tässä lukukäsittä vahvistetaan liikeaistin ja kuuloaistin kautta. Liike voi olla myös kehon liikettä eri tasoissa: ryömimistä, pyörimistä, pomppimista tai heilumista. Lapsen keho voi olla myös osana ryhmää. Lapset menevät ryhmiin, siirtyvät jonoon, etsivät parin tai kokeilevat montako lasta mahtuu jumppapatjalle. Koko kehoon perustuva toiminta on kaikkein konkreettisinta toimintaa. Liikeaistin avulla lapsi aistii myös asentoja ja rytmiä, mutta sen käyttäminen ei kuitenkaan toimi matemaattisen ajattelun kehittäjänä, ellei siihen liitetä laskemista tai muuta matemaattista toimintaa. Voimakkaasti ja ensisijaisesti liikeaistin avulla havainnoivia oppilaita pidetään usein keskittymiskyvyttöminä ja koulutyötä häiritsevinä oppilaina. Nämä lapset pitävät liikunnasta ja muusta toimintaan perustuvasta oppimisesta. (Prashnig 2000, 161, 183.)

Toiminnallinen matematiikka voi olla myös tuntoaistiin perustuvaa tekemistä. Tuntoaistiaan havainnoimiseen käyttävät oppilaat saattavat tarvita keskittymisen tueksi jotain hypisteltävää. Erilaiset toimintamateriaalit ja välineet ovat tarpeellinen osa oppimista. Materiaali voi olla paperinpalalle kirjoitettu luku, jota voi hypistellä, se voi olla rusina tai nappi. Oleellista on, että sitä voi kosketella ja sen ominaisuuksia voi havainnoida. Näitä oppilaita kiinnostavat erityisesti käden taitoihin perustuvat toiminnot, kuten kuvatai-

de ja käsityöt (Prashnig 2000, 157.) Laittamalla rusinoita ryhmiin, voi tuntea niiden ryppyisen pinnan. Tuntemus siirtyy havainnoksi ihon välityksellä. Tuntoaisti on vahvasti yhteydessä liikeaistiin ja siksi nämä aistit toimivatkin usein yhdessä. Kun käsi tunnustelee kuulan pyöreyttä, sormet liikkuvat sileää pintaa pitkin. Kun lapsi laskee hyppynarusuoritustaan, hän havaitsee ponnistuksesta aiheutuvat tärähdyksen. On olemassa paljon, erityisesti matematiikkaan suunniteltuja välineitä, joiden avulla lapsi voi rakentaa, yhdistää ja hajottaa. Kymmenjärjestelmävälineet auttavat konkretisoimaan isoja lukuja ja niillä operointia. (Ikäheimo 2002, 65.) Matematiikan konkretisoimiseen sopii kuitenkin hyvin myös lapsen omaan maailmaan kuuluvat välineet, kuten legot, pallot tai muovailuvaha.

2.3.2 Puhe toiminnallisen matematiikan määrittäjänä.

Koska olen määritellyt myös puheen toiminnalliseksi matematiikaksi, on syytä tarkastella puheen osuutta matematiikan oppimisessa tarkemmin. Matematiikkapuhe ei ole mitään tahansa jutustelua, vaan puheella on merkittävä osuus matemaattisen ajattelun jäsentäjänä.

Lev Vygotskyn teoria kielen ja ajattelun liitosta esitti puheen olevan merkittävä osuus uuden käsitteen oppimisessa. Ulkoinen toiminta saa puheen kautta henkisen muodon. Vygotsky korosti, että ensin lapsi oppii egosentristä puhetta, jossa hän ajattelee ääneen. Vähitellen puhe siirtyy sisäiseksi ja samalla se jäsentyy ja supistuu käsitteiden ymmärrykseksi. (Hänninen 2001, 96–97.)

Ikäheimo (2004, 246–247) viittaa Galperinin tutkimuksiin tuodessaan esiin puheen merkitystä matematiikan oppimisessa. Kun lapset leikkivät yhdessä, heillä on tapana kertoa tekemisestään ja suunnitella leikin etenemistä. Myös matematiikan oppimisessa yhdessä tekeminen aktivoi lasta muok-

kaamaan ajatteluaan sanalliseen muotoon. Vaikka puhe ei konkreettises-
sa tekemisessä vielä välttämättä sisälläkään matemaattisia käsitteitä, se
auttaa jäsentelemään ajatuksen kulkua. Opetuksen alkuvaiheessa ei ole
syytä puuttua lainkaan matematiikan symboliseen muotoon, vaan opetuk-
sessa tulisi käyttää konkreettisiä keinoja ja puhetta matemaattisista aiheis-
ta ja käsitteistä. Lapset voivat rakentaa välineitä käyttäen lukumääriä ja
kertoa toisilleen rakentamastaan. (Ikäheimo 2004, 246–247.) Oppilaiden
yhteinen puhe vahvistaa uuden tiedon syntymistä ja antaa sille sosiaalista
merkitystä. Lapset vahvistavat omia käsityksiään puheen, väittelyn, selit-
tämisen ja kyselemisen kautta. Puheen avulla lapset jäsentävät ajatuksi-
aan. (Berry & Sahlberg 2000, 27.)

2.3.3 Varga-Nemèneyi – menetelmä – esimerkki toiminnalli- sen matematiikan mallista

Koska edellä esitetyt teoreettisen näkökulmat vahvistavat toiminnallisten
menetelmien käyttöä alkuopetuksen matematiikassa, tuon esimerkin toi-
minnallisen matematiikan menetelmästä, jota Suomessa on tutkittu ja käy-
tetty jo useita vuosia. Unkarissa kehitellyssä Varga-Neméneyi -
menetelmässä korostetaan oppimisen etenemistä ihmettelystä konkreetti-
seen kokeiluun ja leikkiin. Menetelmä on kohdistettu 1.-4. luokkien oppilail-
le. Varga-Neméneyi -menetelmässä oppiminen etenee konkreettisesta kohti
abstraktia matematiikkaa. Oppiminen alkaa omakohtaisesti kokemuksesta,
liikkeestä, leikistä tai omasta arkitoiminnasta, toimintamateriaalin käyttämi-
seen. Kokemuksesta syntyy mielikuva, joka siirretään kuvaksi piirtäen tai
rakentaen. Vasta tämän jälkeen siirrytään symbolien käyttöön. Kaikkiin
vaiheisiin kuulu matematiikkapuhe, joka kertoo kokemuksista, tuntemuk-
sista, mielikuvista. Matikkatarinat ovat osa Varga-Neméneyi-menetelmää.
Oppimisen lähtökohtana pidetään todellisuuteen perustuvia kokemuksia.
Ilman omakohtaista kokemusta, tiedolla ei ole merkitystä. Varga-Neméneyi
-menetelmän mukaan on tärkeää, että kokemuksia hankitaan monien ais-

tihavaintojen kautta ja tähän päästään runsailla esineellisillä toiminnoilla. Esineiden kautta oppilaat saavat visuaalisen aistin lisäksi myös kuulo- ja tuntoaistimuksia (Tikkanen 2008, 66). Varga-Neméneyi-menetelmässä selitetään oppimisprosessia eli abstraktion tietä kuvailemalla fyysisen toiminnon muutosta abstraktiin symboliikkaan.

Oppiminen alkaa vapaasta leikistä, jossa lasta ohjataan näkemään säännönmukaisuuksia, myöhemmin ohjataan havaitsemaan yhdenmukaisuuksia muihin leikkeihin ja peleihin ja näistä luodaan mielikuvamalli, joka voidaan piirtää tai rakentaa. Mallia tarkastellaan ja luodaan sille kielellinen muoto. Lopuksi malli saa formaalit matemaattiset säännöt. (Lampinen 2008; Tikkanen 2008, 69–72.) Menetelmässä käytetään arjen välineitä, mutta myös erityisesti matematiikan opiskeluun suunniteltuja välineitä kuten värisauvoja ja loogisia paloja. Toiminnot ja kokemukset siirretään vähitellen kuviksi. Kuvien kautta matemaattiset toiminnot on helpompi palauttaa mieleen. Tarkkojen käsitteiden tuontia opetukseen viivytetään tarkoituksellisesti, sillä lapsen kieli on vielä erilaista kuin aikuisten kieli. Matematiikan tehtävistä keskustellaan ja tehtäviä tehdään yhdessä ikätovereiden kanssa. (Tikkanen 2008, 73–77.) Varga-Neméneyi -menetelmässä pyritään säilyttämään positiivinen asenne matematiikan opiskeluun. Lapsella on lupa tehdä virheitä, väitellä ja iloita. Tämä edellyttää luottamuksellista ilmapiiriä. Varga-Neméneyi -menetelmä vaatii opettajalta sitoutumista ja jatkuvaa tarkkaa suunnittelua ja järjestelyä. Hänen tulee tuntea oppilaan ennakkokäsityksen ja oppimisen taso. Opettajan tulee varmistaa monipuolinen toimintamateriaalin käyttö ja luoda iloinen ilmapiiri, jossa on mahdollista käydä keskustelua. (Lampinen 2008; Tikkanen 2008, 78, 85.)

3 MATEMATIIKAN OPETUS ENSIMMÄISELLÄ JA TOISELLA LUOKALLA

Koska tarkastelen toiminnallista matematiikan opetusta alkuopetuksessa, tuo esiin muutamia aiheeseen liittyviä erityispiirteitä. Alkuopetus käsittää suomalaisen peruskoulun ensimmäisen ja toisen vuosiluokan, jolloin lapset ovat kuuden ja yhdeksän ikävuoden välillä. Alkuopetuksessa luodaan pohjaa opiskelutaidoille, jolloin luku- ja kirjoitustaidon lisäksi laskemisen taidot nousevat tärkeään asemaan. Opiskeluun asennoituminen ja sosiaaliset taidot saavat alkunsa jo ensimmäisinä kouluvuosina. Turvallinen opiskeluympäristö sekä taitava opettaja mahdollistavat erilaisille oppilaille hyvän alun koulutielle. Tässä luvussa tarkastelen alkuopetuksen erityispiirteitä.

3.1 Matemaattisen ajattelun kehittymistä tukeva oppimisympäristö

Konstruktivistinen oppimiskäsitys on muuttanut käsitystä oppimisesta ja erityisesti sosiokonstruktivismi on tuonut oppimisympäristön tarkastelun kohteeksi. On huomattu, että oppimisympäristön tulee olla oppimista tukeva, sillä oppiminen tapahtuu oppilaan ja ympäristön vuorovaikutuksessa. (Brotherus, Hytönen & Krokfors 2002, 61.) Oppimisympäristöllä on suuri merkitys kaikessa oppimisessa, mutta tässä tarkastellaan oppimisympäris-

töä erityisesti matematiikan oppimisen näkökulmasta. Aikuisen tehtävänä on luoda oikeanlainen oppimisympäristö, jossa matemaattinen ajattelu voi kehittyä.

Oppimisympäristöä voidaan tarkastella paitsi fyysisenä paikkana myös psyykkisenä ympäristönä. Fyysiseen oppimisympäristöön kuuluvat tilat, välineet ja ihmiset. Matematiikka välineiden saatavuus on osa fyysistä ympäristöä. Fyysisen ympäristön tulee tukea oppilaan ikätason vaatimuksia. (Piispanen 2008, 141.) Psyykkiseen ympäristöön puolestaan kuuluvat kognitiiviset, sosiaaliset ja emotionaaliset tekijät. Hyvälle psyykkiselle oppimisympäristölle on ominaista hyvä ja luottamuksellinen ilmapiiri, jossa oppilas voi tuoda esille omia ajatuksiaan matemaattisten ongelmien ratkaisemisesta. Oppimisen kiireetön, myönteinen ja rohkaiseva ympäristö auttavat löytämään hyvän oppimismotivaation, joka on alkuopetuksen oppimisen perusta. (Brotherus ym. 2002, 87–88; Piispanen 2008, 158–159.)

Aikuisen läsnäolo ja kannustava asenne auttavat oppimisessa. Opetuksen vuorovaikutuksellisuus ja keskustelu ovat merkittävässä asemassa, sillä sitä kautta lapsi saa matemaattiselle ajattelulle oikeat käsitteet. Pari- ja pienryhmätyöskentely sekä opetuskeskustelut auttavat tuomaan puhetta näkyväksi. Myös oppilaan matemaattisen ajattelun arvioinnissa puheen merkitys on suuri. Kun oppilaat pelaavat matemaattista peliä ja puhuvat pelin etenemisestä tai ongelman ratkaisemisesta, opettaja voi puhetta kuuntelemalla tehdä päätelmiä matemaattisesta ajattelusta. (Perkkilä 2002, 37–38.)

Alkuopetukseen tuleva koululainen omaa käsityksiä tilasta, symmetriasta ja tasapainosta. Hänen aikakäsityksensä, lajittelu- ja luokittelukykyensä ovat kehittymässä. Kaikki nämä käsitykset ovat saaneet alkunsa lapsuuden leikeissä hiekkalaatikolla, pöydän kattamisessa tai vaikkapa autoleikeissä. Lapsille on siis ominaista tehdä matemaattisia havaintoja leikkiessään, vaikka eivät niitä itse tiedostakaan matematiikaksi. Tämän leikinomaisuuden ja uteliaisuuden ilmapiirin siirtyminen alkuopetukseen olisi-

kin suotavaa. Olisi aina sallittava myös konkreettisen toiminnan mahdollisuus uutta käsitettä opetettaessa. Näin luotaisiin joustava liike konkreettisen ja abstraktin ajattelun välille. (Furness 2000, 14–16; Piaget 1988, 102–109.) Kuten edellä on esitetty, alkuopetusikäisen lapsen ajattelun kehitysvaihe on konkreettisten operaatioiden vaiheessa ja siksi hän tarvitsee toiminnallisia työtapoja oppiakseen.

Oppilaalla tulee olla mahdollisuus matematiikkavälineiden käyttöön, silloin kun hän katsoo sen tarpeelliseksi. Kaikki oppilaat eivät tarvitse välineitä samassa tilanteessa, eivätkä saman ongelman ratkaisemiseen. Oppimisympäristön tulee tarjota mahdollisuuksia ja tukea oppilaan tarpeiden mukaan. Saatavilla olevat laskuhelmet tai napit auttavat alkuopetusikäistä lasta jäsentämään ajattelua niissä tilanteissa, jossa abstrakti ajattelu vaatii konkreettista tukea. Mitä nuorempi lapsi on, sitä konkreettisempaa hänen oppimisensa on. Leikit, pelit, rakentaminen ja selittäminen ovat hänelle luontaisia oppimisen tapoja. Näitä ominaisuuksia tulisi käyttää hyväksi alkuopetuksessa. Matemaattisen oppimisympäristön tulisi olla uteliaisuutta herättävä ja sen tulisi innostaa oppimiseen. (Ikäheimo 2002, 7).

Matematiikan oppimateriaalin valinnassa tulisi ottaa huomioon erilaiset oppijat. Perinteistä oppikirjaa ei tarvitse välttämättä hylätä kokonaan, mutta sen lisänä tarvitaan myös muunlaista materiaalia. Prashnig (2000, 213–215) kirjoittaa oppimisen apuvälineistä. Erilaiset välineet auttavat oppilaita tekemään havaintoja useamman aistin kautta. Kosketeltaessa napin sileää pintaa tehdään samalla havaintoja myös näköaistin kautta. Opettajan tuoleekin kehittää itselleen monipuolinen materiaalipaketti, jonka avulla hän voi huomioida erilaiset oppijat ja heidän tarpeensa. Mielekkäessä oppimisympäristössä materiaali on oppilaiden saatavilla aina kun he kokevat sitä tarvitsevänsä.

3.2 Opettajan rooli toiminnallisen matematiikan ohjaajana

Opettaja tekee työtä persoonallaan ja siksi alkuopetusopettajan toimet juontavat juurensa opettajan arvomaailmasta ja oppimiskäsityksestä. Opettajan kokemukset ja koulutus antavat oman leimansa myös matematiikan opetukselle. Perinteinen opettaja, joka kansankynttilänä valaisi oppilaita tiedon portailla, on nyt muuttunut ohjaavaksi aikuiseksi, joka tukee oppilaiden yksilöllisiä oppimisen polkuja. Konstruktivistinen oppimiskäsitys ja uudenlainen matematiikka tuovat esiin muutoksen opettajan roolissa. Suomalaisessa koulussa opettajan ja oppilaan välillä vallitsee huolenpidon ja keskinäisen kunnioituksen kulttuuri, joka näkyy opettajan ja oppilaan välisessä vuorovaikutuksessa (Patrikainen 2012, 83). Konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaan opettajan rooli nähdään ohjaajana, jonka tehtävänä on ohjata oppimista oikeaan suuntaan ja kannustaa oppilasta etenemään omista lähtökohdistaan käsin. Opettajan keskeisenä tehtävänä on herättää oppilaan kiinnostus ja motivoida häntä oppimisen etenemisessä. Tästä syystä opettajan tulee selvittää oppilaan käsitykset ja uskomukset aiheesta sekä tutustua hänen kiinnostuksen kohteisiinsa. Näistä lähtökohdista käsin, hänen tulee luoda oppilaan yksilöllisiin tarpeisiinsa sopivia oppimistilanteita. (Brotherus ym. 2002, 74–75.) Jos lapsi on kiinnostunut jääkiekosta, hänen matematiikan oppimisen polkunsaa voi edetä jääkiekon maailmassa. Jääkiekkokorttien avulla voi vahvistaa lukukäsitettä tai kehittää yhteenlaskun käsitettä.

Opettajan tehtävänä on luoda oppimista edistävä oppimisympäristö. Opetuksessa tulee kiinnittää huomiota niin fyysiseen kuin psyykkiseenkin ympäristöön. Paikkaan ja tilaan tehtävät valmistelut kuuluvat olennaisena osana opettajan työhön. Oppimismateriaalien ja mielenkiintoa herättävien virikkeiden esiin tuominen ovat osa suunnittelutyötä. Saatavilla olevat matematiikan oppimismateriaalit rohkaisevat konkreettisten työtapojen käyt-

töön. Opettaja auttaa tiedonhankinnassa ja ohjaa oppilasta ratkaisun löytämiseen. Psyykkisen oppimisympäristön luomisessa ryhmän yhteistyötaidot näyttelevät merkittävää osaa. Opettajan on kyettävä luomaan ilmapiiri, joka rohkaisee oppilaita keskustelemaan ja tuomaan esiin omia näkemyksiään. Matematiikan opetuksessa parityöskentely ja opetuskeskustelut ovat merkittävä osa matemaattisen ajattelun jäsentymistä. Oppilaan on kyettävä tuomaan esiin virheellisiäkin ajatuksiaan, jotta oppiminen olisi mahdollista. Jotta luottamuksellinen ilmapiiri saadaan syntymään, ryhmän yhteishengen kehittämiseen on käytettävä riittävästi aikaa. (Brotherus ym. 2002, 98.)

Matematiikan opetuksessa opettajan tulee ottaa huomioon oppilaan matemaattisen ajattelun taso ja lähdettävä kehittämään oppimista tästä lähtökohdasta käsin. Kuten aiemmin on todettu, oppilaiden matemaattisen ajattelun taso on alkuopetuksessa varsin heterogeeninen. Tämä aiheuttaa matematiikan opetukselle erityisiä haasteita. Jokaisella tulisi olla mahdollisuus edetä omista lähtökohdistaan käsin ja kaikille tulisi luoda oppimista edistävä oppimisympäristö. Opettajajohtoinen opetus ei näin puolusta paikkaansa alkuopetuksessa. Esiopetuksesta kouluun siirryttäessä ainejakoisuus luo uudenlaisen lähtökohdan matematiikan oppimiselle. Alkuopetuksessa olisi panostettava eheyttämiseen ja lapsilähtöisyyteen, sillä lapsen kokonaispersoonallisuuden kasvun tulee mennä oppiaineiden sisältötiedon edelle. Oppilaan arjen ja oppimisen yhdistäminen lisäävät oppimismotivaatiota. Oppiaineiden yhdistämisellä rikotaan oppiainerajoja. Liikunnan ja matematiikan yhdistäminen lisää toiminnallisen matematiikan osuutta ja antaa kaikille oppilaille tarpeellisia kinesteettisiä ja taktiilisia havaintoja matematiikasta. Äidinkielen ja matematiikan yhdistäminen mahdollistaa matematiikan jäsentelyä kielelliseen muotoon. Musiikin ja matematiikan yhdistäminen tuo esiin rytmin ja nuotituksen matemaattisen luonteen. Perinteisiä 45 minuutin oppitunteja ja oppiainesidonnaisia opetuskokonaisuuksia tulisi rikkoa ja opettajan tulisi panostaa lapsen yksilöllisyyden kehittämiseen. Mitä pienemmästä lapsesta on kyse, sitä yksilöllisempää tavoitteiden asettelun tulee olla. (Brotherus ym. 2002, 110–111.)

Patrikainen (2012, 82–83, 306) kirjoittaa opettajien toimivan mieluummin perinteisesti kuin innovatiivisesti. Hän kirjoittaa kuitenkin perinteiseen malliin kuuluvan paljon hyväksi koettuja käytänteitä, kuten päässälaskut, itsenäinen työskentely ja kotitehtävät. Opettajalla on hyvät mahdollisuudet itenäiseen valintaan opetusmenetelmien ja materiaalien suhteen. Matematiikan opetuksessa oppiaineiden integrointi on harvinaista, vaikka sitä kautta opetuksen eheyttäminen mahdollistuisi. (Patrikainen 2012, 82–83, 306.) Opettajan tulee käyttää opetusmenetelmiä, jotka ovat vaihtelevia ja opetetavan aineksen luonteeseen sopivia. Toiminnallisuus puolustaa paikkaansa monessa, mutta myös ulkoa opettelemiselle on paikkansa. Vaikka konstruktivistinen oppimiskäsitys korostaa oppijan keskeistä osuutta oppimisessa, myös opettajalla on merkittävä osuus oppimistapahtumassa. Opettaja motivoi ja luo innostavan oppimisilmapiirin. Hän käyttää tilanteeseen sopivia opetusmenetelmiä ja tuntee oppilaan yksilölliset tarpeet.

3.3 Erilaiset oppijat alkuopetuksen matematiikassa

Kaikkien lasten tulee saada opetusta omista lähtökohdistaan ja omaan kokemusmaailmaansa nähden. Jokainen oppilas on erilainen ja myös hänen oppimistyylinsä on erilainen. Erilaisuus on usein sidoksissa aikaisempien kokemusten erilaisuuteen. Runsaat monikanavaiset kokemukset matemaattisista toiminnoista johdattavat lapsen vahvalle sensomotoriselle perustalle, josta hän on valmis kehittämään älyllisiä ja sosiaalisia taitojaan. Toisaalta vähäiset sensomotoriset kokemukset matemaattisista toiminnoista vaativat vielä useita monikanavaisia toimintoja. (Ayres 2008, 33.) Osa oppijoista oppii ensisijaisesti tunto- ja liikeaistien välityksellä ja siksi heidät tulisi huomioida myös matematiikan opetuksessa. Mikäli näitä lap-

sia ei huomioida, heidän oppimisensa vaikeutuu, jopa estyy kokonaan. Opetuksen tulisi sisältää leikkejä, pelejä, rakentamista ja muotoilua. Perinteinen opetus palvelee ensisijaisesti lapsia, jotka oppivat visuaalisen tai auditiivisen kanavan kautta. Monipuolisilla menetelmillä huomioidaan kaikki oppilaat.

Alkuopetuksessa tarvitaan vielä runsaasti liike- ja tuntoaistien kautta tulevaa havainnointia. Älyllisen ajattelun perustana toimii sensomotorinen älykkyys, joka syntyy liikkumisen ja leikkien tuomista havainnoista. Aistimukset toimivat hermoston ravintona ja siksi monipuoliset havainnot ovat tärkeitä. Tuntoaisti on ihmisen suurin aistikanava ja sitä kautta välittyy eniten aistimuksia. Tuntoaisti on vahvasti sidoksissa liikeaistiin. Tuntoaisti välittää tietoa kappaleen pinnan lämmöstä, karheudesta ja muodosta, liikeaisti puolestaan välittää tietoa kappaleen painosta ja liikuteltavuudesta, sekä kehon asennosta. Kun oppilas saa näköaistin kautta havainnon lukujonosta, kuulee opettajan lukevan lukuja ja lisäksi saa omin käsin siirtää lukulaput jonoon, on hän saanut havaintoja usean kanavan kautta ja hermosto on aktivoitunut laajalti impulsseja viemään viestejä aivorunkoon. Oppimisprosessi on koko hermoston yhteistyötä. Mitä useamman kanavan kautta havaintoja tulee, sitä joustavammin aistien yhteistyö sujuu ja oppiminen helpottuu. (Ayres 1992, 26, 33, 37, 44.)

Leikki-ikäisten erilaisten kokemusten lisäksi myös oppimisvaikeudet voivat aiheuttaa erilaisuutta. Kielelliset vaikeudet, hahmottamisen – ja muistin ongelmat aiheuttavat erilaisuutta matematiikan oppimiseen. Matematiikan oppimisvaikeudet voidaan jakaa karkeasti oppimisen hitauteen ja varsinaiseen dyskalkuliaan. Kun oppiminen etenee hitaasti voivat taustalla olla liian vähäiset kokemukset vaatimukseen nähden ja siksi oppilas tarvitsee paljon konkreettista kokemusta ja toistoa oppimisensa tueksi. Hitaasti etenevät oppilaat kykenevät kuitenkin pidemmän ajan jakson kuluessa samoihin matemaattisiin suorituksiin kuin ikätoverinsa yleensä. (Räsänen & Ahonen 2004, 275–276.)

Dyskalkulia yhdistetään puolestaan kognitiivisiin taitoihin, jotka ovat yhteydessä kielellisiin taitoihin tai muistin toimintoihin. Kielelliset taidot liittyvät käsitteiden ja symbolien muistamiseen ja ymmärtämiseen. Oppilaalla on vaikeuksia muistaa lukujonoa sanoina tai ymmärtää käsitteitä ilman konkreettista kokemusta. Mikäli opetus painottuu kuullunymmärtämiseen, oppilas ei kykene oppimaan riittävän joustavasti. Tästä syystä oman kokemuksen ja konkreettisen tekemisen merkitys on suuri. Hahmottamiseen liittyvät vaikeudet ilmenevät numeroiden suunnan ja koon vaikeuksina sekä geometristen kuvioiden olemusten ymmärtämisenä. Myös hahmottamisen vaikeuksien voittamiseksi tarvitaan konkreettista toimintaa ja runsaasti harjoitusta. (Räsänen & Ahonen 2004, 277.)

Alkuopetusvaiheessa oppilaiden matemaattisen ajattelun taso saattaa olla aiemmin esitetyistä johtuen varsin heterogeeninen, joten ennakkokäsitykset on tuotava näkyviksi. Opetuksen tulee olla lapsen oppimisen tasolle sopivaa ja sen tulee liittyä hänen omaan kokemusmaailmaansa. Vain näin opitulla tiedolla on soveltamismahdollisuuksia. (Berry & Sahlberg 2000, 26.) Matemaattinen ajattelu on prosessi, jossa oppilas oppii vähitellen uuden käsitteen tai ongelmanratkaisun. Opettajan tulee seurata oppilaan ajattelun kehittymistä ennakkokäsityksistä alkaen, jotta hän voi ohjata ajattelua oikeaan suuntaan. Oikeat kysymykset ohjaavat ajattelua oikealle polulle kohti oikeaa ratkaisutapaa. (Ahtee & Pehkonen 2000, 36–37.)

3.4 Matematiikan oppimisen solmukohtat alkuopetuksessa

Matematiikan opetuksen yhteydessä puhutaan usein matematiikan solmukohtista. Nämä ovat sellaisia matemaattisia taitoja, joiden puute aiheuttaa oppimisvaikeuksia. Alkuopetukseen sisältyy useita tällaisia solmukohtia ja siksi alkuopetuksen matematiikkaan pitäisi keskittää erityisen paljon huomiota. Tällaisiksi solmukohtiksi määritellään määrällinen lukukäsite, yhtäsuuruuden käsite, lukujonotaidot, yhteen- ja vähennyslaskut lukualueella 0-20, kymmenjärjestelmä sekä kertolaskun- ja jakolaskunkäsitteet. (McGuire ym. 2012, 215; Lampinen 2008, 9; Ikäheimo 2002, 11–18.)

Matematiikan oppiminen etenee hierarkkisesti rakentuen aiemman opitun tiedon varaan. Matematiikan solmukohtiksi voidaan nimittää niitä kohtia, joiden oppimisen varaan koko hierarkkinen rakennelma muodostuu. Suurimpana solmuna voidaan pitää lukukäsitettä. Lukukäsitteellä on keskeinen merkitys matemaattisessa ajattelussa ja siksi puutteet tällä alueella johtavat suurimpiin ongelmiin. McGuire ja kumppanit (2012) tuovat artikkelissaan esiin lukukäsityksen kehittymisen vaiheet ja korostavat kaikkien kehitysvaiheiden hallitsemisen olevan tärkeää matemaattisille operaatioille. Osa lukukäsityksen ymmärtämisestä tapahtuu jo ennen kouluikää ja siksi lukukäsityksen taso tulee selvittää huolellisesti ennen opetuksen aloittamista. Jonkin lukukäsityksen kehitysvaiheen puute aiheuttaa ongelmia matematiikan oppimiseen. McGuiren ja kumppaneiden (2012) artikkelissa tuodaan esille lukukäsityksen opettamista konkreettisin keinoin, tavoilla joissa lapsi voi itse tuntea ja kokea lukumäärän. Luvut täytyy ymmärtää paitsi sanallisena lukujonona myös määrällisinä ja suhteellisenä maailmana. (McGuire, Kinzie & Berch 2012, 214–215, 219–221.)

Lukujen luokittelu, vertailu, järjesteleminen, hajottaminen ja yhdisteleminen ovat toimintoja jotka lapsen tulee oppia hallitsemaan alkuopetuksen aika-

na. Lukukäsitys sisältää lukujen säilyvyyden, vastaavuuden, vertailun ja ryhmittelyn periaatteet. Nämä kehittyvät varhaislapsuudessa vaiheittain. Jotta voidaan valita tehokas laskustrategia, täytyy omata hyvä lukukäsitys. Kymmenjärjestelmän ymmärrys on osa lukukäsitystä, joten sen oppimiseen on perehdyttävä kaikkien oppimiskanavien kautta. Vahvalla lukukäsityksellä luodaan pohja lukujen operoinnille.

Lukujen yhdistäminen ja hajottaminen, kertautuminen ja jakautuminen ovat perusoperaatioita, jotka nousevat pääosaan myös opetussuunnitelman perusteissa alkuopetuksen sisältöjä käsittelevässä osassa. Alkuopetuksessa yhteen – ja vähennyslaskut tulee hallita ja niistä tulee olla etenkin lukualueella 0 – 20 hyvin automatisoituneet toiminnot. Automatisoimiseen tarvitaan paljon perusharjoittelua ja toistoa. Kertolaskun käsite ja sen myötä myös ositusjaonkäsite tulee olla vahvalla pohjalla. (Lampinen 2008, 7.) Myös geometrinen perusmuotojen tunnistaminen ja mittaamisen periaate tulevat esiin alkuopetuksessa. Opetussuunnitelman perusteissa mainitaan lisäksi murtoluvun käsitteeseen tutustuminen. Opetusmenetelmien tulee olla oppilaiden omaan kokemusmaailmaan pohjautuvia, konkreettisia työtapoja suosivia. (Opetushallitus 2004, 158–160, 18–19.)

Esiopetuksessa esiintyneet oppimisvaikeudet tulisi havaita ajoissa ja ongelmien korjaamiseen tulisi tinkimättä suunnata toimia ennen uusien matemaattisten asioiden opetteluun. Matematiikan oppimisen yhteydessä puhutaan Matteus-efektistä, joka tarkoittaa esiopetuksessa esiintyvien ongelmien kertautumista alkuopetuksessa ja edelleen myöhemmin vuosina (Ikäheimo 2012,1). Lapsi saattaa selvittää alkuopetuksessa varsin pitkälle hyvien muistitoimintojensa avulla, mutta kun käsitteeseen rakennetaan myöhemmin uutta tietoa, oppimisessa ilmenee yllättäviä ongelmia.

Matematiikan matka alkaa henkilökohtaisten kokemusten hankinnasta ja niiden rekonstruoimisesta esittäen, piirtäen ja kuvaillen (Lampinen & Korhonen 2010, 19–20). Alkuopetuksessa saadut pohjataidot luovat perusteet kaikelle myöhemmin opittavalle matematiikalle ja siksi sen perusteelliseen

omaksumiseen tulee kiinnittää erityistä huomiota. Opetussuunnitelman perusteissa vaikuttaa vahvasti konstruktivistinen oppimiskäsitys ja sitä kautta usko oppilaan rooliin aktiivisesti omaa oppimistaan ohjaavana toimijana. Alkuopetusikäinen lapsi on utelias ja hänellä on tarve leikkiä. Leikki on lapselle luontaisin tapa oppia uusia asioita (Lampinen & Korhonen 2010, 21). Matematiikan solmukohtien oppimiseen tulee kiinnittää erityistä huomiota ja varmistaa jokaisen oppilaan käsitteen hallinta ennen uuteen vaiheeseen siirtymistä.

4 TUTKIMUSTEHTÄVÄ

Aiheesta aikaisemmin tehtyihin tutkimuksiini vedoten, voidaan havaita että toiminnallinen matematiikka johtaa parempiin oppimistuloksiin kuin opettajaohjoinen kirjan avulla opiskeleminen. Domino (2010, 89) on osoittanut omalla tutkimuksellaan toiminnallisten opetusmenetelmien johtavan parempiin oppimistuloksiin kuin perinteisillä menetelmillä annettu opetus on johtanut. Kokemukseen, omaan tekemiseen ja sosiaaliseen oppimiseen perustuva opetus kehittää matemaattisen ajattelun taitoja. Opetussuunnitelman oppimiskäsitys tukee yhteistoiminnallisia ja kokemuksellisia oppimismenetelmiä. Oppiminen tapahtuu pelien, leikkien, materiaalien tai yhteistyön kautta. Jostain syystä toiminnallista matematiikkaa nähdään käytännön koulutyössä varsin vähän. Perkkilä (2002, 173–174) tuo omassa tutkimuksessaan esille alkuopettajien dynaamisten uskomusten ja opetuksen ristiriidan. Opettajat uskovat oppilaiden yksilölliseen tiedon rakentamismalliin, mutta käyttävät silti opetuksensa lähtökohtana oppikirjan ja opettajanoppaan rakenteita. Myös Patrikainen tuo esiin opettajien konstruktivistisen ajattelumallin, mutta toteaa opettajien kuitenkin käyttävän opetuksessaan varsin perinteistä, itsenäisen kulttuurin mallia (Patrikainen 2012, 290–292, 306).

Monet opettajat käyttävät työssään toiminnallisia menetelmiä ja kouluissa on matematiikan käyttöön varattuja toimintamateriaaleja, joten asiasta on mahdollista saada lisätietoa. Kehityspsykologisten tosiasioiden näkökulmasta ei alkuopetuksen matematiikan opetuksessa voi ohittaa toiminnallisia menetelmiä. Pohdinkin siis miten ja miksi toiminnallisuutta toteutetaan kouluissa.

Edellä esittämiäni asioita pohtien lähdin tekemään tutkimustani ja kuten laadulliselle tutkimuksen prosessille on luonteenomaista, aiheen rajaus ja määrittely kehittyivät vähitellen lopulliseen muotoonsa. Kiviniemi (2010,

70–73) kuvailee laadullista tutkimusta prosessina, joka elää tutkimuksen edetessä. Tutkijan tietoisuus aiheesta lisääntyy ja joskus on syytä pysähtyä arvioimaan aiemmin luotuja linjauksia, rajata tehtävää tarkemmin tai tehdä päätöksiä suuntaviivojen hylkäämisestä. Tutkimuksen avulla halusin selvittää miten opettajat käyttävät toiminnallisuutta opetuksessaan. Tutkimuskysymykset täsmentyivät vähitellen seuraavaan muotoon:

Minkälaisia kokemuksia opettajilla on toiminnallisesta matematiikasta?

- Miksi luokanopettajat käyttävät toiminnallista matematiikkaa alkuopetuksessa?
- Minkälaista toiminnallista matematiikkaa opettajat käyttävät?
- Missä tilanteissa opettajat käyttävät toiminnallista matematiikkaa?

Tutkimustehtävä luo pohjan tutkimusotteelle ja siihen sopiville menetelmille. Oma humanistinen ihmiskäsitykseni ohjaa tutkimaan asiaa laadullisesti, ihmistä ymmärtäen. Tutkimukseni aluksi tutustuin alan kirjallisuuteen ja loin oman käsitykseni aiheen ympärillä käytävästä keskustelusta. Kirjallisuuden avulla loin teoreettisen viitekehyksen ja sitä kautta täsmensin tutkimustehtävää. Aineistonkeruumenetelmä täsmentyi metodikirjallisuuteen tutustumisen yhteydessä. Fenomenologis-hermeneuttinen metodi arvelutti, sillä teoreettisen viitekehyksen luominen alkuvaiheessa on vahvistanut omia esikäsityksiäni aiheesta. On kyettävä jättämään omat käsitykseni sivuun aineistonkeruun ja analyysin ajaksi, jotta saan haastattelemieni opettajien kokemukset esiin. En usko tämän tuottavan ongelmia, koska tiedostan omat ennakkokäsitykseni. Toivon opettajien kokemusten haastavan teoreettisen viitekehyksen ja omat esikäsitykseni, jotta saan kuvan toiminnallisen matematiikan roolista alkuopetuksen matematiikan opetuksessa.

Oma käsitykseni toiminnallisesta matematiikasta on muotoutunut kokemuksistani opettajana sekä koulutukseni aikana. Alkuopetuksen matematiikanopetuksen on mielestäni sisällettävä lapselle luontaista leikkiä, paljon toimintaa ja lapsen omaa puhetta aiheesta. Matematiikan kieli tulee esiin toiminnan yhteydessä. Opetuksen tulee olla monipuolista ja joustavaa. Li-

säksi opetuksessa tulee huomioida oppilaiden erilaisuus ja erilaiset oppimistyylit. Ennakkokäsitykseni mukaan oppikirja tukee oppimista, mutta etenemisen määrittää ohjatun toiminnallisuuden avulla tapahtuva oppiminen.

5 TUTKIMUKSEN TOTEUTTAMINEN

Tutkimukseni aluksi perehdyin aihetta käsittelevään kirjallisuuteen ja loin pohjaa tutkimukseni menetelmille. Kun olin hahmotellut tutkimukseni teoreettisen viitekehyksen, aloin pohtia tutkimuksen tekemisen menetelmiä. Tässä yhteydessä minun oli pohdittava aineistonkeruumenetelmää ja tutkittavan ilmiön luonnetta. Oli pohdittava, mitä haluan saada selville. Koin työn olevan mielekkäämpää, jos tutkin toiminnallisuuden käyttöä, enkä sen käyttämättä jättämistä. Halusin selvittää, miksi opettajat käyttävät toiminnallisia menetelmiä ja miksi.

Tutkimustehtävä loi pohjan tutkimusotteelle ja siihen sopiville menetelmille. Menetelmään kietoutuvat kaikki tutkimuksen osa-alueet teoreettisen viitekehyksen olemassaolosta aineistonkeruuseen, analyysiin ja raportointiin, sekä luotettavuuteen ja eettisyyteen liittyvät tekijät. Mielessäni pyörivät sekä fenomenologia että hermeneutiikka, sillä halusin tutkia opettajien kokemuksia. Päädyin vihdoin fenomenologis-hermeneuttiseen menetelmään, koska tulkitsen opettajien käsityksiä olemassa olevasta ilmiöstä. Kakkori (2009, 274) kirjoittaa fenomenologian ja hermeneutiikan yhdistämisen olevan riski, sillä ne ovat keskenään ristiriidassa olevia filosofisia suuntauksia. Näiden suuntausten käsitys tuotuudesta on erilainen. Fenomenologinen filosofia arvelutti myös siksi, että teoreettisen viitekehyksen luominen alkuvaiheessa on vahvistanut omia esikäsityksiäni aiheesta. Minun oli siis pidettävä riskitekijät mielessäni ja pyrittävä ratkaisemaan nämä filosofiset ongelmat. Fenomenologiselle menetelmälle tyypilliseen tapaan, minun on kyettävä jättämään omat käsitykseni sivuun aineistonkeruun ja analyysin ajaksi, jotta saan haastattelemieni opettajien kokemukset esiin. Kirjallisuuden tutkimisen kautta havaitsin filosofisten suuntausten nimien järjestyksen vaihtelevan ja pohdin asiaa oman tutkimukseni kautta. Päädyin mainitsemaan fenomenologisen ensin, sillä se vaikuttaa tutkimukseni tutkitta-

van ilmiön ja siitä saatavan tiedon määrittäjänä. Hermeneutiikan mainitsen vasta fenomenologian jälkeen, koska se tulee mukaan kuvaan analyysissä, jossa tulkitseen opettajien puheita. Tästä syystä tutkimukseni on fenomenologis-hermeneuttinen, eikä hermeneuttis-fenomenologinen.

5.1 Fenomenologia opettajien kokemusten tutkimuksessa

Fenomenologisen tutkimuksen taustalla vaikuttaa vahvasti ajatus ihmisestä, joka kykenee omilla ilmaisuillaan tuomaan esiin kokemuksiaan ilmiöistä. Toisaalta ihminen on myös kykenevä tulkitsemaan toisen viestejä. Tässä tutkimuksessa humanistinen ihmiskäsitys tuo esiin ihmisen, joka kommunikoi kielen avulla sosiaalisesti konstruoituneessa todellisuudessa. (Laine 2010, 28.) On olemassa yksi todellisuus, mutta jokaisella ihmisellä on siitä oma käsityksensä. Niikko (2003,13–14) kirjoittaa ihmisten kokevan ilmiöt eritavalla ja siksi onkin tärkeää saada esiin juuri yksilölliset kokemukset toiminnallisen matematiikan opetuksesta. Fenomenologia antaa siis toiminnallisen matematiikan tutkimiselle ontologisen taustan.

Tieto rakentuu kielen avulla sosiaalisissa tilanteissa ja on siten jokaiselle ihmiselle erilainen. Ei ole olemassa vain yhtä totuutta vaan on olemassa monenlaisia totuuksia ja tiedon ilmentymiä. Tässä tutkimuksessa tutkijalla on mahdollisuus sosiaalisen vuorovaikutuksen kautta saada näkyväksi opettajien käsityksiä ja toisaalta välittää niitä oman tulkintansa kautta tutkimuksen lukijoille. Ehdotonta totuutta ei saada esiin, ainoastaan tulkintoja opettajien käsityksistä ja kokemuksista. (Hirsjärvi & Hurme 2008, 16–18.) Niikko (2003, 15) puolestaan kirjoittaa jokaisen yksilön kokemuksen olevan totta hänen omassa todellisuudessa. Näitä yksilöllisiä kokemuksia voidaan verrata tietyssä kulttuurikontekstissa toisiinsa. Kokemukset ovat lähtökohtana käsitysten luomiselle ja ajattelulle (Niikko 2003, 18). Opetta-

jien kokemusten tulkinnoissa on pyrittävä pääsemään mahdollisimman lähelle opettajien tarkoitusperiä ja muistettava, että opettajan ilmaisuissa on läsnä hänen sosiaalinen elämäntilanteensa ja kokemuksensa. Myös tutkija on yksi tutkimuksen välineistä, sillä hän tuo tulkintojensa kautta esiin oman totuutensa opettajien näkemyksistä. Laine (2010, 32–34) kirjoittaa hermeneuttisessa kirjallisuudessa esiintyvistä esiymmärryksestä, jolla käsitellään tapoja, joilla tutkija ymmärtää aihettaan jo ennen tutkimuksen tekemistä.

Omat käsitykseni matematiikan opetuksesta niin oppilaana kuin opettajanakin vaikuttavat tulkintojeni taustalla. Erityisen voimakkaina ovat käsitykset, jotka olen saanut opettajankoulutuksessa. Fenomenologisessa tutkimuksessa tutkijan on jätettävä omat käsityksensä sivuun aineiston keuruun ja analyysin ajaksi, jotta hän voisi aidosti ymmärtää haastateltavan esiin tuomia merkityksiä. Nämä esikäsitteet luovat yhteisen kokemuspohjan tutkijan ja tutkittavan välille. Tutkijan tulee tiedostaa tutkimuksen subjektiivinen luonne ja pyrkiä tulkinnoissaan mahdollisimman laajaan objektiivisuuteen. (Perttula 2006, 135, 138–139; Hirsjärvi & Hurme 2001, 49.)

Tarkoituksena on saada näkyväksi opettajien kokemuksia toiminnallisen matematiikan opettamisesta. Tutkimuksen kannalta tutkijan ihmiskäsitys on merkittävä osa tutkimusta, sillä tutkittaessa ihmisen kokemuksia ja käsityksiä, on kyettävä ymmärtämään ihmisen luonnetta tiedon jakajana (Laine 2010, 28). Tutkimusta voidaan luonnehtia fenomenologiseksi, sillä tutkimuksen keskeisiä käsitteitä ovat kokemus, merkitykset ja yhteisöllisyys. Fenomenologia tuo esiin sen, miten asia, tässä ilmenee. Tarkoitukseni on tutkia toiminnallisen matematiikan olemusta. Fenomenologia tuo esiin sen, miten asia tässä ilmenee. (Kakkori 2009, 274; Raatikainen 2004, 100.)

5.2 Hermeneuttinen tulkinta opettajien näkemyksistä

Haluan selvittää, miten opettajat kokevat toiminnallisen matematiikan omassa opetuksessaan. Jotta opettajien kokemukset välittyisivät minulle mahdollisimman tarkasti teen opettajien puheista tulkintaa, jota nimitän hermeneuttiseksi tulkinnaksi. Kakkorin (2009, 276–277) artikkelin ja Raatikaisen (2004, 92, 96) teoksen kautta tutustuin Wilhelm Dilthey'n käsityksiin perinteisestä hermeneutiikasta. Dilthey käsitti vähitellen, että ihmisen ymmärtämisessä empatia ei ole oleellista, vaan oleellista on toisen ihmisen asemaan asettuminen. Sitä kautta ihmisen kokemuksista voidaan saada tietoa, mutta koskaan tieto ei voi vastata kokemusta täydellisesti. Diltheyn jälkeen hermeneutiikka kehittyi ja alettiin puhua filosofisesta hermeneutiikasta, jonka edustajana Hans-Georg Gadamer (2004, 94–98) toi esille oman versionsa hermeneuttisesta kehästä. Ihmisen ymmärtäminen on kielellistä yhteisymmärrystä, johon on mahdollista päästä keskustelun avulla. Kaikkein oleellisinta on kuunteleminen, sillä vain sen avulla on mahdollista päästä sisälle haastateltavien kokemuksiin.

Keskustelu on vuorovaikutusta aineiston ja sieltä nousevien yksityiskohtien välillä. Laadulliselle tutkimukselle tyypillinen ymmärrys on vahvasti riippuvainen tutkijan tekemistä tulkinnoista. Tässä tutkimuksessa käytetään hermeneuttista tapaa tulkita opettajien ilmaisuja. Ilmaisut ovat läsnä kaikissa vuorovaikutustilanteissa ja niitä tulkitaan aina jollain tavoin. Ilmaisut voivat olla käsitteitä, sanoja, eleitä ja ilmeitä ja ne kantavat sisällään arvotuksia, jotka ovat syntyneet ilmaisijansa koulutuksen, työuran ja elämäkokemuksen myötä. (Laine 2010, 30; Tuomi & Sarajärvi 2006, 33–34.)

Tutkimuksen alussa syntyi teoreettinen viitekehys. Tämän pohjalta luotiin teemahaastattelurunko, jonka tarkoituksena oli ohjata haastattelussa käytävää keskustelua. Fenomenologis-hermeneuttiselle tutkimusmetodille on kuitenkin ongelmallista vahvan taustateorian olemassa olo. Ennakkoletukset on pyrittävä sulkeistamaan eli tutkijan on kyettävä jättämään taustalla vaikuttava teoria sivuun aineiston keruun ajaksi (Kakkori 2009,

274–275; Raatikainen 2004, 100–101). Jotta opettajien puheiden tulkinta olisi mahdollisimman puhdasta, oli jo kysymysten asettelussa pyrittävä välttämään taustateorian vaikutusta. Haastattelurungossa käytetään opettajien arkikielen ilmaisuja, eivätkä esimerkiksi matematiikan solmukohdat, toimintamateriaali tai aistikanavat tule esiin haastattelussa ellei opettaja tuo niitä esiin. (Laine 2010, 31.)

Tutkimusta voidaan nimittää fenomenologis-hermeneuttiseksi, koska sen taustalla vaikuttaa toiminnallinen matematiikka fenomenologisena ilmiönä, jonka olemuksesta on mahdollista saada tietoa. Toisaalta ilmiön olemuksesta otetaan selvää hermeneuttisen tulkinnan avulla. Tärkeää on tiedostaa nämä käsitykset tutkimuksen taustalla ja suhtautua niihin kriittisesti ja refleksiivisesti. Koko ajan on kuitenkin muistettava, että taustalla vaikuttavan fenomenologisen ontologian mukaan, täydellisen aitoa kokemuksen toisintoa ei ole mahdollista saavuttaa. (Perttula 2006, 135–138.)

5.3 Teemahaastattelulla tietoa opettajien kokemuksista

Tutkimukseni aineistonkeruumenetelmäksi valitsin haastattelun. Päädyin tähän vaihtoehtoon, koska tällä menetelmällä on mahdollista saada näkyväksi opettajien toiminnalliseen matematiikkaan liittyvistä kokemuksista. Haastattelussa voidaan tehdä tarkentavia kysymyksiä ja varmistaa oikeinymmärrystä puolin ja toisin. Fenomenologisen totuuskäsityksen ohjaamana halusin kuulla, minkälaisia merkityksiä opettajat antavat toiminnallisen matematiikan kokemuksilleen. Tähän teemahaastattelu antoi tähän parhaan mahdollisuuden. Perttula (2006, 137, 153) kirjoittaa kokemuksen olevan elämäntilanteessa koettu elämys. Valitsin tähän tutkielmaan haastateltaviksi opettajia, jotka ovat saaneet kokemuksia tutkittavas-

ta aiheesta. Jokaisen opettajan kokemus on yksilöllinen eikä siihen tule asettaa ennakkokäsityksiä.

Ennen haastattelua lähetin opettajille ennakkokirjeen, jonka tarkoituksena oli herättää heidät pohtimaan toiminnallista matematiikkaa ja saada taustatietoja opettajien toimintaympäristöstä. Kerroin ennakkokirjeessä opettajille tutkimuksen luonteesta ja aihepiiristä. Ennakkokirjeellä pyrin laajentamaan haastattelulla saatavan tiedon määrää. Toisaalta pyrin kirjeen avulla luomaan luottamuksellinen suhteen haastattelijan ja haastateltavan välille.

Ennen varsinaisia haastatteluja tein esihaastattelun, jolla pyrin saamaan esille haastattelurungon heikkoudet, sekä luomaan varsinaisiin haastatteluihin tuttuuden tunnetta. Hirsjärvi ja Hurme (2008, 72–73) kirjoittavat, että esihaastattelulla kyetään parantamaan haastattelurunkoa ja arvioimaan varsinaisten haastattelujen kulkua. Esihaastattelun perusteella lisäsin ennakkokirjeeseen toiminnallisen matematiikan määrittelyn. Esihaastateltavani koki kysymykset mielekkäiksi ja helposti ymmärrettäviksi. Esihaastattelun haastattelurungossa, kysyttiin suoraan ”Minkälaisia opetusmenetelmiä käytät?” Tämä johtaa kuitenkin liian suoraan toiminnallisiin menetelmiin ja siksi tämä kysymysjakso vaihdettiin muotoon ”Minkälaisia matematiikantunteja tai opetuskokonaisuuksia pidät?”. Myös suunnittelua koskeva kysymyssarja muutettiin muotoon ”Miten valmistaudut matematiikan tuntiin?” Taltioin haastattelut haastattelunauhurin avulla. Teknisen laitteen koekäyttö oli tarpeen tehdä ennen varsinaista haastattelua. Myös tähän tarkoitukseen esihaastattelu oli paikallaan.

Tekemäni haastattelut noudattelivat teemahaastattelun periaatteita tuoden esiin toiminnallisen matematiikan viitekehyksestä nousevia teemoja. Viitekehyksestä nousevat teemat olivat tässä tapauksessa toiminnallisuuden muodot, opetettava aines, erilaiset oppijat ja opetuskokemukset. Teemahaastattelua voidaan kutsua myös puolistrukturoiduksi haastatteluksi, sillä haastattelu etenee ilman tiukkoja kysymyksiä (Hirsjärvi & Hurme 2008, 47–48). Ohjasin keskustelujen etenemistä haastattelun teemojen sisällä, mutta ilman teoreettisen viitekehyksen ydinkäsitteistöä. Näin minulla oli mah-

dollista saada laajempi ymmärrys haastateltavan kokemuksista. Valmistelmani haastattelurunko sisälsi tarkentavia kysymyksiä ja yksityiskohtaisempia teemasisältöjä, jotta sain haastattelun etenemään joustavasti eikä sen järjestys sitonut minua liikaa. Pyrin luomaan haastattelut mahdollisimman vapaamuotoiseksi, jotta saisin opettajan aidot käsitykset esiin. (Eskola & Vastamäki 2007, 27–28; Tuomi & Sarajärvi 2006, 75–77.)

Haastattelu on vuorovaikutustilanne, jonka tarkoituksena on luoda kuvaa haastateltavan ajatuksista (Hirsjärvi & Hurme 2008, 41). Jokaisella haastateltavallani oli oma tapansa keskustella ja siksi kaikki keskustelut olivat erilaisia. Joissakin keskusteluissa minun ei tarvinnut esittää montaakaan kysymystä, kun taas joissakin jouduin kysymysten avulla kaivelemaan tietoa esiin. Opettaja tekee työtään persoonallaan. Huomasin tämän pätevän myös haastatteluun. Yksi istui tyyneesti paikallaan ja kertoi rauhallisesti kokemuksistaan. Toinen taas esitti havainnollisesti matematiikka leikkejä hyppien ja taputellen.

5.4 Opettajat tiedonantajina

Päädyin haastattelemaan opettajia, jotka opettavat matematiikkaa alkuopetuksessa. Tutkimuksen kannalta on tärkeää, että haastateltavat kuuluvat tutkimuksen aihepiiriä käsittelevään toimintaympäristöön. Opettajien voidaan olettaa tuntevan matematiikan opetussuunnitelman sisältöjä, matematiikan opetusmenetelmiä sekä matemaattisen ajattelun kehittymistä sääteleviä tekijöitä. Nämä aihealueet ovat tulleet heille tutuiksi koulutuksen ja työkokemuksen kautta. Näin ollen teemahaastattelussa esille tulevat käsitteet ovat opettajille tuttuja. Lisäksi opettajat käyttävät puhetta työvälineenään ja siksi heidän voidaan olettaa olevan kykeneviä ilmaisemaan

ajatuksiaan puhuen. Tutkimuksessa käytetään niin montaa haastateltavaa kuin tiedon saannin kannalta on tarpeen. (Hirsjärvi & Hurme 2008, 83.)

Haastateltavien saaminen ei ollut aivan ongelmaton, sillä monet kieltäytyivät haastattelusta vedoten toiminnallisen matematiikan vähäisyyteen omassa opetuksessaan. *”Meill on niin vähän mitään matikan välineitä”* tai *”Mul on niin levottomii oppilaita, et en mä voi ottaa mitää toimintaa”*. Lopuksi päätin lähestyä opettajia mainitsematta toiminnallisuutta. Näin sain tutkimukselleni haastateltavia ja heidän kauttaan nousi esiin monipuolisia kokemuksia toiminnallisuudesta. Vielä haastattelun aluksi kolme opettajista kertoi, ettei käytä juurikaan toiminnallista matematiikkaa. Tutkimuksen kannalta oli tärkeää saada haastateltaviksi erilaisia kokemuksia omaavia opettajia ja tässä onnistuinkin hyvin.

Tein haastattelun ensin viidelle opettajalle, mutta myöhemmin haastattelin vielä kuudetta opettajaa, jonka uskoin antavan uutta näkökulmaa aineistoon. Kuudella haastatteluaineistolla uskon saavuttaneeni aineiston kyläläntymisen, enkä uusilla haastattelulla olisi enää saanut uutta tietoa aiheesta (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara, 2009, 181–182). Haastatelluilla opettajilla on kaikilla yli seitsemän vuoden kokemus opettajan työstä. Kaikki opettajat ovat päteviä luokanopettajia ja lisäksi kahdella heistä on erityisopettajan, kolmella lastentarhanopettajan pätevyys ja yhdellä aineenopettajan pätevyys. Kolme opettajista opetti ensimmäistä luokkaa ja kolme toista luokkaa. Kaksi opettajaa kertoi käyttävänsä Varga-Nemény-menetelmää. Neljä opettajaa kertoi olleensa huonoja matematiikassa omana kouluaikanaan, mutta kaikki haastateltavat pitivät matematiikan opettamisesta. Tein kolme haastattelua Kokkolassa ja kaksi tein Vantaalla.

Haastatteluun osallistui kaksi työparia, joista toista paria haastattelin parihaastatteluna. Hirsjärvi ja Hurme (2008, 62–63) kirjoittaa parihaastattelun olevan toimiva ratkaisu, mikäli henkilöt kykenevät yhteisessä tilanteessa tuomaan esille oman mielipiteensä ilman toisen dominoivaa vaikutusta. Haastatteleman työpari on toiminut yhdessä jo pitkään ja molemmat saivat eriävätkin kokemuksensa kuuluviin. Eskola ja Suoranta (1998, 87) kir-

joittavat haastattelun kehittyvän haastattelusta toiseen. Kolmen ensimmäisen haastattelun jälkeen havaitsin opettajien tuovan runsaasti esiin perusteluja toiminnalliselle matematiikalle ja viimeisissä haastatteluissa osasin jo tarttua näihin perusteluihin syvemmin. Toisaalta ensimmäisissä haastatteluissa opettajien kokemukset toiminnallisuuden tilannekohtaisuudesta olivat vähäisiä, joten viimeisissä haastatteluissa pyrin tarkentamaan näitä kysymyksiä. Keräsin aineiston haastateltavien valitsemassa paikassa, joka kaikissa tapauksissa oli koulu. Loin tilanteen rauhalliseksi ja kiireettömäksi, jotta keskustelulle olisi hyvä ilmapiiri (Eskola & Vastamäki 2007, 29,35).

Siirsin haastatteluaineiston tietokoneelle, jossa litteroin sen ensimmäiseen vaiheeseen mahdollisimman tarkasti (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara 2009, 222). Toisessa vaiheessa aineistosta poistettiin sisältöön vaikuttamattomat turhat sanat, kuten tota, niinku, joo, nii-i. Osa haastateltavien sanoista (noita, tollasia) viittasi luokassa oleviin toimintamateriaaleihin, joten nämä kirjoitettiin materiaalin nimenä (numerotaulu, helmitaulu). Litteroitua haastattelua syntyi noin 96 sivua. Kuuntelin haastatteluja useaan kertaan saadakseni kokonaiskäsityksen esille nousseista teemoista. Havaitsin aineiston tuovan esiin paljon mielenkiintoisia asioita, joita Kiviniemen (2010, 73, 80) mukaan tulee rajata tutkimuksen kannalta kaikkein oleellisimpaan.

5.5 Aineistolähtöinen sisällönanalyysi

Fenomenologis-hermeneuttisen tutkimukseni teknisen analyysin tein käyttäen sisällönanalyysille tyypillistä ryhmittelyä ja luokitteluja. Aineiston analyysi käynnistyi jo haastattelujen aikana, kun huomasin opettajien tuovan esiin aiheita, jotka olivat samankaltaisia toisten opettajien ajatusten kanssa (Hirsjärvi & Hurme 2008, 135—136). Joissakin haastatteluissa teemat nousivat esiin kysymättä ja teoreettisen viitekehyksen aiheet ponnahtivat keskustelun keskiöön. Opettajien puheet toivat tutkittavasta ilmiöstä esiin

merkityksiä, jotka olivat yhteisiä muillekin haastateltaville. Joskus yksittäiset sanat olivat samoja, mutta niiden saama merkitys oli eri. Välillä hyvinkin erilaiset puheet merkitsivät samaa.

”Et ne tulee sieltä elämästä ne tarinat.” (C3,14)

Tässä puheessa tulkitsin tarinan tarkoittavan matemaattisen tehtävän aihetta ja taustatarinaa, kun taas seuraavassa esimerkissä tulkitsin tarinan tarkoittavan lapsen tuottamaa kertomusta matematiikan tehtävästä.

”Nehän puhuu sitä matikkapuhetta paljon. Sitten kun tehään näitä juttuja, ni lasten pitää kertoa, meil on ollu ihan tilanteita et ne on tullu ihan eteen ja niil on ollu kasa nalleja ja ne on saanu siinä kertoo matikkatarinoita.” (C3, 13–14)

Tässä toteutin tarkan kuuntelemisen tekniikkaa ja pyrin asettumaan fenomenologiselle tutkimukselle tyypilliseen tapaan tutkittavan kokemukseen sisälle (Perttula 2006, 138). Kun viisi haastattelua oli tehty, poimin aineistosta yksityiskohtia, joiden huomasin toistuvan opettajien puheissa. Gadamer (2004, 83) kuvaa hermeneuttista tulkintaa seuraavasti: *”Vaihtuvien ilmiöiden virrassa nähdään siellä täällä jotain samaa. Ilmiöiden toistuvasta tunnistamisesta syntyy vähitellen yhtenäinen kokemus.”* Kirjasin tällaisia Gadamerin mainitsemia samankaltaisia yksityiskohtia ryhmiin, joille annoin niitä yhteisesti kuvaavia nimiä. Sama yksityiskohta saattoi sopia useaan ryhmään, eikä tässä vaiheessa ollut vielä nähtävissä hierakkisuutta, joita sisällönanalyyssissä voisi kutsua ylä- tai alaluokiksi, joten kutsuin niitä tässä vaiheessa ryhmiksi. Näitä ryhmiä syntyi useita kymmeniä esimerkkinä puhuminen, konkreettinen, aistit, liikkuminen, välineet, kivaa, suunnittelu, resurssit, yhteistyö ja oppiaineitten yhdistäminen. Tein yksityiskohtien ryhmittelyä Word-ohjelmalla. Koodasin haastattelut kirjain ja numeromerkein. Kirjasin ryhmät, joiden alle kokosin siihen liittyvät puheen osat, kopioi – liitä toiminnolla.

Seuraavaksi lähdin tarkastelemaan kokonaisaineistoa uudelleen ryhmä kerrallaan. Etsin aineistosta puhetta, joka viittaa kyseiseen ryhmään. Tutkijana minun oli tuotava esiin ilmaisujen laajempi ymmärrys, jotta tutkimuksessa saataisiin näkyviksi opettajien todelliset käsitykset toiminnallisen matematiikan käytöstä opetuksessa. Gadamer (2004, 96) kirjoittaa yhteisymmärryksestä, joka saadaan aikaiseksi kun käydään keskustelua osapuolten välillä. Opettajat eivät ole yksittäisiä toiminnallisen matematiikan edustajia, vaan he kuuluvat opettajien yhteisöön, jossa heitä yhdistää samankaltainen koulutus ja opetussuunnitelma. Opettajien voidaan olettaa antavan yhteisiä, intersubjektiivisiä merkityksiä matematiikan opettamisesta. Koin itsekini kuuluvani tähän yhteisöön, eikä minun ollut tarpeellista tehdä tarkentavia kysymyksiä esimerkiksi oppimateriaaleista, sillä olen käyttänyt Tuhattaituria ja Opitia omassa työssäni. Vaikka opettajat voidaan nähdä tietyn yhteisön jäseninä, he ovat kuitenkin yksilöitä, jotka tuovat omat kokemuksensa käsitystensä taakse. (Laine 2010, 30; Tuomi & Sarajärvi 2006, 33–34.)

Tutkimukseni tässä vaiheessa totesin yhden haastattelun poikkeavan selvästi neljästä muusta ja päätin tehdä vielä yhden haastattelun, jolla uskoin saavani lisätukea poikkeavan haastattelun aineistoon. Poikkeava aineisto sisälsi tutkimuksen kannalta arvokkaita kokemuksia, joten toivoin saavani niitä lisää. Kun olin saanut uuden aineiston yksityiskohdat sijoitettua ryhmiin, pohdin taas hermeneuttiselle analyysille ominaiseen tapaan aineistoa kokonaisuutena. Tässä vaiheessa pohdin tämän tutkimuksen teoreettista viitekehystä ja näin mahdollisuuksia yhdistää ryhmiä luokiksi.

Tutkimusta ohjaa toiminnallisen matematiikan taustalla vaikuttava teoreettinen viitekehys, johon opettajien puheita peilataan. Teoreettinen viitekehys on tutkijan oma näkemys toiminnalliseen matematiikan taustalla vaikuttavista tekijöistä ja se koostuu aiheen teorioista ja tehdyistä tutkimuksista. Toiminnallisen matematiikan tarpeellisuudesta alkuopetuksessa näyttää teorian perusteella vallitsevan laaja yksimielisyys. Tutkimus ei pyri vahvistamaan viitekehysten teoreettista maailmaa, vaan tuomaan näkyväksi toiminnallista matematiikkaa käyttävien opettajien kokemuksia ai-

heesta suhteessa tutkimustehtävään. Toiminnallisen matematiikan käsitteet ovat opettajien sosiaaliseen työympäristöön kuuluvia käsitteitä ja siksi niitä voidaan pitää tutkijan ja opettajien välillä melko luotettavina tiedonantajina. (Tuomi & Sarajärvi 2006, 18, 31.)

Palasin taas aineistoon ja pohdin luokkien yhdistämistä kohdistuen niitä tutkimuskysymysten suuntaan. Luokiksi syntyivät: opettajien oppimiskäsitys, lapsennäkökulma, kehollinen toiminta, toimintavälineiden käyttö, matematiikkapuhe, matematiikka luonnossa, matemaattisen ajattelun vaiheet, lapsen kokemusmaailma, eriyttäminen, suunnittelu, suhde oppikirjaan, sähköinen materiaali ja resurssit. Tämän jälkeen yhdistin luokkia yläluokiksi, joiden avulla saisin vastauksia tutkimuskysymyksiini.

Tutkimuksen yläkysymys on ”Minkälaisia kokemuksia luokanopettajilla on toiminnallisesta matematiikasta? Tähän kysymykseen kokosin opettajien puheiden kautta syntyneitä alaluokkia, jotka eivät sopineet tutkimuksen alakysymyksiin, mutta pidin niitä merkittävinä kokemuksina selittämään opettajien kokemuksia toiveiden taustalla. Opettajat toivat selvästi esiin toiveensa käyttää enemmän toiminnallista matematiikkaa. Tässä luokassa opettajat tuovat esiin syitä, miksi kokevat toiveen jääneen täyttämättä. Sain vastauksia luokista suunnittelu, suhde oppikirjaan ja resurssit. Tämä luokka antoi paljon mielenkiintoista ajateltavaa ja toi esiin ristiriitaisia ajatuksia opettajien käsitysten ja opetuksen toteutuksen välillä. Opettajat kokevat toiminnallisuuden tärkeäksi, mutta toteuttavat sitä mielestään liian vähän. Tämä luokka toi esiin näitä ristiriitaisia kokemuksia.

Tutkimuksen alakysymykseen ”Miksi luokanopettajat käyttävät toiminnallista matematiikkaa alkuopetuksessa?” sain vastauksia hermeneuttiselle tutkimukselle ominaisen kehämäisen tarkastelun tuloksena. Pohdin vuorotel- len opettajien puhetta ja haastattelua kokonaisuutena, jotta saisin ymmär- ryksen puheen merkityksestä. Ensin täytyy ymmärtää kokonaisuus, jotta voi tietää miten yksittäiset osat siihen liittyvät (Gadamer 2004, 29). Opetta- jat toivat esiin matemaattisen ajattelun kehittymisen konkreettisesta toi- minnasta kohti abstraktia ajattelua ja mainitsivat alkuopetusikäisen lapsen

olevan konkreettisen kehityksen vaiheessa. Opettajat toivat esiin myös matematiikkapuheen ja eri aistikanavien kautta tapahtuvan oppimisen. Luokat opettajien oppimiskäsitys ja lapsen näkökulma, yhdistin yläluokaksi perustelut toiminnalliselle matematiikalle. Seuraavassa esitän ajatuspolkuni opettajan puheesta vastaukseksi tutkimuskysymykseeni.

Aluksi oli sekalainen joukko opettajien puheenpätkiä, jotka sitten löysivät tiensä samankaltaisten ilmausten joukkoon. Opettaja puhui abstraktista ja konkreettisesta.

”Tämän ikäinen lapsi ei ajattele abstraktisti vielä, vaan se on konkreettiin sidottu” (S3.4)

Pohdin sanojen merkitystä suhteessa lauseeseen, aineistokokonaisuuteen ja muiden opettajien antamiin aineistoihin. Tämä ja muut lauseet, joissa opettajat puhuvat abstraktista ja konkreettisesta ajattelusta, yhdistin omaksi ryhmäkseen. Tälle ryhmälle annoin nimeksi: konkreettisesta abstraktiin. Seuraavaksi tarkastelin muodostunutta ryhmää suhteessa teoreettiseen viitekehykseen, jossa konkreettinen ja abstraktiajattelu tulevat esille Piaget’n kehitystasojen muodossa. Samalla tavalla muotoutuivat myös muut ryhmät: monikanavaisuus, toiminta, matikkapuhe, ajattelun vaiheet, lapsen kokemusmaailma, yhteistyö, innokkuus, oppii ja ymmärrys. Vähitellen opin kuulemaan opettajien antamat merkitykset yhteisenä merkityksenä opettajien oppimiskäsityksestä ja toisaalta lapsen näkökulmasta. Muodostin opettajien oppimiskäsityksestä ja lapsen näkökulmasta alaluokat, joista yhdessä muodostin hierarkkisesti ylemmän luokan, perustelut toiminnallisuudelle. Seuraavassa taulukossa tuon esiin analyysin opettajien puheesta tutkimuskysymysten vastauksiksi. (Taulukko 1.)

TAULUKKO 1. Analyysin eteneminen opettajien puheesta tutkimuskysymyksen vastaukseksi.

	PUHE	RYHMÄ	ALALUOKKA	LUOKKA
<p>"Tämän ikäinen lapsi ei ajattele abstraktisti vielä, vaan se on konkreettiin sidottu". (S3.4)</p>	P1,9-8	KONKREETTISESTA ABSTRAKTIIN	OPETTAJEN OPPIMISKÄSITYS	PERUSTELUT TOIMINNALLISUUDELLE (Miksi opettajat käyttävät toiminnallista matematiikkaa?)
	S3,4			
	S3,6			
	P5,1			
	P5,7			
	P1,10	MONIKANAVAISUUS		
	A2,11			
	S3,1			
	K4,6			
	EL4,7			
P5,1	TOMINTA			
A2,11				
S3,1				
EL4,4				
<p>"Et miten sä sait ton tuloksen, ni ne osaa selittää sen. Mä ajattelin ensin näin ja sit näin ja sit näin, joku sanoo et mä taas ajattelin sen näin." (K4.4)</p>	K4,4	MATEMATIIKKAPUHE	LAPSEN NÄKÖKULMA	
	S3,13-14			
	EL4,1	AJATTELUN VAIHEET		
	K4,4			
	P5,4			
	P5,1	LAPSEN KOKEMUSMAAILMA		
	S3,2-3			
	S3,5			
	P5,7			
	S3,14	YHTEISTYÖ		
A2,2				
A2,10				
<p>"Kaikki tekee ihan into piukeena." (P5,8)</p>	K4,1	INNOKKUUS	LAPSEN NÄKÖKULMA	
	K4,4			
	S3,14			
	P1,6-7			
	A2,7			
<p>"Sit joku toinen laps selittää sen, ni se hoksaa heti." (A2,12)</p>	A2,11	OPPII	LAPSEN NÄKÖKULMA	
	S3,5			
	P5,8	YMMÄRRYS		
	A2,10			
	K4,8			
	P5,8			
	A2,11			
A2,12				
S3,5				

Tutkimuskysymykseen ”Minkälaista toiminnallista matematiikkaa opettajat käyttävät?” sain vastauksia luokista kehollinen toiminta, toimintavälineiden käyttö, matematiikkapuhe ja matematiikka luonnossa, jotka yhdistin yläluokaksi toiminnallisen matematiikan muodot. Näistä puheita löysin yhtymäkohtia teoreettisessa osassa esitettyihin alkuopetuksen toimintaympäristön ja matematiikan opetuksen kohtiin.

Seuraava esimerkki tuo esiin analyysipolun puheesta tutkimuskysymyksen vastaukseksi. Kuuntelemalla aineistoa, havaitsin opettajan puhuvan toimintavälineistä. Poimin sen Word-ohjelman kopioi toiminnolla toiseen tiedostoon.

”Mulla on lapset ympärillä täällä lattialla ja mul on esineitä, eläimiä tai täpläkortteja tai kyniä tai loogisia paloja tai värisauvoja ja me lasketaan.” (S3,2)

Kun luin muita puheenosia tiedostosta, keräsin omaksi ryhmäkseen kaikki puheenosat, jossa puhuttiin matematiikkavälineistä. Tässä vaiheessa löysin yhtymäkohtia teoreettiseen viitekehykseen, sillä muun muassa Varga-Neményi-menetelmässä käytetään matematiikkavälineitä. Kun olin samalla tavalla luonut ryhmiä askartelutarvikkeista, kotitaloustarvikkeista ja luonnon materiaaleista, yhdistin ne alaluokaksi toimintamateriaalit. Kun sitten olin yhdistellyt keholliseen toimintaan ja matematiikkapuheeseen liittyvät ryhmät omiksi alaluokikseen, muodostin luokan toiminnallisuuden muodot, jonka kautta sain vastauksia tutkimuskysymykseeni. Analyysipolkua voidaan tarkastella myös seuraavan taulukon avulla. (Taulukko 2.)

TAULUKKO 2. Analyysimalli opettajien puheesta toiminnallisuuden muodoiksi

"Ope antaa jonku tehtävä, vaikka et mee viitosen päälle ja hvpi yhdellä jalalla viis kertaa". (P1,8)	P1,6	ASTUTAAN, HYPITÄÄN	KEHOLLINEN TOIMINTA	
	P1,8			
	S3,14			
	EL4,8			
	P5,7			
Tässä mull on viis ja tai otetaan viis askelta tai viis taputusta.(P1,8)	S3,6	LIKUNTALEIKKI	KEHOLLINEN TOIMINTA	
	P1,8			
	A2,10			
	S3,3			
	K4,3			
Mulla on lapset ympärillä täällä lattialla ja mul on esineitä, eläimiä tai täpläkortteja tai kyniä tai loogisia paloja tai värisauvoja ja me lasketaan. (S3,2)	A2,8	TAPUTUS		
	P1,6			
	P1,8			
	P5,1			
	P5,7			
kun sen selittää ääneen, ne hahmottaa paremmin, miten se juttu on mennyt tai jonku vaikka laskenu. (EL4,1)	K4,2	OPPILAISTA RYHMIÄ		
	K4,6			
	P5,7			
	P1,4			
	A2,5			
Ulkonahan voi tehdä lukemattomia asioita, voi mennä keräämään kuus käpyä	A2,8	MATEMATIIKKA-VÄLINEET	TOIMINTA-MATERIAALI	TOIMINNALLISUUDEN MUODOT (Minkälaisia toiminnallisuutta opettajat käyttävät?)
	S3,2			
	S3,7-8			
	EL4,11			
	A2,8			
	EL4,9	ASKARTELUTARVIKKEET	TOIMINTA-MATERIAALI	
	P5,1			
	P5,2			
	A2,9			
	S4,7			
	S3,8	KOTITALOUSTARVIKKEET		
	P5,1			
	P5,2			
	A2,7			
	P1,2-3			
	S3,11	LUONTO		
	A2,12			
	S3,14			
	K4,1			
	EL4,11			
	S3,2-3	YHTEISYÖ	MATEMATIIKKA-PUHE	
	S3,14			
	EL4,11			
	P5,4			
	S3,13-14			
	S3,14	SANALLISTAMINEN	MATEMATIIKKA-PUHE	
	P1,2-3			
	A2,2			
	A2,4			
	S3,11			
	EL4,5	MATEMATIIKAN KIELI	MATEMATIIKKA LUONNOSSA	
	P5,3			
	A2,2			
	A2,4			
	S3,11			
	S3,11	PIHA		

Tutkimuskysymykseen "Missä tilanteissa opettajat käyttävät toiminnallista matematiikkaa?" sain vastauksia luokista matemaattisen ajattelun kehittyminen ja eriyttäminen. Nämä luokat yhdistin yläluokaksi tilanteet. Teoreettisessa osassa tuotiin esiin matemaattisen ajattelun vaiheita ja erilaisten oppilaiden näkökulmaa.

Tein jälleen poimintoja opettajien haastatteluaineistosta. Seuraava esimerkki kuvaa erästä analyysipolkua puheesta tutkimuskysymyksen vastaukseksi.

”Semmoset lapset, joilla on oppimisvaikeuksia, niin se selvästi selkeyttää paremmin sitä hahmottamista” (A2, 8)

Poimin tämän puheen osan erilliseen tiedostoon, koska tässä opettaja puhuu oppimisvaikeuksista ja tulkitsin sen kuvaavan erilaisuutta. Yhdistin tämän ryhmäksi muiden erilaisuutta kuvaavien puheen osien kanssa. Kun sitten tarkastelin ryhmiä, yhdistin sen teoreettiseen tarkasteluuni. Ayres (1992) toi esiin erilaisten oppilaiden asemaa matematiikan opetuksessa. Muodostin alaluokan eriyttäminen, johon yhdistin ryhmät konkreettinen tuki ja erilaisuus. Tämän alaluokan puolestaan yhdistin matemaattisen ajattelun kehittymisen alaluokan kanssa luokaksi, jolle annoin nimeksi tilanteet. Tästä luokasta sain vastauksia kolmanteen tutkimuskysymykseeni. Seuraavan taulukon avulla voidaan tarkastella analyysipolkua tarkemmin. (Taulukko 3.)

TAULUKKO 3. Analyysimalli opettajien puheesta toiminnallisen matematiikan tilanteisiin.

PUHE	RYHMÄT	ALALUOKKA	LUOKKA
P1,9	TOIMINTA	MATEMAATTISEN AJATTELUN KEHITYMINEN	TILANTEET (Missä tilanteissa opettajat käyttävät toiminnallista matematiikkaa?)
S3,2			
S3,5			
P5,1			
S3,3	PUHE		
S3,14			
EL,12			
K,12	KUVA		
S3,3			
P5,1	SYMBOLI		
S3,3			
S3,4			
S3,7			
P5,1	KONKREETTINEN TUKI	ERYYTÄMINEN	
A2,4			
A2,8			
S3,6	ERILAISUUS		
A2,6			
A2,11			
S3,2			
S3,6			

puhutan ja teetän toteutan lapsilla aina kaiken toiminnallisesti, visuaalisesti käsillä tehden. Ennenkun se siirretään paperille. (S3,2)

Semmoset lapset, joilla on oppimisvaikeuksia, niin se selvästi selkeyttää paremmin sitä hahmottamista (A2, 8)

Taulukoiden kuvaamalla tavalla etenin analyysissä opettajien puheista tutkimustuloksiin. Fenomenologinen näkemys ilmiön tutkittavuudesta tuli esiin haastatteluaineiston kokonaisuuden ymmärtämisessä. Pysin eläytymään opettajan asemaan mahdollisimman hyvin. Hermeneuttinen tulkinta opettajien puheista korostui osuudessa, jossa muodostin ryhmiä. Tulkitsin sanoja ja lauseita sekä irrallisina puheen osina, mutta myös kokonaisuuksina. Konkreettisen tekninen muoto syntyi ryhmittelyn jälkeen sisällönanalyysistä tuttujen hierarkkisten luokittelujen avulla.

6 TUTKIMUSTULOKSET

Kuvailin edellisessä luvussa tutkimuksen toteuttamista ja tulosten syntyä. Huolellisesti laaditun teemahaastattelurungon avulla sain opettajien puheesta runsaasti aineistoa, jotka vastasivat tutkimuskysymyksiini. Tässä luvussa raportoin tulokset tutkimuskysymysten kautta ja pohdin niiden vastaavuutta suhteessa teoreettiseen osuuteeni.

6.1 Perusteluja toiminnallisen matematiikan käytölle

Tutkimuksen ensimmäisenä alakysymyksenä oli: *Miksi luokanopettajat käyttävät toiminnallista matematiikkaa alkuopetuksessa?* Tähän kysymykseen sain vastauksia luokasta, jossa opettajat antoivat perusteluja toiminnallisille menetelmilleen. Teemahaastattelussa ei kysytty suoranaisesti opettajan oppimiskäsityksestä, mutta opettajat toivat puheessaan esiin varsin paljon ajatuksiaan oppimisesta ja lapsen suhtautumisesta toiminnalliseen opetukseen. Näitä tulkitsin perusteluiksi toiminnallisille opetusmenetelmille.

Konkreettisesta abstraktiin

Opettajien kokemusten mukaan alkuopetusikäinen lapsi oppii konkreettisen toiminnan kautta. Sekä Piaget että Galperin ovat tuoneet esille oppimisen lähtökohtana olevan konkreettisten toimintojen, jotka riittävien kokemusten kautta siirtyvät sisäiseksi toiminnoksi. (Ikäheimo 2002, 9; Lindgren 1990, 62–63; Piaget 1988, 73.) Myös Haapasalo (2011,79) kirjoittaa

matemaattisen tiedon syntyvän sensomotoristen kokemusten kautta yhdistyksen vähitellen henkisiin toimintoihin. Tikkanen (2008, 73–74) yhtyy tutkimuksessaan edellisten kirjoittajien näkemyksiin ja kirjoittaa alkuopetusikäisen lapsen lukukäsityksen olevan vielä kehittymässä ja hänen ajattelunsa on vielä kokonaan konkreettisella tasolla, mutta runsaiden konkreettisten kokemusten kautta ajattelu on siirtymässä vähitellen formaaliseen vaiheeseen ja abstraktiin ajatteluun. Opettajat kokivat oppimisen kannalta tärkeänä, että opetus alkaa konkreettisella toiminnalla.

”Mää ajattelen, että tavallaan ettei heti hypätä semmoseen käsitteisiin ja abstraktiin. Että se tavallaan tulee niin konkreettiseksi että ne voi vaikka koskea niitä, et tässä mull on viis ja ne voi ihan niiku laskea näin. Tässä mull on viis ja tai otetaan viis askelta tai viis taputusta.” (A1.9-10)

”Tämän ikäinen lapsi ei ajattele abstraktisti vielä, vaan se on konkreettiin sidottu”. (C3.4)

”Kyllähän ne niinku hirmu konkreettisia on, että jos haluaa että ne ymmärtää, nii pitää olla tosi konkreettista,” (F5,1)

Monikanavaisuus

Opettajien puheessa nousi esiin monikanavainen oppiminen. Dehaene (1997,155,201) tuo omassa teoksessaan esiin aivojen rakenteellisen perustelun monikanavaiselle oppimiselle. Usean aistin kautta tulevat havainnot aktivoivat useita aivokuoren alueita ja muodostavat Haapasalonkin (2011,78) käsityksen mukaan neuroverkoston, jonka avulla tieto jäsentyy tehokkaammin. Myös Prashnig (2000, 191–192) kirjoittaa useiden aistien käytöstä oppimisessa. Opetus rakentuu liian usein vain kuulo- ja näköaistin varaan, vaikka monet lapset tarvitsevat oppimisensa tueksi myös liike- ja tuntoaistiaan. Ayres (2008,33) tukee Prashnigia monikanavaisesta oppimisesta ja hän lisää, että erityisesti oppimisen ongelmissa tulisi huomioida kaikkien aistikanavien käyttö. Opettajat toivat esiin useiden aistien kaut-

ta tapahtuvan oppimisen ja lasten erilaisten oppimiskanavien merkityksen oppimisessa.

”siis matematiikkahan ei voi olla toiminnallista ellei siinä ole tuntoaisti ja kuulo ja näkö ja joskus se hajuasitakin”.(C3.8)

”Jokaisella on se vahvin kanava, joka on varmasti eri lapsella eri, että toisille se kuulo on vahva ja toisille näkö, mutta sitte on niitä jotka tarvii sitä liike tai tuntoaistimusta, että mitä enemmän niitä kanavia saa käytettyä ni sen parempihan se on” (F5,7)

”Mikä tuossa toiminnassa onkin niin mahtava, että siinä tulee liike, visuaalinen, siinä tulee se kuulo.” (C3,16)

Opettajat puhuivat aistikanavien käytöstä, mutta lisäksi he puhuivat oppimisen yhteydessä tekemisestä ja toiminnasta. Tulkitsin myös toiminnan ja tekemisen liittyvän liike- ja tuntoaistin käyttämiseen oppimisessa.

”Mä ajattelen ihan semmosta fyysistä liikkumista ja jotain semmosta toimintaa joka liittyy semmoseen ajatteluun” (E4,4)

”Mul on ainakin tällä hetkellä semmosii, joille tuntuu et niille se toiminnallisuus on se ainoa kanava” (D4.7)

”että pääsee leikkimään, tekemään ja touhuamaan, että se oppiminen tapahtuu vahingossa.” (B2. 10)

Matematiikkapuhe

Opettajat kokivat puheen merkittäväksi oppimisen välineeksi. Oppilaiden välinen yhteistyö, ratkaisutavoista kertominen ja matikkatarinat jäsentävät

opettajien mielestä matemaattista ajattelua. Opettajien kokemukset saavat tukea teoreetikoilta, sillä Vygotsky ja Galperin korostavat juuri puheen merkitystä matemaattisen ajattelun kehittymisessä. Ääneen puhuminen, omien ratkaisujen perustelu ja toisten näkemysten kuuleminen kehittävät ajattelua merkittävästi. (Haapasalo, 2011, 79, 101; Hänninen 2001, 96–97.) Myös Tikkanen (2008, 73–77) nostaa esiin oppimisen vaiheen, jossa mielikuvat jäsentyvät puheen avulla symboliseen muotoon. Unkarilaisessa Varga-Neményi-menetelmässä matematiikkapuheella on keskeinen merkitys oppimisessa. Opettajat kertoivat käyttävänsä puhetta useissa erilaisissa tilanteissa.

”Asiat puhutaan ääneen, mä käyn välillä ihan yksitellen istuun niitten vieressä, et kerro mulle mitä laskit, kerro mulle miten teit tämän, kerro mulle mikä tässä oli se kysymys, kauheasti matikkapuhetta.” (C3,13–14)

”kun sen selittää ääneen, ne hahmottaa paremmin, miten se juttu on niinku menny tai jonku vaikka laskenu”. (D4.1)

”Mullahan on oppilaita, jotka saattaa kokoajan siinä kun mä selitän, söpöttää, että kolme puuttuu, kolme puhvelia menee pois, että se on puhuttava se juttu.” (C3 16)

Lapsen kokemusmaailma

Opettajat toivat esiin myös lapsen oman kokemusmaailman oppimisen lähtökohtana. Oppimisen tulee sijoittua lapsille tuttuihin asioihin, heidän arkipäiväänsä. Leikit, pelit ja rakentaminen kuuluvat Ikäheimon (2002, 7) mukaan lapsen luontaiseen toimintaan ja niitä tulisikin käyttää myös opetuksessa. Furness (2000, 14–16) puolestaan lisää tähän vielä lapselle luontaisen uteliaisuuden ja halun oppia elämässä tärkeitä asioita. Piaget (1988, 65) kirjoittaa seitsemän vuotiaan lapsen saavuttavan älyn ja halun liittouman, jolloin uudenlaiset operaatiot ovat mahdollisia. Enää ei edetä

pelkän intuition varassa. Voisi sanoa, että lapsi tietää mitä tahtoo ja hän haluaa oppia.

”Semmonen ongelma mikä tulee ihan siitä käytännön elämästä” (A1,2)

”Millainen luonne, tekijä, millaisia taitoja, minkälaisia intressejä, intohimoja sillä oppijalla on ja sitte lähtee tuomaan sille sellasia välineitä ja keinoja, joilla se hänen oma oppipolku parhaiten mahdollistuisi”. (C3,1)

”Siis kuuluu lapsen luontaisiin ominaisuuksiin, että pääsee leikkimään” (B2,10)

”Et ne tulee sieltä elämästä ne tarinat.” (C3,14)

Lapsen näkökulma

Opettajat toivat esiin myös lapsen näkökulman toiminnallisten opetusmenetelmien käyttöön. Lapsen oppimisen kannalta on merkittävää, miten lapsi itse kokee oppimisen. Tikkasen (2008, 269) tutkimuksessa korostettiin juuri myönteisen ilmapiirin ja lapsen tunteiden ja asenteiden merkitystä oppimisessa. Lapsi oppii paremmin myönteisen ilmapiirin vallitessa ja motivoitunut oppilas on myös Thunebergin (2010, 107–107) mukaan innokas tarttumaan haasteellisiinkin tehtäviin. Myös Piispanen (2008, 158–159) pitää hyvää oppimismotivaatiota ja kannustavaa ilmapiiriä hyvän oppimisympäristön perustana. Opettajat kertoivat lasten kokevan toiminnalliset työtavat mielekkäinä ja innostavina.

”ku me tehään välineillä ni kaikki tekee ihan mielellään et tavallaan se itse tekeminen, vaikka se itse asia oliskin helppo ni se tekeminen on ihan sellasta mieluista” (F5,4)

”kaikki tekee ihan into piukeena” (F5,8)

”innoissaan ovat. JES, pääsee tekemään” (B2,7)

”Must on kiva nähä ku laps oppii ja se on innoissaan siitä. Sillon musta tuntuu, että niitä lamppuja syttyy siellä pään päällä, kun se lapsi ite ratkasee jonku ongelman sen toiminnallisuuden kautta. Se yhtäkkiä HAA, nyt mä tajusin tämän, et oikeesti joskus siihen tarvii kirjan tueksi sen toiminnan että se välähtää.” (B2,11)

Tämän tutkimuksen tulokset osoittavat, että opettajat pitävät toiminnallisuutta merkittävänä osana matematiikan oppimista ja opetusta. Lapsen konkreettisen oppimisen vaihe, monikanavainen oppiminen, matematiikkapuhe ja lasten oma asenne toiminnallisuutta kohtaan nousivat vahvasti esiin opettajien puheissa. Näihin perusteluihin vedoton, opettajat käyttivät toiminnallisuuttaan omassa työssään.

6.2 Toiminnallisen matematiikan muotoja

Tutkimukseni toinen alakysymys oli: *Minkälaista toiminnallista matematiikkaa opettajat käyttävät?* Tähän kysymykseen sain vastauksia luokasta, jonka nimesin: toiminnallisen matematiikan muotoja. Opettajat toivat puheissaan esiin monipuolisen toimintakirjon erilaisia tapoja käyttää toiminnallisuutta matematiikanopetuksessa. Kaikkein eniten opettajat puhuivat toimintamateriaalien käytöstä. Myös matematiikkapuhe ja koko kehon käyttäminen matematiikan oppimisessa nousivat esille opettajien puheissa. Toiminnallisten muotojen taustalla vaikuttaa kehityspsykologisten tutkimusten mukaan monikanavainen oppiminen.

Toiminnallisuuden keholliset muodot

Kun matematiikkaa opetellaan koko kehon kautta, voidaan puhua kehollisesta oppimisesta. Liike saa aikaan aktivoitumisen aivokuoren liikkeitä säätelevässä osassa ja rakentaa siten hermoverkostoja lihasmuistin myöhempään käyttöön (Dehaene 1997, 201–201). Prashnig (2000, 191–193) kirjoittaa oppimisen tapahtuvan aivan ensimmäiseksi liikeaistimusten eli kinesteettisen aistikanavan kautta. Liikettä voidaan havainnoida myös rytmin ja asentojen kautta. Liikeaistiin liittyy useimmiten myös tuntoaistimus. Vasta riittävien liiketuntemusten jälkeen, oppiminen siirtyy muiden aistien kautta tapahtuvaksi. Opettajat kertoivat käyttäneensä kehollisia harjoitteita niin liikuntatuntien kuin luokkatilanteiden yhteydessä.

”Niillä oli pesät ja sitte niitte piti kerätä kaikki ne pähkinät, joista tuli vastaukseks vaikka viis ja ne joutu kiertelee siellä ja kattoo, että mistä tulee viis ja vaan ne sai viiä sit omaan pesään.” (A1,7-8)

”Tässä mull on viis ja otetaan viis askelta tai viis taputusta.”(A1,8)

”Tuolla liikkasalissa me käytiin sitte leikkien tätä kertolaskuideaa.” (E4,3)

”Mä jouduin ihan sen toisen kanssa ihan fyysisesti pyörimään myötäpäivään ja näyttämään, että miten se kello toimii” (E4,8)

”...vaikka yhteenlaskua, että otetaan kaksi oppilasta ensin ja sitten tulee kolme oppilasta ja katotaan että näitä on nyt viisi.”(F5,7)

Toimintamateriaalien käyttäminen opetuksessa

Kaikkein eniten opettajat kertoivat käyttävänsä erilaisia toimintamateriaaleja. Toimintamateriaalit saattoivat olla varsinaisesti matematiikan opettamiseen hankittuja välineitä, askartelutarvikkeita tai arkipäivän välineitä. Prashnig (2000, 213–215) kirjoittaa oppimisen apuvälineistä, joiden avulla oppiminen tapahtuu tuntoaistin eli taktiilisen aistikanavan kautta. Opettajan tulee varmistaa, että oppimisen on mahdollista kulkea mahdollisimman usean aistikanavan kautta. Taktiilinen ja kinesteettinen aistikanava ovat läheisessä suhteessa toisiinsa, joten yleensä nämä aistit toimivat kiinteässä yhteydessä toisiinsa. Kun käsi tarttuu nappiin, tuntoaisti tuntee napin pinnan ja liikeaisti tarttuu ja liikuttaa nappia. Toimintamateriaalien kirjo oli laaja ja opettajat toivat esiin useita tapoja välineiden avulla oppimiseen. Domino kuvailee omassa tutkimuksessaan toimintamateriaalien käyttöä toiminnallisena matematiikkana (Domino 2010).

”selvästi selkeyttää paremmin sitä hahmottamista että just palapeli tai napit tai ... tai helmitaulujaki mulla on” (B2,8)

”Kyllähän se kirjekuori Tuhattaiturissakin on, kyllähän se on varmaan se, joka tarkoittaa sitä toiminnallista osaa.” (D4,11)

”Ku sä pelaat papupeliä, hajottajapeliä tommosella maitopurkeilla, ku sä pelaat sillä, mitä tulee neljä ja kaks, paljoko se on, joo, ni ethän sä voi olla onnistumatta.” (C3,8)

”Me käytetään noita unkarilaisia värisauvoja, mittanauhoja, helmitauluja, sitten niitä kymppinippuja tikuista, ja irtotikkuja ja sitten rahoja ja sitten me käytetään alkuvaiheessa varsinkin noita kananmunakennoja ja Kinder-munia, no jonkin verran loogisia paloja, mut nyt kakkosella ei oo kauheesti käytetty, makarooneja, nappeja, kaikenlaisia pikkutavaroita, satataulua, satataloa.” (F5,2)

Puhe toiminnallisena muotona

Opettajien puheissa tuli esiin erilaisten puhemuotojen käyttö matematiikan opetuksessa. Kun lapsi puhuu ääneen omista matemaattisista ratkaisuisistaan, hän samalla jäsentää omia ajatusmallejaan. Kuten edellä esitetty Galperinin malli ulkoisen puheen siirtymisestä sisäiseksi toiminnoksi osoittaa, puheella on merkittävä osuus matematiikan oppimisessa (Haapasalo 2011, 101; Ikaheimo 2002,12). Tikkanen (2008, 73–77) vahvistaa ajatusta kirjoittamalla matemaattisen mielikuvan sanallistamisesta ja kielellisen muodon merkittävydestä ennen symbolista vaihetta. Ensin puhuminen tapahtuu ääneen ja sitten päänsisäisenä puheena, vasta tämän jälkeen puhuminen muuttuu sisäiseksi toiminnoksi (Silvonen 2010, 51–52). Haapasalo (2011, 89) puolestaan puhuu sosiaalisesta ympäristöstä, jossa mahdollistuu kuvallisen muodon kehittyminen sanalliseen ja sitä kautta symboliseen muotoon. Opettajat kuvasivat oppilaiden erilaisia tapoja puhua matematiikkapuhetta. Yhdessä toimien lapset kuulevat toisensa ajatuksia erilaisista tai samanlaisista ratkaisuisista ja sitä kautta oppivat matemaattista ajattelua. Opettajat kuvasivat puheissaan puheen merkitystä oppimisen välineenä.

”mum mielestä parityö on yks parhaimpia tai ryhmätyö, koska ne oppii toisiltansa.” (B2,12)

”Nehän puhuu sitä matikkapuhetta paljon. Sitten kun teidän näitä juttuja, ni lasten pitää kertoa, meil on ollu ihan tilanteita et ne on tullu ihan eteen ja niil on ollu kasa nalleja ja ne on saanu siinä kertoo matikkatarinoita.” (C3, 13–14)

”Lapset oppii aika paljon toisiltaan ja ne oppii tehdessä asioita ja siinä kun ne tekee jotain, niin ne joutuu pohtimaan jotakin ongelmaa siinä mitä nyt ovatkaan tekemässä

ja kun ne keskustelee siitä keskenään ne oppii siinä toisiltaan.” (E4,1)

Mä annan niille lapuilla tehtävät ja ne tekee sen parin, vieruskaverin kans” (D4,1)

Toiminnallisuus ja luonto

Opettajat kertoivat toiminnallisuuden muotojen yhteydessä myös luonnosta, joka toimii toisaalta tilana, jossa toiminnallista matematiikkaa voidaan järjestää, mutta toisaalta opettajat kertoivat myös luonnon materiaalien soveltuvat laskemisen apuvälineiksi. Varga-Nemény-menetelmässä matemaattinen toimintaympäristö nähdään varsin laajasti ja luonnon käyttäminen oppimisen välineenä nousi esiin myös opettajien puheessa (Lampinen 2008).

”Ongelma mikä tulee ihan siitä käytännön elämästä. Ku ne löytää viis käpyä ja sit ne löytää neljä käpyä ja sit ne miettii paljoko ne on sitte yhteensä, et se lähtee niinku tämmösest.” (A1,2-3)

”Harjoteltii, että kuinka monta nappia tolle lumiukolle laitetaan. Jos piti vaikka kolme laittaa, siel o jollain neljä ja kaks nappia. ” (B2,4)

”Jonkun verran sitten myöskin sellasta metsämatikkaa että kun käydään metsäretkellä niin jotkut tehtävät siellä on matikkaa.” (F5,3)

6.3 Toiminnallisen matematiikan tilanteet

Tutkimuksen kolmas alakysymys oli: *Missä tilanteissa opettajat käyttävät toiminnallista matematiikkaa?* Tähän kysymykseen sain analyysin avulla vastauksia luokasta tilanteet. Opettajien puheista tuli esiin myös toiminnallisuuden tilannesidonnaisuus. Opettajat kokivat toiminnallisten työtapojen soveltuvan kaikille oppilaille ja kertoivat matemaattisen ajattelun kehittyvän vaiheittain, jolloin toiminnallisuus kuuluu uuden asian alkuvaiheeseen.

Matematiikan oppimisen vaiheet

Opettajat kertoivat myös matemaattisen ajattelun oppimisesta Haapasalon (2011, 201) esiin tuoman vaiheittaisen kehityksen kautta. Osa haastatelluista toi esiin konkreettisen toiminnan, kuvan, puheen ja symbolisen vaiheen, jolloin toiminnallisuus kuuluu opittavan aiheen alkuun ja siihen voidaan palata tarpeen vaatiessa. Myös Tikkanen (2008, 69–72) kirjoittaa matemaattisen ajattelun kehittyvän vaiheittain. Aluksi lapsi saa toiminnan kautta mielikuvan matemaattisesta tehtävästä. Tämän jälkeen hän piirtää tai rakentaa mielikuvan malliksi, joka puheen kautta selkeytyy kielelliseen muotoon. Lopuksi tehtävä saa formaalit säännöt symboleineen. Varga-Neményi-menetelmässä oppimisen vaiheet näkyvät selkeästi (Lampinen 2008). Vaikka opettajat eivät puhuneetkaan varsinaisista oppimisen vaiheista, he yhdistivät konkreettiset menetelmät oppimisen alkuun. Usein opettajien puheissa nousivat esiin alkuvaiheen toiminta, kuvallinen vaihe ja lopuksi lasku symboleineen.

”Alotetaan tekemällä jotain, joko ihan suoraan välineillä jostain tai sit meil on leikki, matematiikkaleikki.” (C3,2)

”Se on se struktuuri, ensin toiminta, mielellään ihan hypistelykin, niin että lapsi itse koskettaa, sitten ehkä näkemällä

ja puhumalla, sitte paperilla piirtäen, sitten laskuksi.”
(C3,3)

”Kirja tukee aina suoraan sitä toimintaa, sitä leikkiä, sitä toimintavälineellä tehtyä harjotetta. Sit lapset kertoo sen matematiikan kielellä, ku lapsi avaa sen kirjan, se tekee sen tehtävän ja se onki just tää sama tehtävä.” (C3,3)

”Sen konkretian ja toimintavälineitten jälkeen tulee sitten se kuvallinen, elikkä tutkitaan kuvia ja tehdään niistä laskuja tai yhdistetään lasku ja kuva ja sitten piirretään itse.”
(F5,1)

Erilaiset oppijat toiminnallisessa matematiikan opetuksessa

Opettajat pohtivat puheissaan matematiikan soveltuvuutta erilaisille oppijoille. Pääsääntöisesti toiminnallisuuden koettiin soveltuvan kaikille oppilaille, mutta erityisesti sen katsottiin tarjoavan tukea heikommille oppilaille. Toiminnallisuuden katsottiin olevan tukimuoto, mutta myös virkistävää vaihtelua kirjan tehtävien tekemiselle. Opettajat mainitsivat puheissaan levottomat oppilaat, joiden oppimisen Prashnig (2000, 161, 83) kirjoittaa helpottuvan toiminnallisten työtapojen kautta. Ne oppilaat, joille kineesteettisyys on vallitseva oppimisen kanava oppivat toiminnan kautta ja siksi liike on heille luonnollinen tapa oppia. Opettajat toivat keskusteluun myös hahmottamisen helpottumisen toiminnallisuuden kautta. Räsänen ja Ahonen (2004, 277) kirjoittavat hahmottamisen vaikeuksista, joita helpotetaan konkreettisen toiminnan avulla. Opettajat puhuivat myös lasten erilaisista oppimisen tavoista ja erilaisista lähtökohdista. Ayres (2008, 33) tuo esiin lasten ennen koulun alkua saatujen matemaattisten kokemusten määrän ja laadun erilaisuuden. Useat lapset tarvitsevat vielä runsaasti monikanavaisia kokemuksia oppimisensa tueksi. Opettajat olivat tunnistaneeet ryhmissään erilaisia oppijoita ja toivat sen esiin puheissaan.

”On niitä, joille se kirjan tekeminen on tahkeampaa ja sitte niitä jotka muutenkin vähän kaipais aina tunnilla vähä liikettä. Ne lähtee innokkaammin mukaan. Sitte on niitä, jotka ei välttämättä kaipaa tai tarvi sitä.” (A1,6)

”On semmosii lapsii, jotka ei vielä osannu laskee viitee. Harjoteltii että kuinka monta nappia tolle lumiukolle laiteetaan.” (B2,4)

”Semmoset lapset, joilla on oppimisvaikeuksia, niin kyllähän se selvästi selkeyttää paremmin sitä hahmottamista.” (B2, 8)

”Nää on oikeesti niinku matemaattisesti lahjakkaita, et niil on jo se ajattelu lähellä sitä abstraktin aluetta, et ihan ihaillee itekin että VAU, ne todellakin oivaltaa nopeesti ja sitte on niitä lapsia, joille nää tehtävätyypit on kokoajan vähän haastavia ja aina uudelleen pitää palauttaa mieleen sitä konkretian kautta.”(C3,6)

6.4 Opettajien kokemuksia toiminnallisen matematiikan opetuksesta.

Pohtiessani tutkimukseni aihetta ja tutkimuskysymyksiä, olin päättänyt suuntautua aiheen positiivisen puolen. Tutkimuskysymykseni eivät viitanneet millään tavalla toiminnallisuuden negatiiviseen puoleen, mutta kaikki opettajat ilmensivät jollakin tavalla myös toiminnallisuuden vaikeuksia. Gadamer (2004, 33) kehottaa tulkitsemaan puhetta laajasti ja välttämään ohipuhetta, jotta välttyään tutkijan omien ennakkokäsitysten läpinäkymisel-

tä. Tästä syystä päätin ottaa mukaan myös opettajien tuomia negatiivisia puheita. Opettajien kanssa käydyissä keskusteluissa opettaja saattoi kertoa innokkaasti toiminnallisista menetelmistä, mutta antoi kuitenkin kuomoavan selityksen alkaen sanalla mutta.

Ristiriita oppimiskäsityksen ja toiminnan välillä

Opettajat tuntevat matemaattisen ajattelun kehityksen kulkua melko hyvin ja tuovat puheissaan esiin toiminnallisen oppimisen tärkeyden. Haastattelemani opettajat kertoivat kokemuksistaan toiminnallisesta matematiikan opetuksesta, mutta puheissa tuli esiin tyytymättömyys toiminnallisuuden vähäisyyteen omassa opetuksessa. Myös Patrikainen (2012, 290) ja Perkkilä (2002, 173–174) tuovat tutkimuksissaan esiin opettajien ajattelun noudattelevan konstruktivistista oppimisenäkemyksiä, mutta opetuksen sisällöt ja oppitunnin kulku perustuvat monilta osin behavioristiseen malliin ja kirjaidonaisuuteen. Leino (1998,47) kirjoittaakin opettajien ajatusten olevan moderneja, mutta toiminnan olevan varsin perinteistä. Opettajien puheen taustalla kuului ristiriita tietämyksen ja toteutuksen välillä.

”Ensimmäiseksi tulee semmonen omantunnonpistos, että miksen mä en oo pitäny enemmän ja olis voinu tehdä enemmän” (E4,11)

”Ei se edellenkään oo niin paljon toiminnallista ku mitä mä toivoisin sen olevan” (D4,11)

Opettajan suhde oppikirjaan

Kaikki haastatellut opettajat käyttivät opetuksessaan oppikirjaa. Kolme opettajaa kertoi opetuksen etenevän kirjan mukaan ja toiminnallisuuden

olevan osa kirjan määräämää etenemää. Kaksi opettajaa käytti Varga-Neményi-kirjaa ja neljä Tuhattaituria. Kaikilla oli myös kokemusta myös muista kirjasarjoista. Opettajat kertoivat myös sarjan oheismateriaaleista.

”ku meillä on toi Tuhattaiturin matematiikka, nii aika paljon katon siitä sitä tunnin kulkua” (A1,2)

”kyllä tossa Tuhattaiturissakin on ihan sitten se toimintatunti” (A1,8)

Oppikirjan käyttämiseen liittyvästä puheesta tuli esiin puolustelemaa sävyä.

”et niist on ihana tehdä sitä kirjaa ja sit mä oon ajatellu et ei se kirjakaa paha oo” (A1,6)

”määki ku koulutuksessa olin ja mä aina ajattelin että pois kirjoista ja kauheesti sitä toimintaa, mut sit taas lapset kai-kin tavoin haluu sitä kirjaa tehdä.” (A1,5)

Toisaalta kolme haastateltavaa koki kirjan olevan toiminnallisen opetuksen tukena.

”Meillähän on tuo Tuhattaituri käytössä elikkä mä tykkään että matikka on toiminnallista, mutta siihen vaatii niinkun hyvän kirjan tueksi, että sitä toiminnallisuutta voidaan niinkun toteuttaa” (B2,2)

”mut ku se on tehty ensin näin ja se on tehty noin, ni miksi en käyttäis näin loistavaa kirjaa, ku mikä tää Varga-Neméneyi on.” (C3,4)

Oppikirjat ovat haastateltujen opettajien mukaan merkittävä osa matematiikan opetusta. Kirjaa käytetään oppitunnin kulun lähtökohtana tai toiminnallisen opetuksen tukena. Haapasalo (2011, 201) tuo esiin matemaattisen ajattelun vaiheet, jossa konkreettista toimintaa seuraa kuvallinen vaihe, joka taas saattelee ajatustoimintaa symboliseen vaiheeseen. Oppikirjat sisältävät vähän Haapasalon kuvaamaa kuvallista vaihetta, mutta pääasiassa niiden sisältö koostuu symbolisen vaiheen tehtävistä eli numeroiden tekemisestä ja tulkitsemisesta. Varga-Neméneyi-menetelmää käyttävät opettajat perustelivat omaa valintaansa juuri kuvallisen vaiheen puuttumisella.

”Siellä kun mikä noista kirjoista puuttuu ekalla, tai on siin hirveen lyhyt niin on se kuvallinen vaihe. Tavallaan kun sen konkretian ja toimintavälineitten jälkeen tulee sitten se kuvallinen elikkä tutkitaan kuvia ja tehdään niistä laskuja tai yhdistetään lasku ja kuva ja sitten piirretään itse ja sellasia tehtäviä ei oo paljoo” (B5,1)

Toiminnallisuuden suunnittelu

Opettajat kokivat toiminnallisen matematiikan yleisesti varsin työlääksi opetusmenetelmäksi, koska se vaatii runsaasti suunnittelua ja valmistelua. Brotherus ym. (2002, 98) kirjoittavat opettajan roolista oppimisympäristön suunnittelijana. Opettajan tulee ottaa huomioon oppilaan lähtökohdat ja luoda hänen tasolleen sopiva oppimisympäristö. Materiaalin valmistelut ja kuljettaminen vaativat runsaasti aikaa.

”vaatii vaan sitä omaa suunnittelua ja aikaa” (B2,11)

”Tää on hirveen paljon työläämpää, ni jotenki se on se palkinto nii valtava. Se korvaa kyllä sen suunnittelutyön tai sen valmistelun et mä vaivaudun leikkaamaan tomosia hedelmiä tai laminoimaan ja sit loppujen lopuksi, niin kyllä mä niinku sen kokemuksen on taas saanu näin ekalla luokalla, et kyllähän ekaluokan tunnit täytyy erilailla miettiä ja suunnitella kuisompian” (C3,5)

”Silloinhan mä oon miettiny ihan tarkasti, että minkälaista matikkaa mä haluan että siinä näkyy ja sit mun pitää todella vahvasti käyttää paljon aikaa siihe suunnitteluun.” (E4,6)

Resurssit selittävänä tekijänä

Kuten Patrikaisen (2012) ja Perkkilän (2002) tutkimukset osoittavat opettajien toiminta on ristiriidassa heidän oppimiskäsityksensä kanssa. Samanlaisia kokemuksia oli myös tähän tutkimukseen haastatelluilla opettajilla. Haastattelemani opettajat pohtivat haastatteluissa syitä toiminnallisen opetuksensa vähäisyyteen, mutta ainoana syynä saatoin havaita opettajien puheen ajan puutteesta. Välineiden puutteen ei puolestaan katsottu olevan syynä toiminnallisuuden vähäisyyteen. Toimintavälineitä on helposti saatavilla ja niitä voi askarrella itse. Oppilaan keho ja opettajan mielikuvi- tus antavat hyvän lähtökohdan toiminnalliselle matematiikan opetukselle. Kukaan opettajista ei myöskään puhunut toiminnallisten menetelmien osaamisen puutteesta. Haastatteluissa puhuttiin resursseista, mutta opettajat kokivat vain aikaa olevan liian vähän.

”Siinä entisessä koulussa ei ollu resursseja . Me valmistettiin ite. Ei siihen tarvii välttämättä ku sen paperin ja sakset, että voit leikata, kynän, että voit piirtää, haet tuolta keppejä tuolta mehtästä, kiviä pihalta”. (B2,7)

”Tikkuniput ei vaadi hirveesti resursseja, eikä makaroonit, eikä kananmunakennotkaan, Kinder-rasiat. Lapset tuo niitä kun pyytää, että monia juttuja voi olla ilman materiaalejakin.” (F5,3)

”Toimintavälineitä näät täällä ja ne ovat hyvin tällasia halpoja ja helppotekoisia ja mul on kuule usein pavut täällä käsissä tai jotain hyvin yksinkertasta, halpaa, johonka nyt ei mun talous kaadu, jos mä ostan pussillisen herneitä, niitä voi laskea, napit ja kaikki (C3,11)

”siis mun mielestä pitäis toiminnallisesti opiskella kaikkia, mut tuntuu vaan, ettei kerkee.” (D4,1)

6.5 Yhteenvetoa tuloksista

Tämän tutkimuksen tulokset osoittavat, että luokanopettajat pitävät toiminnallista matematiikan opetusta tärkeänä. Opettajat perustelevat toiminnallisuuden käyttöä lapsen matemaattisen ajattelun kehitykseen liittyvillä tekijöillä, kuten lapsen konkreettisella oppimisen vaiheella ja lapsen luontaisella tavalla oppia. Opettajat pitävät myös tärkeänä lapsen omaa näkökulmaa oppimiseen. Näistä perusteluista huolimatta opettajien puheista oli havaittavissa huolta toiminnallisten menetelmien vähäisyydestä omassa työssään. Ristiriita toiminnallisten menetelmien tarpeellisuudesta ja toteutuksesta oli ilmeinen. Toiminnallisuuden vähäiseen käyttöön pidettiin yleisimmin syynä suunnitteluajan puutetta.

Tutkimuksessa tuli myös esille opettajien erilainen suhde kirjaan. Kaikille opettajille kirja on merkittävä työkalu. Osa opettajista etenee kirjan etenevän mukaa, vaikka tunnistaa sen tuovan mukanaan omasta oppimiskäsi-

tyksestä poikkeavaa toiminnallisuutta. Osa opettajista oli valinnut kirjan omaa oppimiskäsitystä tukevaksi ja koki sen siten tukevan oppimista.

Tuloksista on myös nähtävissä opettajien käyttävän työssään erilaisia toiminnallisuuden muotoja. Toiminnallisuus voi olla koko kehon toimintaa, mutta yleisimmillään se on toimintamateriaalien avulla oppimista. Toimintamateriaaleja on saatavilla hyvin ja ne vaihtelevat varsinaisista matematiikan oppimisvälineistä askartelutarvikkeisiin ja arjen käyttöesineisiin. Toiminnallisuuteen kuuluu erilaisia pelejä, leikkejä ja liikkumista. Matematiikkaan voi liittyä myös luonnon antimien hyväksi käyttämistä. Opettajat kokivat myös matematiikkapuheen merkittäväksi osaksi oppimista. Parityö, ryhmätyö ja matematiikkatarinat nousivat esiin vahvasti. Erityisen hyödylliseksi opettajat kokivat matemaattisten ratkaisujen selittämisen ääneen.

Tutkimuksen tulokset osoittivat toiminnallisuuden sopivat erityisesti uuden asian oppimisen alkuvaiheeseen ja sen katsottiin hyödyttävän kaikkia oppilaita. Opettajat käyttivät toiminnallisia menetelmiä erityisesti vaikean asian yhteydessä. Jos aihe on vaikea tai oppilaan taidot eivät riitä asian abstraktiin ymmärtämiseen, opettaja koki toiminnallisuuden auttavan. Lahjakkailla oppilailla toiminnallisuuden koettiin olevan lisäulottuvuus tai virkistävää vaihtelua oppimiseen.

6.6 Tutkimuksen luotettavuus ja eettisyys

Luotettavuus ja eettisyys kulkevat tutkimuksen taustalla koko työn ajan aina aiheenvalinnasta loppuraporttiin. Tutkimuksen luotettavuus ja eettisyys on vahvasti sidoksissa tukijan käsityksiin oikeasta ja väärästä. Voidaan jopa ajatella, että luotettava ja eettisesti oikeamielinen tutkija tekee luotettavaa ja eettisesti vahvaa tutkimusta. Guba ja Lincoln (2005, 205) kirjoittavat luotettavuuden tulevan esiin koko tutkimuksen ajan ja Denzin ja Lincoln (2005, 6, 10) lisäävät tutkimuksen etenevän prosessina, jossa koko tutki-

muksen ajan oma osuuteni tutkijana näkyy tutkimuksen taustalla, muodostaen tutkimuksesta näin itseni näköisen.

Pohdin oman tutkimukseni luotettavuutta vastaavuuden, vahvistettavuuden ja siirrettävyyden näkökulmasta. Tässä tutkimuksessa kuusi opettajaa kertoi kokemuksistaan toiminnallisen matematiikan opetuksesta. Minun tehtäväni tutkijana oli kuitenkin saada opettajien kokemuksen mahdollisimman totuuden mukaisiksi, jotta tutkimukseni vastaavuus olisi hyvä. Kuiten tutkimuksen fenomenologiselle taustafilosofialle on tyypillistä, täysin aitoa kokemusta ei saada näkyviin. Tynjälä (1991, 388) kirjoittaa jokaisen kokemuksen olevan yksilön oma totuus. Tulkitsin opettajien puheita parhaan kykyni mukaan. Kuuntelin aineistoa moneen kertaan ja pohdin puheiden yksityiskohtia osana kokonaisuutta. Tutkimukseni luotettavuuteen vaikuttavat myös analyysivaiheessa tekemäni tulkinnat opettajien puheista. Olen pyrkinyt käyttämään aineistosta kaikkea sitä puhetta, jonka tulkitsen tutkimustehtävän kannalta oleelliseksi. Olen rajannut paljon tekstiä ulkopuolelle, joten voi vai toivoa ettei mitään oleellista jäänyt sivuun. Olen tuonut esiin parhaani mukaan myös niitä näkökulmia, jotka ovat ristiriidassa oman mielipiteeni kanssa. Hirsjärvi ja Hurme (2008, 189) kuitenkin muistuttavat, että tulkinta ei koskaan ole täysin arvovapaata. Haastattelussa tein tarkentavia kysymyksiä, jotta tulkinta olisi totuudenmukaisempaa. Luotettavuuden kannalta voidaan pohtia aineiston kylläntymistä. Viiden haastattelun jälkeen tein vielä kuudennen haastattelun, mutta aina voi jäädä pohtimaan, olisiko lisähaastatteluilla ollut mahdollista saada vielä jotain uutta tietoa? Tutkijana tein kuitenkin päätöksen kuuden haastattelun riittävyydestä.

Seuraavaksi pohdin tutkimukseni vahvistettavuutta eli kuinka tarkasti tutkimukseni tulokset vastaavat keräämääni aineistoa (Tynjälä 1991,390). Keräsin tämän tutkimuksen aineiston haastattelemalla opettajia. Luotettavuuden kannalta on merkittävää, miten haastattelut on toteutettu. Tämän tutkimuksen haastateltaviksi pyrin saamaan mahdollisimman hyvin tutkimuksen tehtäväkenttään sopivia opettajia. Valmistauduin haastatteluihin huolellisesti, jotta haastattelut olisivat mahdollisimman laadukkaita ja sitä

kautta tutkimuksen luotettavuus lisääntyisi. Esihaastattelulla varmistin haastattelurungon ja haastattelulaitteen toimivuuden. Luotettavuuden kannalta on pohdittava, miten omat ennakkotietoni opettajien toiminnallisuuden käytöstä vaikuttivat tutkimuksen tuloksiin. Tutkijana pyrin fenomenologisen tutkimuksen tapaan sulkeistamaan paitsi ennakkokäsitykseni aiheesta, myös opettajien toimintatavoista. Tutkimuksen luotettavuutta lisää tutkijan ja tutkittavien välillä vallitseva yhteisymmärrys tutkittavan aiheen käsitteistä. Olen toiminut opettajana useita vuosia ja siitä syytä opettajien puheissa esiintyneet käsitteet olivat minulle tuttuja. (Hirsjärvi & Hurme 2008, 184–185.)

Mahdollisimman pian haastattelujen jälkeen kirjoitin haastatteluaineiston kirjoitettuun muotoon. Sanatarkan kirjoituksen avulla kykenin tulkitsemaan opettajien puheita mahdollisimman tarkasti. Hermeneuttisen tulkinnan avulla pyrin kuuntelemaan ja lukemaan opettajien puhetta myös rivien välistä. Tein tulkintaa sekä ääninauhoja kuuntelemalla, että litteroitua tekstiä lukien. Näillä toimilla pyrin lisäämään tutkimuksen luotettavuutta.

Olen pyrkinyt lisäämään luotettavuutta tuomalla kuviaina esiin, miten olen tulkinnut opettajien puhetta vastauksiksi tutkimuskysymyksiini. Polku opettajien puheesta muita puheita yhdistäviksi ryhmiksi, alaluokiksi ja luokiksi on lukijan nähtävissä. Raportoinnissa olen pyrkinyt selvittämään mahdollisimman tarkasti tutkimuksen etenemistä ja sitä kautta tulosten syntyä. Tutkimustuloksilla on vahva yhteys teoreettiseen osaan, joten sitä kautta voidaan nähdä tutkimuskysymysten ja haastattelurungon olleen oikein laadittuja.

Seuraavaksi pohdin tutkimukseni siirrettävyyttä. Tämän tutkimuksen mukaan ei voida olettaa kaikkien opettajien kokemusten olevan samanlaisia. Laadullinen tutkimus on luonteeltaan ainutkertainen, eikä sitä voida siirtää toiseen kontekstiin (Tynjälä 1991, 390). Laadulliselle tutkimukselle ominaiseen tapaan, olen pohtinut läpi tutkimuksen omaa osuuttani tutkimuksessa ja tutkimuksen merkitystä itselleni, sen sijaan että olisin pyrkinyt laajempaan siirrettävyyteen (Guba ja Lincoln 2005, 207).

Tutkimuksen etiikka on vahvasti sidoksissa käsitykseen oikeasta tavasta toimia. Tutkijana olen pyrkinyt mahdollisimman rehelliseen toimintaan kaikissa tutkimuksen vaiheissa. Läpi koko tutkimuksen olen pyrkinyt huolellisesti tekemään viittauksia lukemaani kirjallisuuteen ja pyrkinyt tekemään analyysia systemaattisesti ja tarkasti, aivan kuten hyvän tutkijakäytännön mukaan tulee tehdä. (Hirsjärvi, Hurme & Sajavaara 2009, 27–28; Kuula 2006, 34).

Tutkimuksesta ei saa aiheutua vahinkoa tai pahaa mieltä kenellekään. Olen pyrkinyt kunnioittamaan haastateltavia ja antamaan arvoa heidän näkemyksilleen. Vaikka monet opettajat harmittelivat liian vähäistä toiminnallisuuden käyttöä, ei tarkoitukseni ollut masentaa heitä korostamalla toiminnallisuuden tarpeellisuutta. Opettajat toivat itse toiminnallisuuden välttämättömyyden esiin ja minä katsoin parhaaksi olla heidän mielipiteidensä tukena, ymmärtäen myös heidän kiireistä työtahtiaan.

Tutkimuksen haastateltavien saannissa oli vaikeuksia, koska aluksi pyysin opettajia osallistumaan toiminnallista matematiikkaa koskevaan haastatteluun. Sain haastateltavia, kun poistin haastattelupyynnöstä toiminnallisuuden ja kerroin tutkivani matematiikan opetusta. Tämä voidaan nähdä eettisesti arveluttavana, mutta toisaalta lähetin haastatteluun suostuneille ennakkokirjeen, jossa kerroin haastattelun teemoista tarkemmin. Määrittelin toiminnallisuuden kirjeessä tutkimukseni määritelmien mukaisesti. Tässä vaiheessa opettajilla olisi ollut vielä mahdollisuus perua haastattelu niin halutessaan. Ennakkokirjeellä pyrin myös luomaan luottamuksellisen suhteen tutkittavaan (Hirsjärvi & Hurme 2008, 184–185; Kuula 2006, 101).

Tutkimuksen aineiston keräämiseen sain luvan Kokkolan ja Vantaan sivistysjohtajilta, koulujen rehtoreilta sekä haastatelluilta opettajilta. Lupauduin käsittelemään aineistoa niin, ettei kenenkään opettajan henkilöllisyys tule esiin, vaan heidän kokemuksensa säilyvät nimettöminä (Kuula 2006, 214–215). Vastineeksi tutkimusluvasta lähetän sähköiset versiot työstäni Vantaa ja Kokkolan sivistystoimiin.

Olen pyrkinyt kiinnittämään huomiota luotettavuuteen sekä eettisiin seikoihin kaikissa tutkimuksen vaiheissa. Omatuntoni on näiltä osin puhdas.

7 POHDINTAA

Halusin tuoda näkyväksi opettajien kokemuksia toiminnallisesta matematiikasta, jotta voisin omassa työssäni perustellusti hyödyntää muiden opettajien hyväksi kokemia käytäntöjä. Tässä mielessä tutkimus antoi runsaasti ideoita, niin hyvässä kuin pahassakin. Haastattelutilanteet olivat erityisen antoisia, vaikka kaikki olivatkin sisällöltään erilaisia. Opettajien kekseliäisyys ja innostus aihetta kohtaan vaihteli ja sen myötä myös sisällöllinen anti muodostui erilaiseksi. Uskon, että myös muut luokanopettajat saavat tämän työn kautta uskoa ja käytännön vinkkejä toiminnallisten menetelmien käyttöön.

Tutkimukseni alkuvaiheessa olin hieman epävarma matematiikan opetuksen liittyvän aiheen sopivuudesta minulle, mutta innostuin aiheesta lukiessani Dehaenen (1997) kirjaa matematiikan lukukäsityksestä. Sen kautta minulle avautui lapsen matemaattisen ajattelun maailma. Kun muidenkin lähteitteni kautta kävi selväksi, että toiminnallisuus on välttämätöntä alkuopetuksen matematiikan opetuksessa, jäin pohtimaan kuinka hyvin muut opettajat ovat tästä selvillä. Tutkimukseni tulokset osoittavat, että opettajat tunnistavat nämä perustelut hyvin. Oli nähtävissä, että opettajat tunnistivat lapsen matemaattisen ajattelun kehittymisen kehityspsykologisia teorioita, mutta toimivat kuitenkin tietojensa vastaisesti. Olin lukenut aikaisemmista tutkimuksista tästä opettajien kokemasta ristiriidasta, mutta

oman tutkimukseni kautta tämä ristiriita tuli konkreettisesti esiin opettajien puheissa.

Opetussuunnitelmassa korostuu sosiokonstruktivistinen oppimiskäsitys ja opetusmenetelmien tulee olla monipuolisia ja lapsen kehitysvaiheeseen soveltuvia. Tämänkin opettajat tuntuivat tietävän, mutta opetus eteni kuitenkin kirjan määräämän tahdin mukaan. Opettajat puolustelivat minulle oman opetuksensa liian vähäistä toiminnallisuutta ja olivat kiinnostuneita aiheesta. Haastattelunauhurin sammuttua, monet opettajat huokailivat, että nyt täytyy kyllä alkaa tekemään enemmän toiminnallisia harjoituksia. Eräs haastateltavani tiivisti ajatukseni kysymykseksi.

”Miten voi opettaa matematiikkaa ekalla luokalla, ellei se ole toiminnallista?” (C3,3)

Tämän tutkimuksen tehtävänä ei ollut selvittää syitä siihen miksi toiminnallisia menetelmiä käytetään liian vähän, mutta tutkimustulosten perusteella tämä kysymys vahvistui ja siinä olisikin aihetta jatkotutkimukselle. Opettajat pohtivat jonkin verran suunnittelun työläyttä ja siihen käytettävän ajan puutetta, mutta muuten opettajat eivät tuoneet esiin syitä toiminnallisuuden vähäiseen käyttöön. Tämä opettajien ajattelun ja toiminnan ristiriita hämmästytti minua suuresti. Tutkimus herätti ajatuksia opettajien taidoista käyttää toiminnallisia menetelmiä. Voisiko syynä olla toiminnallisten opetusmenetelmien taidon puute?

Ne opettajat, jotka käyttivät Varga-Neményi-menetelmää, täsmensivät toiminnallisuutta tarkasti opetuksen vaiheittaiseen etenemiseen ja oppilaiden erilaiseen etenemistahtiin. He kuvasivat tarkasti toiminnallisuuden muotoja ja niiden yhdistymistä kehitysvaiheeseen. Muiden kohdalla kirja johti oppimista ja toiminnallisuus oli vaihtelua, levottomuuden hallintaa tai lisätukea oppimiseen. Toiminnallisuus oli kuitenkin kaikilla selvästi abstraktin ajattelun konkreettinen tuki. Kaikki yhdistivät toiminnalliset työtavat oppimisen alkuvaiheeseen ja aika usein myös oppimisen ongelmiin. Tutkimustehtäväni mukaisesti kiinnitin kuitenkin katseeni opettajien kokemukseen toiminnallisuuden käytöstä.

Erityisen antoisana pidän opettajien esiin tuomia käytännön esimerkkejä toiminnallisista työtavoista. Opettajat olivat käyttäneet matematiikkaa tukevia leikkejä ja pelejä, mutta yhdistäneet matematiikkaa myös arjen toimiin. Monet leikit olivat tuttuja leikkejä, kuten kymppis ja hyppynaruleikit. Näissä tehtiin matematiikka tietoiseksi esimerkiksi kiinnittämällä huomio kymppiksen vähenevään heittomäärään tai hyppynaruleikissä lukujen yhdistämiseen. Monet leikit ja pelit olivat opettajien itsensä keksimiä tai soveltamia, yksinkertaisia, mutta toimivia. Vanha tuttu Peikon pesä oli muunneltu siten, että etsittiin annettua lukumäärää. Varsin antoisia olivat myös koululaisen arkeen kuuluvat matematiikan tuokiot. Koulun arkeen kuuluvat jonot ja ryhmäjaot ovat oivallisia tilanteita lisätä oppilaiden matemaattista tietoisuutta. Lukukäsitystä voidaan opettajien kokemusten mukaan lisätä luettelemalla ruokajonossa lukuja eri suuntiin, aloittamalla laskeminen eri kohdista jonoa tai luettelemalla parillisia ja parittomia lukuja. Oppilaiden kanssa voidaan pohtia miten ryhmä jaetaan ruokapöytiin tai pelijoukkueisiin tai miksei parijonossa kaikille riitä paria.

Näiden kehollisten esimerkkien kautta, havaitsin matematiikan olleen läsnä myös omassa lapsuudessani. Sitä ei vain osattu hyödyntää matematiikan opetuksessa. Leikimme monia edellä mainitsemiani leikkejä, joissa lukukäsite ja laskeminen olivat osana leikkiä. Kellon soitto kuitenkin katkaisi leikin kertoen, että oli aika siirtyä laskemaan kirjan tehtäviä.

Toimintamateriaaleista puhuttaessa tuli esiin opettajien luovuus ja mielikuvituksen käyttö. Kukaan opettajista ei kertonut materiaalien puutteesta. Kaikki opettajat osasivat tarttua välineisiin, joita sattui olemaan käsillä. Toki opettajat olivat kiitollisia siitä, että heillä oli käytössään multilinksejä tai loogisia paloja, mutta kukaan ei pitänyt niitä ehdottoman välttämättöminä. Kaikki opettajat kokivat, että toimintamateriaalien tulee olla helposti saatavilla, niin että opettaja voi tarvittaessa havainnollistaa matemaattista ongelmaa ja oppilas voi halutessaan käyttää välineitä ongelman ratkaisussa. Taulumagneetit, napit ja helmet kuuluivat kaikkien opettajien välineistöön. Opettajat olivat myös itse askarrelleet ja tuoneet välineitä kotoa. Kierrätys tuntui olevan erityisesti matematiikkaa palveleva muoto. Kananmunaken-

not, lihalaatikat, maitopurkit ja Kinder-munat toimivat varsinaisen käytön jälkeen matematiikan toimintamateriaalina. Myös elintarvikkeet, kuten mannaryynit, makaronit ja pavut löysivät tiensä opettajien opetusvälineiksi.

Toiminnallisuus liitetään varsin tiiviisti erityisopetuksen menetelmiin kuuluvaksi ja siksi se mielletään oppimisen vaikeuksiin. Tässä tutkimuksessa opettajat kokivat toiminnallisuuden sopivan kaikille, mutta erityisesti oppimisen vaikeissa tilanteissa. Opettajat toivat keskusteluissa esiin levottomat oppilaat sekä hahmottamisen vaikeudet. Myös erilaiset lähtökohdat ja intressit koettiin perusteluiksi toiminnallisuudelle. Opettajat kertoivat levottomien oppilaiden jaksavan paremmin keskittyä matematiikkaan, jos sitä tehdään toiminnallisesti.

Tämän asian yhteydessä tuli erään opettajan kohdalla esiin myös sähköinen materiaali. Pääasiassa opettajat mielsivät sähköisen materiaalin heikosti toiminnalliseksi ja siksi en liittänyt siitä käytyä keskustelua tuloksiini. Opettaja koki, että sähköisen materiaalin, erityisesti tietokoneella tehtävien matematiikkapeliin saavan levottomat oppilaat jaksamaan paremmin. Eräs opettaja puolestaan koki laaja-alaisen opettajan käyttävän liikaa tietokoneavusteisia ohjelmia toiminnallisten menetelmien kustannuksella.

Levottomille oppilaille on siis tulosten mukaan hyötyä toiminnallisuudesta. Opettajat kokivat myös hahmottamisen vaikeuksien helpottuvan toiminnallisuuden kautta. Erityisesti koko kehon käyttäminen matematiikan ongelmien ratkaisemissa helpotti hahmottamisen vaikeuksia. Oppilaista muodostetuilla ryhmillä laskettiin viisi ja kolme oppilasta yhteen ja saatiin kahdeksan. Kellon opettelussa oman kehon käyttäminen kellona helpotti ja eläintarinan avulla koettiin puhvelien väheneminen kymmenestä eläimestä kuuteen. Opettajat puhuivat myös lahjakkaiden oppilaiden hyötyvän toiminnasta. Kaikki kuitenkin totesivat, että lahjakkaita oppilaita joka tapauksessa. Kaksi opettajaa toi esiin, että lahjakkaille toiminnallisuus antaa lisäarvoa oppimiseen joko mielenvirikistyksen tai sovellettavuuden kautta.

Kokosin tutkimusaineistoni haastatteleamalla opettajia, mutta jälkikäteen pohdin, minkälaisia tuloksia olisin saanut jos olisin havainnoinut luokkien

toimintaa. Olisinko saanut yhtä monipuolisen näkymän toiminnallisuuden muotoihin? Havainnoimalla olisin saanut esille enemmän lasten näkökulmaa ja opettajan kykyä ohjata toiminnallista matematiikkaa. Pohdin aivan työni alkuvaiheessa osa-aikaisen erityisopettajan mukaan ottamista tutkimukseen, mutta luovuin ajatuksesta, koska päätin tarkastella aihetta luokanopettajan näkökulmasta. Nyt voin vain arvella, minkälaisen lisäarvon erityisopettajan haastatteleminen olisi tuonut työhöni. Luokanopettajat ja laaja-alaiset erityisopettajat tekevät paljon samanaikaisopetusta ja näissä tilanteissa toiminnallisuuden järjestäminen saattaa olla helpompaa. Lisäksi laaja-alaiset erityisopettajat antavat tukea myös yleisopetuksen oppilaille, joten olisin saattanut saada heiltä lisätietoa erilaisten oppilaiden opettamisesta ja heidän kanssa käytettävistä toiminnallisista menetelmistä.

Tutkimuksen yhteydessä minua yllätti opettajien asenne toiminnallisia opetusmenetelmiä kohtaan. Toisaalta opettajat eivät halunneet osallistua haastatteluun erinäisiin syihin vedoten, toisaalta haastatteluissa tuli esiin pääosin positiivisia asenteita. Joku opettaja mielsi toiminnallisen matematiikan unkarilaiseksi matematiikaksi. Haastatteluista kieltäydyttiin vedoten muun muassa välineiden puutteeseen tai oppilasaineiden heikkouksiin. Haastatteluissa kuitenkin opettajat toivat esiin, että materiaalin puute ei ole syynä toiminnallisuuden vähäisyyteen ja toisaalta opettajat kertoivat toiminnallisuuden soveltuvan kaikille. Mahtoiko minulle sattua haastateltavaksi ne opettajat, joilla on keskimääräistä parempi mielikuvitus. Houkuttelin haastatteluun eri tavalla toiminnallisuutta käyttäviä opettajia, jotta saisin kattavan aineiston. Sain haastateltua opettajaa, joka sanoi heti aluksi: *”Apua, enhän mä tiedä tästä mitään”* (E4,1). Todellisuudessa hän toi esiin runsaasti tietoa ja monia kokemuksia omasta toiminnallisesta opetuksestaan. Minkälaisia kokemuksia olisin saanut niiltä, jotka kieltäytyivät? Heräsi ajatus siitä, että mahdetaanko toiminnallisuutta kuitenkin käyttää, mutta sen suhteen podetaan huonoa omaatuntoa, koska opetus ei opettajan mielestä ole riittävän kattavaa.

Kritiikkinä työtäni kohtaan tuon esiin tutkimuskysymysten kapea-alaisuuden. Kokonaisuuden kannalta olisi ollut mielenkiintoista kysyä toiminnallisten menetelmien hallinnasta. Miten opettajat kokevat hallitsevansa menetelmiä? Kaikki kertoivat käyttävänsä toimintamateriaaleja yhteenlaskuissa, mutta käsitteellisten asioiden opettamisesta opettajilla oli vähemmän sanottavaa. Tästä olisi pitänyt olla haastattelukysymys, sillä nyt voi vain arvella jäikö asia kuulematta kysymyksen puutteesta, vai siksi että opettajat eivät tiedä miten käsitteitä opetetaan toiminnallisesti.

Lisäkritiikkinä voin pohtia tutkimuksen suuntaamista toiminnallisuuden käyttämiseen. Olin jo tutkimukseni alkuvaiheessa päättänyt, etten tutki toiminnallisuuden käyttämättömyyttä ja sen syitä. Näin jälkikäteen voi tietenkin pohtia, olisiko se sittenkin pitänyt ottaa laajemmin mukaan? Muutamalla tarkentavalla kysymyksellä haastattelussa olisin saattanut saada merkittävää lisätietoa. Toisaalta syyt siihen miksi toiminnallisia menetelmiä käytetään vähemmän kuin halutaan, antaisivat luultavasti aineistoa kokonaan uuteen tutkimukseen.

Tämän tutkimuksen perimmäinen tarkoitus on ollut syventää tietoisuutta omasta tieteenalastani ja erityisesti valitsemastani aiheesta, sekä saada kokemusta tutkimusmenetelmien käytöstä. Koen tämän tarkoituksen täytyneen hyvin. Olen tutustunut tutkimuksen tekemiseen fenomenologis-hermeneuttisen menetelmän kautta. Tutustuin tutkimuksen tekemisen menetelmiin kirjallisuuden avulla alkaen laadullisen ja määrällisen tutkimuksen eroavaisuuksista. Menetelmäopinnot tulivat tämän tutkimuksen kannalta myöhään, mutta niiden kautta saatoin vahvistaa omia kirjallisuudesta syntyneitä näkemyksiäni. Fenomenologis-hermeneuttinen tutkimus kuljetti rinnallaan fenomenografista vaihtoehtoa, kunnes päädyin keräämään aineistoni haastattelulla. Aivan alkuvaiheessa pohdin myös narratiivista tutkimusta, jolloin olisin kerännyt aineistoa kirjoitelmien avulla. Erityisen mielenkiintoista oli pohtia asiaa opettajien kokemusten ymmärtämisen näkökulmasta. Kuten Gadamer (1988,36) minua kirjoituksensa kautta valaisi. Ymmärtäminen on ensisijaisesti ilmiön ymmärtämistä ja toissijaisesti toisen ihmisen mielipiteen erottamista omasta mielipiteestä ja sen ymmärtä-

mistä. Haastatteluissa minulle avautui opettajien persoonallinen tapa ajatella ja tehdä työtä.

Matematiikan osalta tietoisuuteni lisääntyi merkittävästi. Taustalla vaikuttaviin tekijöihin tutustuminen ja niiden pohtiminen suhteessa opettajien kokemuksiin, avasi ajatuksia matematiikan opetuksesta. Ennakkokäsitykseni aiheesta laajeni. Erityisesti Varga-Neményi-menetelmän kautta avautunut etenemäkuvio tuntuu järkevältä. Toiminnan kautta luodaan mielikuva, joka sitten piirretään tai rakennetaan kuvaksi. Tämän jälkeen vasta siirrytään symboliseen muotoon. Tämän tutkimuksen avulla oma ennakkokäsitykseni vahvistui ja sai lisäksi uutta ulottuvuutta. Tutustuin monipuolisesti toiminnallisuuden käsitteeseen ja erityisesti unkarilaisen matematiikan malli muutti kokonaiskäsitystä aiheesta. Tämän tutkimuksen jälkeen minulla on rohkeutta irrottautua kirjan määräämästä etenemistahdistista ja ottaa matematiikka laajemmaksi kokonaisuudeksi.

Pääsin kokeilemaan toiminnallisia menetelmiä konkreettisesti opettajakoulutuksen matematiikan luennoilla ja opetusharjoitteluissa. Kokeilin erilaisia leikkejä, toimintamateriaaleja ja pelejä ja havaitsin osaamiseni olleen varsin puutteellista. Minun on helppo samaistua alkuopetusikäiseen oppilaaseen, jonka mielenkiinto ei kohdistu matematiikan kirjan tehtäviin, vaan toiminnalliseen oppimiseen pihaleikkien avulla. Olenhan itsekkin oppinut monia asioita elämäni varrella kokemuksen kautta, rautalankaa vääntämällä.

LÄHTEET

Ahtee, M. & Pehkonen, E. 2000. Johdatus matemaattisten aineiden didaktiikkaan. Helsinki: Edita.

Aunio, P. Hannula, M-M. & Räsänen, P. 2004. Matemaattisen ajattelun kehittyminen. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 198–219.

Ayres, A. J. 2008. Aistimusten aallokossa. Sensorisen integraation häiriö ja terapia. Jyväskylä: PS-kustannus.

Ayres, A. J. 1992. Kun lapsi ei opi leikkimään. Helsinki: Valtion painatuskeskus.

Berry, J., & Sahlberg, P. 2000. Matematiikka elämään. Helsinki: WSOY.

Brotherus, A., Hytönen & J. Krokfors, L. 2002. Esi- ja alkuopetuksen didaktiikka. Helsinki: WSOY.

Dehaene, S. 1997. The Number Sense. How The Mind Creates Mathematics. New York, Oxford: Oxford University press.

Demetriou, A. 2010. The architecture and development of mind and brain: an outline. Teoksessa Aunio, P., Jahnukainen, M., Kalland, M., ja Silvonen, J.(Eds.) Piaget is dead. Vygotsky is still alive, or? An honorary book for professors Airi ja Jarkko Hautamäki. Finnish Educational Research Association, Research in Educational Sciences 51, 185-222.

Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. 2005. Introduction: The Discipline and Qualitative Research. Teoksessa N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (toim.) The Sage Handbook of Qualitative Research. 3. painos. Thousand Oaks: Sage, 1–32.

Domino, J. 2010 The effects of physical manipulatives on achievement in mathematics in grades K-6: A Meta-Analysis. New York : University of Buffalo.

http://gateway.proquest.com/openurl?url_ver=Z39.88-2004&rft_val_fmt=info:ofi/fmt:kev:mtx:dissertation&res_dat=xri:pqdiss&rft_dat=xri:pqdiss:3423451. Luettu 5.4.2013.

Eskola, J. & Vastamäki, J. 2007. Teemahaastattelu: opit ja opetukset. Teoksessa Aaltola, J., Valli, R. (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin II. Metodien valinta ja aineiston keruu: virikkeitä aloittelevalle tutkijalle. Jyväskylä: PS-kustannus, 25–43.

Eskola, J. & Suoranta, J. 1998. Johdatus laadullisen tutkimukseen. Jyväskylä: Vastapaino.

Furness, A. 2000. Matematiikkapolkuja. Toiminnallista matematiikkaa 5-7-vuotiaille. Helsinki: Tammi.

Gadamer, G.-D. 2004. Hermeneutiikka. Ymmärtäminen tieteissä ja filosofiassa. Suomentanut Ismo Nikander. Tampere: Vastapaino.

Guba, E. G. & Lincoln, Y. S. 2005. Paradigmatic Controversies, Contradictions and Emerging Confluences. Teoksessa N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (toim.) The Sage Handbook of Qualitative Research. 3. painos. Thousand Oaks: Sage, 191–215.

Haapasalo, L. 1991. Konstruktivismi matemaattisen käsitteenmuodostuksen ohjaamisessa ja analysoimisessa. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 43.

Haapasalo, L. 1994. Murtolukukäsitteen konstruktivistinen oppiminen. Jyväskylän yliopisto. Kasvatustieteiden tutkimuslaitoksen julkaisusarja A. Tutkimuksia 51.

Haapasalo, L. 2011. Oppiminen, tieto ja ongelmanratkaisu. Joensuu: MEDUSA-Software.

Hannula, M.M. & Lehtinen, E. 2005. Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction* 15, (3), 237-256.

Hautamäki, J. 2010. Task-commitment and developmental tasks – A theoretical scenario with a case study. Teoksessa Aunio, P., Jahnukainen, M., Kalland, M., ja Silvonen, J.(Eds.) *Piaget is dead. Vygotsky is still alive, or? An honorary book for professors Airi ja Jarkko Hautamäki.* Finnish Educational Research Association, *Research in Educational Sciences* 51, 127–149.

Hirsjärvi, S. & Hurme, H. 2008. Tutkimushaastattelu. Teemahaastattelun teoria ja käytäntö. Helsinki: Yliopistopaino.

Hirsjärvi, S., Remes, P. & Sajavaara, P. 2009. Tutki ja kirjoita. Jyväskylä: Kirjayhtymä.

Hänninen, V. 2001. Lev Semjonovits Vygotsky. Tietoisuuden kulttuurihistoriallinen kehitys. Teoksessa Hänninen, V. Partanen, J. ja Ylijoki, O-H. (toim.) *Sosiaalipsykologian suunnannäyttäjiä*, 79–103.

Hytönen, J. 2007. Lapsikeskeisen kasvatuksen ydinkysymyksiä. Helsinki: WSOY.

Ikäheimo, H. 2002. Iloa ja ymmärrystä matematiikkaan. Helsinki: Opperi.

Ikäheimo, H. 2004. Matematiikan esi- ja alkuopetuksen kysymyksiä. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) *Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen.* Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 222–244.

Ikäheimo, H. 2012. LUKI-vaikeudet ja matematiikan oppimisvaikeudet. [http://www.opperi.fi/06 kirjallisuus tutkimus/LUKI+MAT.pdf](http://www.opperi.fi/06_kirjallisuus_tutkimus/LUKI+MAT.pdf). Luettu 20.10.2012.

Kaasila, R. 1997. Konstruktivismin eri muodot matematiikan opetuksessa peruskoulun ala-asteella. Lapin yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja. B, Tutkimusraportteja ja selvityksiä, 0788-7655;26.

Kakkori, L. 2009. Hermeneuttis-fenomenologisen tutkimusotteen sisäisestä problematiikasta. *Aikuiskasvatus* 29 (4), 273–280.

Kinnunen, R. 2003. Miksi kertotauluun kompastuu? Lukujen hallinta oppimisen perustana. Turku: Painosalama.

Kiviniemi, K. 2010. Laadullinen tutkimus prosessina. Teoksessa Aaltola, J., Valli, R. (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin II. Näkökulmia aloittelevalle tutkijalle tutkimuksen teoreettisiin lähtökohtiin ja analyysimenetelmiin. Jyväskylä: PS-kustannus, 70–85.

Kortesalmi, M.-K. 2008. Junnauskoe 0–20 ja peruslaskutoimituksien automatisoituminen alkuopetuksessa. Pro gradu -tutkielma. Kokkola: Jyväskylän yliopisto, Kokkolan yliopistokeskus Chydenius.

Kuula, A. 2006. Tutkimusetiikka. Aineistojen hankinta, käyttö ja säilytys. Tampere: Vastapaino.

Laine, T. 2010. Miten kokemusta voidaan tutkia? Fenomenologinen näkökulma. Teoksessa Aaltola, J., Valli, R. (toim.) Ikkunoita tutkimusmetodeihin II. Jyväskylä: PS-kustannus, 28–45.

Lampinen, A. 2008. Kertotaulun oppimisen strategioita. [http://www.opperi.fi/06 kirjallisuus tutkimus/Kertotaulujen+opp+strategioita+AL.pdf](http://www.opperi.fi/06_kirjallisuus_tutkimus/Kertotaulujen+opp+strategioita+AL.pdf). Luettu 22.8.2012.

Lampinen, A. 2008. Entäpä jos huonoa matikka päätä ei olekaan! <http://www.varganemenyi.fi/includes/menetelma.php> .Luettu 22.8.2012.

Lampinen, A., Korhonen, H. 2010. Matematiikkaa kaikille. *Dimensio* 1, 19–21.

Leino, J. 1993. Konstruktivismin suuntauksia. Teoksessa Haapasalo, L. ja Kupari, P. (toim.). *Konstruktivismi matematiikan opetuksen ja opetussuunnitelman kehittämisessä*. Jyväskylän yliopisto. Opettajankoulutuslaitos. *Opetuksen perusteita ja käytänteitä* 6, 1-7.

Lindgren, S. 1990. Toimintamateriaalin käyttö matematiikan opiskelussa. Tampereen yliopisto. *Acta Universitatis Tamperensis A* 307.

Mc Guire, P., Kinzie M. & Berch, D. 2012. Developing Number Sense in Pre-K with Five Frames. *Early Childhood Education Journal* 40 (4), 213–222.

Niikko, A. 2003. Fenomenografia kasvatustieteellisessä tutkimuksessa. Joensuun yliopisto. *Kasvatustieteiden tiedekunnan tutkimuksia* 85.

Patrikainen, S. 2012. Luokanopettajan pedagoginen ajattelu ja toiminta matematiikan opetuksessa. Helsingin yliopisto. *Käyttätymistieteellinen tiedekunta*. Opettajankoulutuslaitos. *Tutkimuksia* 342.

Perkkilä, P. 2002. Opettajien matematiikkauskomukset ja matematiikan oppikirjan merkitys alkuopetuksessa. Jyväskylän yliopisto. *Jyväskylän studies in education, psychology and social research* 195.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet. 2004. Helsinki: Opetushallitus.

Perttula, J. 2006. Kokemus ja kokemuksen tutkimus: fenomenologisen erityistieteen tieteenteoria. Teoksessa Perttula, J., Latomaa, T. (toim.) *Kokemuksen tutkimus. Merkitys – tulkinta – ymmärtäminen*. Vantaa: *Dialogia*, 115–162.

Piaget, J. 1988. *Lapsi maailmansa rakentajana*. Suomentanut Saara Palmgren. Porvoo: WSOY.

Piispanen, M. 2008. Hyvä oppimisympäristö. Oppilaiden, vanhempien ja opettajien hyvyyskäsitusten kohtaaminen peruskoulussa. Jyväskylän yliopisto, Kokkolan yliopistokeskus Chydenius.

Prashnig, B. 2000. Eriaisuuden voima, opetustyyli ja oppiminen. Jyväskylä: PS-kustannus.

Raatikainen, P. 2004. Ihmistieteet ja filosofia. Helsinki: Gaudeamus.

Rantanen, E. 2010. Toiminnalliset oppijat koulukävijöinä. Tekemisen ja kokemisen kautta oppiminen ja koulussa suoriutuminen. Tampereen yliopisto. Kasvatustieteiden tiedekunta. Pro gradu tutkielma. www.tutkielmat.uta.fi/pdf/gradu04227.pdf. Luettu 22.8.2012.

Räsänen, P. & Ahonen, T. 2004. Oppimisvaikeudet matematiikassa – neuropsykologinen näkökulma. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 274–300.

Räty-Záborszky, S. 2006. Suomalaisten ja unkarilaisten opettajien ja matematiikan oppikirjan tekijöiden käsityksiä geometriasta ja geometrian opetuksesta ja oppimisesta vuosiluokilla 1-6. Joensuun yliopisto. Kasvatustieteellisiä julkaisuja 112.

Shayer M. & Adhmi, M.. 2010. Realising the cognitive potential of children 5 to 7 with a mathematics focus: Effects of a two-year intervention. Teoksessa Aunio, P., Jahnukainen, M., Kalland, M., ja Silvonen, J.(Eds.) Piaget is dead. Vygotsky is still alive, or? An honorary book for professors Airi ja Jarkko Hautamäki. Finnish Educational Research Association, Research in Educational Sciences 51, 246-279.

Sivonen, J. 2010. Vygotsky`s plural discourse on the human mind. Teoksessa Aunio, P., Jahnukainen, M., Kalland, M., ja Silvonen, J.(Eds.) Piaget is dead. Vygotsky is still alive, or? An honorary book for professors Airi ja Jarkko Hautamäki. Finnish Educational Research Association, Research in Educational Sciences 51, 39-59.

Thuneberg, H. 2010. Changes in academic and prosocial self-regulation from sixth to ninth grade. Teoksessa Aunio, P., Jahnukainen, M., Kalland, M., ja Silvonen, J.(Eds.) Piaget is dead. Vygotsky is still alive, or? An honorary book for professors Airi ja Jarkko Hautamäki. Finnish Educational Research Assosiation, Research in Educational Sciences 51, 106-126.

Tikkanen, P. 2008. ”Helpompaa ja hauskempaa kuin luulin”. Matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana. Jyväskylän yliopisto: Jyväskylä studies in Education, Psychology and social Recearh, 337,

Tuomi, J. & Sarajärvi, A. 2006. Laadullisen tutkimus ja sisällönanalyysi. Helsinki: Tammi.

Yrjönsuuri, R. 2004. Matemaattisen ajattelun opettaminen ja oppiminen. Teoksessa Räsänen, P., Kupari, P., Ahonen, T. & Malinen, P. (toim.) Matematiikka – näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti, 111–12.

LIITTEET

Liite 1. Ennakkokirje haastateltaville

Liite 2. Teemahaastattelun runko

Liite 3. Tutkimuslupa Kokkola

Liite 4. Tutkimuslupa Vantaa

Liite 5. Tutkimuslupa lisäaineistolle Vantaa

28.1.2013

Hei, tutkimukseeni osallistuva opettaja!

Olet lupautunut tutkimukseeni tiedonlähteeksi ja olen siitä iloinen. Ennen varsinaisen haastattelun tekemistä kerron sinulle muutamia ajatuksia aiheestani. Teen pro gradu-tutkimusta toiminnallisesta matematiikasta alkuopetuksessa Kokkolan yliopistokeskus Chydeniukseen, ohjaajanani toimii Kari Kiviniemi. Olen saanut luvan haastatteluun sivistysjohtajilta sekä rehtoreilta.

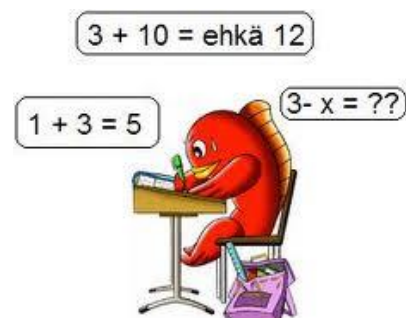
Tulen tekemään haastattelun teemahaastatteluna ja nauhoitan sen analysointia varten. Nostan haastattelusta esiin matematiikan opetukseen liittyviä asioita, eivätkä sinun ja oppilaittesi henkilöllisyys tule esiin missään muodossa. Tutkimustehtäväni on selvittää, miksi opettajat käyttävät toiminnallista matematiikkaa ja minkälaisia kokemuksia heillä on sen käyttämisestä. Olen määritellyt toiminnallisen matematiikan sellaiseksi oppimistapahtumaksi, jossa kuulo- ja näköaistin tukena käytetään liike- ja/tai tuntoaistia. Myös oppilaan matematiikkapuhe laskeetaan toiminnallisuudeksi. Haastatteluni teemat käsittelevät seuraavia aiheita: Minkälaisia toiminnallisia menetelmiä olet käyttänyt ja missä oppimisen vaiheissa ne puolustavat paikkaansa. Onko toiminnallisuudesta hyötyä kaikille vai erityisesti joillekin oppilaille. Mitä ajattelet toiminnallisesta matematiikasta alkuopetuksesta. Mitä hyötyä, mitä haittaa toiminnallisuudesta on.

Näistä aiheista keskustelemme haastattelussa!

Ystävällisin terveisin Eija Parvela-Westerinen

(0400 749 606)

eija.parvela@gmail.com



Teemahaastattelun runko

Taustatiedot:

opettajakokemus vuosina / alkuopetuksessa, koulutustausta, luokan koko, muuta erityistä

Opetusmenetelmät

- Minkälaisia matematiikan tunteja tai opetuskokonaisuuksia pidät? Kerro tyypillisestä opetuksesta?
 - o minkälaisia materiaaleja käytät
- Kuinka paljon käytät toiminnallisia menetelmiä?
- Minkälaisia toiminnallisia menetelmiä käytät?
 - o liikunta, leikit, pelit, välineet
 - o sähköinen, onko toiminnallista?
- Miten toiminnallisuus vaikuttaa suunnitteluusi?
- Minkälainen on mielestäsi hyvä oppimisympäristö?
 - o fyysinen, psyykkinen, sosiaalinen
- Asettaako toiminnallinen matematiikka erityisvaatimuksia oppimisympäristölle?

Opetuksen vaiheet

- Missä tilanteissa käytät toiminnallisia menetelmiä?
 - o opetustuokiot, uusi aihe, palkinnoksi, vaihtelun vuoksi
- Toimiiko toiminnallisuus erityisesti jossain opetuksen vaiheessa?
 - o lukukäsite, yhteen-vähennys, kertolasku, geometria
- Onko materiaali vapaasti saatavilla kaikissa tilanteissa?

Toiminnallisuuden merkitys

- miksi toiminnallisuutta tarvitaan vai tarvitaanko?
- ketä toiminnallisuus palvelee ja miksi?
 - o oppimistyylien merkitys
 - o oppimisvaikeudet
- miten toiminnallisuus vaikuttaa lasten oppimiseen?
- miten lapset suhtautuvat toiminnalliseen oppimiseen?
- minkälaisia kokemuksia sinulla on toiminnallisuudesta?



VANTAAN KAUPUNKI
VANDA STAD

VIRANHALTIJAN PÄÄTÖS 35 /2013 1 (2)

Dno KPK 465/2013/092

15.2.2013

Sivistystoimi
Perusopetuksen johtaja Ilkka Kalo

Tutkimusluvan myöntäminen/ Toiminnallinen matematiikka alkuopetuksessa -nimiselle pro gradulle

Opiskelija Eija Parvela-Westerinen hakee tutkimuslupaa pro gradu (Kokkolan yliopiskeskus, Chydenius) työtänsä varten.


Tutkimuksen nimenä on Toiminnallinen matematiikka alkuopetuksessa. Tutkimuksen tarkoituksena on saada esiin opettajien kokemuksia toiminnallisesta matematiikasta, sen suunnittelusta ja toteuttamisesta osana alkuopetuksen matematiikan opetusmenetelmiä.

Tutkimus tehdään koulussa kahdelle opettajalle. Tutkimuksen tekemisestä on sovittu koulun rehtorin kanssa.

Päätös

Päätän myöntää Eija Parvela-Westeriselle luvan tehdä tutkimuksen aiheesta Toiminnallinen matematiikka alkuopetuksessa.

Päätän myös, että valmis tutkielma tulee toimittaa sähköisesti pdf-muodossa osoitteeseen: kirjaamo@vantaa.fi

Päiväys	Vantaa 15.2.2013
Allekirjoitus	
Nimen selvennys	Ilkka Kalo
Virka-asema	Perusopetuksen johtaja

Oikaisuvaatimusohjeet

Tähän päätökseen tyytymätön voi tehdä kirjallisen oikaisuvaatimuksen.

Oikaisuvaatimuksen saa tehdä se, johon päätös on kohdistettu tai jonka oikeuteen, velvollisuuteen tai etuun päätös välittömästi vaikuttaa (asianosainen) sekä kunnan jäsen.

Oikaisuvaatimus tehdään Vantaan opetuslautakunnalle, postiosoite: Vantaan kaupunki, Kirjaamo, Asematie 7, 01300 Vantaa tai sähköpostitse osoitteella: kirjaamo@vantaa.fi

Oikaisuvaatimus on tehtävä 14 päivän kuluessa päätöksen tiedoksisaannista. Kunnan jäsenen katsotaan saaneen päätöksestä tiedon, kun pöytäkirja on asetettu julkisesti nähtäväksi. Asianosaisen katsotaan saaneen päätöksestä tiedon, jollei muuta näytetä, 7 päivän kuluttua kirjeen lähettämisestä, saantitodistuksen osoittamana aikana tai erilliseen tiedoksiantotodistukseen merkittynä aikana taikka kolmantena päivänä sähköisen viestin lähettämisestä.

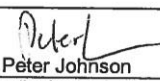
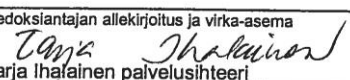
KOKKOLAN KAUPUNKI
 Sivistyskeskus

 Viranhaltija ja virka-asema
 Johnson Peter
 Sivistysjohtaja

VIRANHALTIJAPÄÄTÖS
 Tutkimusluvat

1

 Päivämäärä / pykälä
 31.01.2013 / § 59

Asia	TUTKIMUSLUPA / Eija Parvela-Westerinen	
Päätös ja sen perustelut	Myönnän tutkimusluvan Kokkolan yliopistokeskus Chydeniuksen luokanopettajakoulutuksen opiskelija Eija Parvela-Westeriselle pro gradu työtä varten. Tutkimus käsittelee toiminnallisen matematiikan opetusta ja kohderyhmänä hän haastattelee opettajia Kokkolan kaupungin ja (1-6lk) kouluista. Sivistyskeskus pyytää saada käyttöönsä yhden kappaleen valmistunutta tutkimusraporttia joko tulosteena tai sähköisessä muodossa.	
Allekirjoitus	Sivistysjohtaja  Peter Johnson	
Oikaisuvaatimus-olkeus	Päätökseen tyytymätön voi tehdä kirjallisen oikaisuvaatimuksen. Oikaisuvaatimuksen saa tehdä se, johon päätös on kohdistettu tai jonka oikeuteen, velvollisuuteen tai etuun päätös välittömästi vaikuttaa (asianomainen) sekä kunnan jäsen.	
Oikaisuvaatimusviranomainen	Opetus- ja kasvatustalautakunta	
Oikaisuvaatimusaika ja sen alkaminen	Oikaisuvaatimus on tehtävä 14 päivän kuluessa päätöksen tiedoksisaannista. Kunnan jäsenten katsotaan saaneen päätöksestä tiedon kun pöytäkirja on asetettu yleisesti nähtäväksi. Asianosaisen katsotaan saaneen päätöksestä tiedon, jollei muuta näytetä, seitsemän päivän kuluttua kirjeen lähettämisestä, saantitodistuksen osoittamana aikana tai erilliseen tiedoksisaantitodistukseen merkittynä aikana.	
Oikaisuvaatimuksen sisältö ja toimittaminen	Oikaisuvaatimuksesta on käytävä ilmi vaatimus perusteluineen ja se on tekijän allekirjoitettava. Oikaisuvaatimus on toimitettava oikaisuvaatimusviranomaiselle ennen oikaisuvaatimusajan päättymistä.	
Päätöksen nähtäväksi asettaminen	Sivistyskeskus, tiistai <u>5 / 2</u> 2013 klo 9-16.	
Tiedoksianto asianosaiselle	<input checked="" type="checkbox"/> Lähetytiedoksi kirjeellä Annettu postin kuljetettavaksi, pvm / tiedoksiantaja <u>5.2.2013</u>	Asianosainen Eija Parvela-Westerinen
	<input type="checkbox"/> Luovutettu asianosaiselle Palkka, pvm	Asianosainen
	Tiedoksiantajan allekirjoitus ja virka-asema  Tarja Ihalainen palvelusihteeri	Vastaanottajan allekirjoitus
	<input type="checkbox"/> Muulla tavoin, miten	
Lisätietoja		
Liitteet		
Sisäinen jakelu		



VANTAAN KAUPUNKI
VANDA STAD

VIRANHALTIJAN PÄÄTÖS 102 /2013 1 (3)

Dno KPK 465/2013/092

8.4.2013

Sivistystoimi
Perusopetuksen johtaja Ilkka Kalo

Tutkimusluvan myöntäminen/Toiminnallinen matematiikka alkuopetuksessa

Opiskelija Eija Parvela-Westerinen hakee tutkimuslupaa pro gradu työtönsä (Kokkolan yliopistokeskus Chydenius) varten.


Tutkimuksen nimenä on Toiminnallinen matematiikka alkuopetuksessa. Tutkimuksen tarkoituksena on saada esiin opettajien kokemuksia toiminnallisesta matematiikasta, sen suunnittelusta ja toteuttamisesta osana alkuopetuksen matematiikan opetusmenetelmiä. Tällä työllä tutkija pyrkii saamaan hyväksi koettuja käytänteitä omaan työhönsä luokanopettajana Vantaalla.

Hakijalle on myönnetty aiemmin tutkimuslupa, tällä hakemuksella täydennetään tutkimusta koskemaan myös koulun opettajia. Asiasta on sovittu koulun rehtorin kanssa.

Päätös

Päätän myöntää Eija Parvela Westeriselle luvan tehdä tutkimuksen aiheesta Toiminnallinen matematiikka alkuopetuksessa.

Päätän myös, että valmis tutkielma tulee toimittaa sähköisenä pdf-muodossa osoitteeseen: kirjaamo@vantaa.fi

Päiväys	Vantaa 8.4.2013
Allekirjoitus	
Nimen selvennys	Ilkka Kalo
Virka-asema	Perusopetuksen johtaja

Oikaisuvaatimusohjeet

Tähän päätökseen tyytymätön voi tehdä kirjallisen oikaisuvaatimuksen.

Oikaisuvaatimuksen saa tehdä se, johon päätös on kohdistettu tai jonka oikeuteen, velvollisuuteen tai etuun päätös välittömästi vaikuttaa (asianosainen) sekä kunnan jäsen.

Oikaisuvaatimus tehdään Vantaan opetuslautakunnalle, postiosoite: Vantaan kaupunki, Kirjaamo, Asematie 7, 01300 Vantaa tai sähköpostitse osoitteella: kirjaamo@vantaa.fi

Oikaisuvaatimus on tehtävä 14 päivän kuluessa päätöksen tiedoksisaannista. Kunnan jäsenen katsotaan saaneen päätöksestä tiedon, kun pöytäkirja on asetettu julkisesti nähtäväksi. Asianosaisen katsotaan saaneen päätöksestä